

Interner Bericht
DESY FH1-96-03
Juli 1996

Messung der Proton-Strukturfunktion F_2 bei
niedrigen Bjørken x und Impulsüberträgen Q^2
mit dem H1-Detektor bei HERA

von

R. Buchholz

DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

"Die Verantwortung für den Inhalt dieses
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser"

Messung der
Proton-Strukturfunktion F_2 bei
niedrigen Bjørken x und Impulsüberträgen Q^2
mit dem H1-Detektor bei HERA

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Robert Buchholz
aus Hamburg

Hamburg 1996

Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. F.-W. Büßer
Prof. Dr. V. Blobel

Gutachter der Disputation: Prof. Dr. F.-W. Büßer
Prof. Dr. B. Naroska

Leiter der Disputation: Dr. G. Pölz

Datum der Disputation: 12. Juli 1996

Sprecher des Fachbereichs Physik und
Vorsitzender des Promotionsausschusses: Prof. Dr. B. Kramer

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird die Proton-Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ aus den Daten der tiefunelastischen Positron-Proton-Streuung bestimmt, die mit dem H1-Detektor beim Speicherring HERA am DESY aufgezeichnet wurden. Die Analyse basiert auf speziellen Daten von 1994, bei denen der Positron-Proton-Wechselwirkungspunkt ca. 60 cm in Protonstrahlrichtung verschoben war, mit einer integrierten Luminosität von ca. 58 nb^{-1} . Dies ermöglicht die Messung kleinerer Positronstreuwinkel mit dem Rückwärtskalorimeter und führt zu einer erweiterten Akzeptanz in x und Q^2 mit folgendem Wertebereich:

$$\mathbf{0.00005 \leq x \leq 0.00251 \text{ und } 2.0 \leq Q^2 \leq 15.0 \text{ GeV}^2.}$$

Die Kinematik wird in der vorliegenden Analyse allein aus dem gestreuten Positron rekonstruiert. Die Strukturfunktion wird mittels einer regularisierten Entfaltung bestimmt, wobei sowohl Detektoreffekte als auch Strahlungskorrekturen und Untergrundbeiträge berücksichtigt werden. Das Ergebnis dieser Messung zeigt einen deutlichen Anstieg der Strukturfunktion F_2 mit abnehmenden x . Sie läßt sich im Rahmen der störungstheoretischen QCD mit einer Parametrisierung beschreiben, die auf den DGLAP-Entwicklungsgleichungen beruht [GRV95].

Abstract

This thesis describes a measurement of the proton structure function $F_2(x, Q^2)$ using deep inelastic positron-proton scattering events recorded with the H1 detector on the HERA storage ring at DESY. The analysis is based on a limited data sample comprising an integrated luminosity of 58 nb^{-1} collected over a period of 1994 during which the e^+p -collision vertex was shifted by approximately 60 cm in the proton direction with respect to the nominal luminosity vertex. This shift enables the measurement of smaller angles of the scattered positron with the backward calorimeter thereby expanding the detector acceptance in x and Q^2 to the following values:

$$\mathbf{0.00005 \leq x \leq 0.00251 \text{ und } 2.0 \leq Q^2 \leq 15.0 \text{ GeV}^2.}$$

In this analysis the kinematic variables are reconstructed from the scattered positron and the structure function is determined by a regularized unfolding method, taking into account detector effects, radiative corrections and background contributions. The result of this measurement exhibits a considerable increase of the structure function F_2 with decreasing x . Within the framework of perturbative QCD the result can be fitted by a parametrization based on DGLAP-evolution equations [GRV95].

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Tiefunelastische Streuung bei HERA	4
1.1 Die Kinematik der tiefunelastischen Streuung	4
1.2 Wirkungsquerschnitte und Strukturfunktionen	6
1.2.1 Das Quark-Parton-Modell	7
1.3 Die Quantenchromodynamik (QCD)	9
1.3.1 Störungstheoretische QCD und Entwicklungsgleichungen	10
1.3.2 Korrekturen der nächsthöheren Ordnung in α_s	15
1.3.3 Partondichte-Parametrisierungen	15
2 HERA und der H1-Detektor	18
2.1 Die Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA	18
2.2 Der H1-Detektor	20
2.2.1 Detektorkomponenten	20
2.2.2 Triggerstufen ($L_1 \dots L_5$)	26
2.2.3 Ereignis- und Detektorsimulation	29
2.2.4 Rekonstruktion der kinematischen Variablen x und Q^2	31
2.2.5 Kalibration des Rückwärtskalorimeters (BEMC)	33
3 Datenselektion	36
3.1 Selektion tiefunelastischer Streuereignisse	36
3.1.1 Daten mit verschobenem Wechselwirkungspunkt	37
3.2 Unterdrückung des Untergrundes	39
3.2.1 Strahlinduzierter Untergrund	39
3.2.2 Photoproduktionsuntergrund	43
3.3 Strahlungskorrekturen	50
3.4 Übersicht der Selektionskriterien	56
4 Bestimmung der Strukturfunktion F_2	59
4.1 Das Entfaltungsproblem	59
4.1.1 Die iterative Faktor-Methode	60
4.1.2 Die Entfaltungsmethode mit Regularisierung	64
4.1.3 Entfaltung von F_2	68
4.1.4 Prüfung der Entfaltungsmethoden	77

4.2	Meßergebnisse für F_2	80
4.2.1	Systematik	80
4.2.2	Resultate für F_2 und Diskussion	83
5	Ausblick	99
	Zusammenfassung	102
A	DIS- und \overline{MS}-Schema	104
	Abbildungsverzeichnis	106
	Tabellenverzeichnis	109
	Literaturverzeichnis	111

Einleitung

Zur Erforschung der Substruktur des Protons eignet sich insbesondere die tiefunelastische Elektron-Proton-Streuung. Mit Hilfe derartiger Streuexperimente wurden Ende der sechziger Jahre am Linearbeschleuniger SLAC in Stanford Substrukturen des Protons entdeckt und als Partonen bezeichnet. Diese konnten mit den Quarks identifiziert werden, die bereits Mitte der sechziger Jahre von Gell-Mann und Nishijima im Rahmen des Quark-Parton-Modells (QPM) als geladene, punktförmige Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen postuliert worden waren.

Die starke Wechselwirkung der Quarks wird in der Quantenchromodynamik (QCD) durch den Austausch von masselosen Gluonen, den Eichbosonen der QCD, beschrieben. Eine erste experimentelle Bestätigung für die Existenz der Gluonen ergab sich aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten der Elektron-Nukleon-Streuung; es zeigte sich, daß die elektrisch geladenen Partonen nur etwa die Hälfte des gesamten Nukleonimpulses tragen. Der Restimpuls wird den neutralen Gluonen zugeschrieben.

In der QCD wird das ursprünglich statische Bild der Nukleonen - einer Summe der einzelnen Konstituentenquarks - erweitert zu einem dynamischen Gebilde von Quarks und Gluonen. In diesem Bild können einerseits Gluonen in Quark-Antiquark-Paare annihilieren, andererseits Quarks auch Gluonen abstrahlen. Quantitative Aussagen über die dynamische Entwicklung dieser Partondichten ergeben sich bei ausreichend großen Impulsüberträgen Q^2 im Rahmen der störungstheoretischen QCD aus entsprechenden Entwicklungsgleichungen, mit denen die dynamischen Prozesse beschrieben werden.

Die experimentelle Überprüfung der QCD in einem bisher nicht zugänglichen kinematischen Bereich ermöglicht der weltweit erste und bisher einzige Elektron-Proton-Speicherring, die Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA. Sie wurde im Jahr 1992 am Deutschen Elektronen-Synchrotron in Betrieb genommen. Bei einer Beschleunigung der Leptonen (e^\pm) auf 27.5 GeV und der Protonen auf 820 GeV wird eine Schwerpunktsenergie von 300 GeV erreicht¹. Diese hohe Schwerpunktsenergie ermöglicht Impulsüberträge bis zu $Q^2 \simeq 10^5 \text{ GeV}^2$ und damit verbunden eine Auflösung $\lambda \simeq 1/\sqrt{Q^2} \simeq 10^{-18} \text{ m}$, die um den Faktor tausend kleiner ist als der Protonradius. Außerdem wird der Meßbereich für den Impulsbruchteil x des an der Wechselwirkung beteiligten Quarks auf Werte $x < 10^{-4}$ ausgedehnt. Verglichen mit dem, was in bisherigen Experimenten erreicht werden konnte, ist dies ein um zwei Größenordnungen kleinerer Wert. Gerade im Bereich niedriger x wird die Struktur des Protons dominiert von den Gluonen und den „See“-Quarks, die sich dynamisch aus der Annihilation der Gluonen entwickeln. Die Strukturfunktion F_2 wird

¹Eine vergleichbare Schwerpunktsenergie bei einer Streuung am ruhenden Proton würde eine Leptonstrahlenergie von 45 TeV erfordern.

durch die Quarkdichten im Proton bestimmt. Eine Messung von F_2 ermöglicht somit eine direkte Überprüfung der QCD.

In der vorliegenden Arbeit wird die Strukturfunktion F_2 aus den Daten der tiefunelastischen e^+p -Streuung bestimmt, die mit dem H1-Detektor bei HERA aufgezeichnet worden sind. Die Analyse basiert auf speziellen Daten von 1994, bei denen der Positron-Proton-Wechselwirkungspunkt ca. 60 cm in Protonstrahlrichtung verschoben war, mit einer integrierten Luminosität von ca. 58 nb^{-1} . Die Verschiebung des Wechselwirkungspunkts ermöglicht die Messung kleinerer Positronstreuwinkel mit dem Rückwärtskalorimeter. Wie in Abbildung 0.1 angedeutet, kann die bisherige Grenze für den Polarwinkel² von $\theta \simeq 173^\circ$ um drei Grad auf $\theta \simeq 176^\circ$ ausgedehnt werden. Damit verbunden ist eine Erweiterung der Akzeptanz in x und Q^2 , die in Abbildung 0.1 mit (I) gekennzeichnet ist. Die Proton-Strukturfunktion F_2 wird mit diesen Daten in dem Bereich $0.00005 \leq x \leq 0.00251$ und $2.0 \leq Q^2 \leq 15.0 \text{ GeV}^2$ bestimmt.

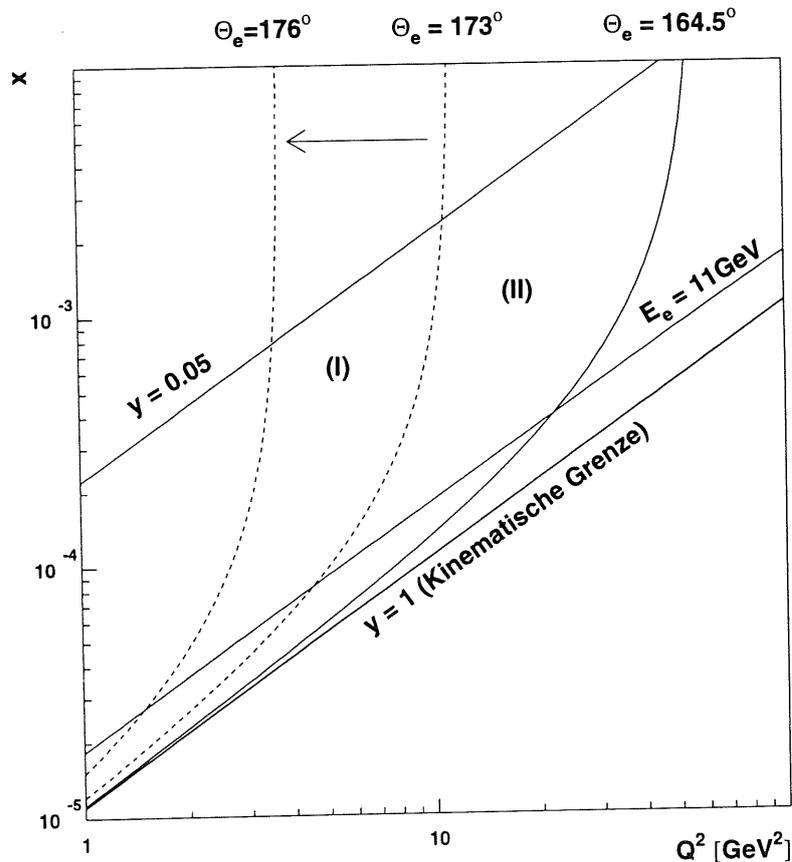


Abbildung 0.1: Kinematischer Akzeptanzbereich der vorliegenden Analyse
Mit den speziellen Daten, bei denen der Wechselwirkungspunkt verschoben ist, kann der bisherige Akzeptanzbereich (II) um den mit (I) gekennzeichneten Bereich erweitert werden.

²Der Polarwinkel θ ist definiert als: $\pi -$ Streuwinkel.

Die Arbeit gliedert sich in fünf Kapitel. In dem ersten Kapitel wird ein Einblick in die Theorie gegeben, die zum Verständnis der Strukturfunktionsmessung notwendig ist. Es wird zunächst allgemein und dann im Rahmen der QCD der Zusammenhang zwischen Strukturfunktionen und Wirkungsquerschnitten hergeleitet. Das zweite Kapitel enthält eine Beschreibung von dem Speicherring HERA und dem H1-Detektor. Dabei werden die in dieser Analyse verwendeten Komponenten des H1-Detektors genauer beschrieben. Die Datenselektion, Effizienzstudien und die Bestimmung der verschiedenen Untergrundquellen sind Gegenstand des dritten Kapitels. Thema des vierten Kapitels ist die Bestimmung der Strukturfunktion F_2 . Es wurden im Vergleich zwei Analysemethoden angewendet. Die gewonnenen Ergebnisse für F_2 werden mit anderen Messungen und theoretischen Vorhersagen der QCD verglichen. Im Ausblick (Kapitel 5) wird darauf eingegangen, welche Verbesserungen hinsichtlich der Strukturfunktionsmessung von der umfangreichen Neugestaltung des rückwärtigen Detektorbereichs zwischen den Strahlzeiten der Jahre 1994 und 1995 zu erwarten sind.

Kapitel 1

Tiefunelastische Streuung bei HERA

1.1 Die Kinematik der tiefunelastischen Streuung

Erkenntnisse über die Struktur des Protons können aus der tiefunelastischen Streuung von Leptonen an Protonen gewonnen werden. Allgemein läßt sich der Prozeß der inklusiven Lepton-Proton-Streuung wie folgt schreiben

$$l + p \rightarrow l' + X, \quad (1.1)$$

wobei die ein- und auslaufenden Leptonen l, l' stellvertretend für e, μ, ν, \dots stehen und der hadronische Endzustand mit X bezeichnet wird.

Die Wechselwirkung zwischen dem Lepton und dem Proton wird durch den Austausch der geladenen (W^\pm) und ungeladenen (γ, Z^0) Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung vermittelt. Anhand der Ladung des ausgetauschten Bosons erfolgt eine Einteilung der Ereignisse in solche des geladenen und des neutralen Stromes. Für die Ereignisse des neutralen Stromes handelt es sich bei dem ausgetauschten Boson um ein virtuelles Photon (γ^*) bzw. das schwach wechselwirkende Z^0 mit der Konsequenz, daß ein- und auslaufendes Lepton identisch sind. Dies gilt nicht mehr für Ereignisse des geladenen Stromes mit einem ausgetauschten W^\pm -Boson.

Der Wirkungsquerschnitt σ_{NC} für Ereignisse des neutralen Stromes setzt sich aus drei Anteilen zusammen:

$$\sigma_{\text{NC}} = \sigma(\gamma) + \sigma(\gamma Z^0) + \sigma(Z^0). \quad (1.2)$$

Dabei kennzeichnet $\sigma(\gamma)$ den Beitrag vom reinen Ein-Photon-Austausch, $\sigma(\gamma Z^0)$ den vom γZ^0 -Interferenzterm und $\sigma(Z^0)$ den vom reinen Z^0 -Austausch. Das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte $\sigma(\gamma Z^0)$ und $\sigma(Z^0)$ zu dem Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma)$ für den reinen Photonaustausch wird gemäß

$$\frac{\sigma(\gamma Z^0)}{\sigma(\gamma)} \propto \left(\frac{Q^2}{Q^2 + M_{Z^0}^2} \right), \quad \frac{\sigma(Z^0)}{\sigma(\gamma)} \propto \left(\frac{Q^2}{Q^2 + M_{Z^0}^2} \right)^2 \quad (1.3)$$

stark von dem Verhältnis der Propagatoren beeinflusst, wobei mit Q^2 das Quadrat des Viererimpulsübertrages zwischen Lepton und Proton bezeichnet wird. Die vorliegende Analyse beschränkt sich auf Ereignisse mit kleinen Werten für Q^2 ($Q^2 < 20 \text{ GeV}^2$). Vergleicht man diese Q^2 -Werte mit dem Massenquadrat $M_{Z^0}^2 \simeq (91 \text{ GeV})^2$, dann können in

dem Wirkungsquerschnitt des neutralen Stromes die Beiträge des reinen Z^0 -Austausches und der γZ^0 -Interferenz vernachlässigt werden.

Der Wirkungsquerschnitt σ_{CC} für Ereignisse des geladenen Stromes, bei denen das W^\pm -Eichboson mit einer Masse $M_{W^\pm} \simeq 80 \text{ GeV}$ ausgetauscht wird, ist gegenüber dem Wirkungsquerschnitt des neutralen Stromes für den Ein-Photon-Austausch gemäß

$$\frac{\sigma(W^\pm)}{\sigma(\gamma)} \propto \left(\frac{Q^2}{Q^2 + M_{W^\pm}^2} \right)^2 \quad (1.4)$$

unterdrückt und deshalb in dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse ($Q^2 < 20 \text{ GeV}^2$) verglichen dem Wirkungsquerschnitt σ_{NC} des neutralen Stromes vernachlässigbar klein. Ereignisse des geladenen Stromes, die sich von denen des neutralen Stromes hinsichtlich des auslaufenden Leptons unterscheiden, sind erst bei deutlich höheren Impulsüberträgen beobachtbar.

Der allgemeine Prozeß der inklusiven Lepton-Proton-Streuung der Gleichung (1.1) reduziert sich in dieser Analyse somit auf den speziellen Prozeß des neutralen Stromes, der sich mit dem Positron e^+ als Lepton nunmehr schreibt als

$$e^+ + p \rightarrow e^+ + X, \quad (1.5)$$

und dessen Wirkungsquerschnitt $\sigma(e^+p \rightarrow e^+X)$ mit dem reinen Ein-Photon-Austausch beschrieben werden kann. Abbildung 1.1 zeigt den zugehörigen Feynman-Graphen in niedrigster Ordnung der Quantenelektrodynamik (QED), wobei in Klammern jeweils die zugehörigen Viererimpulse angegeben sind. Der lorentzinvariante Viererimpulsübertrag Q^2

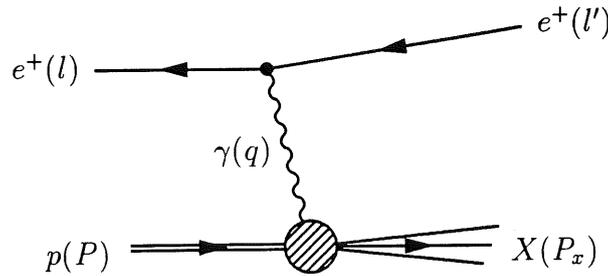


Abbildung 1.1: Feynman-Graph der tiefunelastischen, inklusiven e^+p -Streuung für den reinen Ein-Photon-Austausch in niedrigster Ordnung QED („Born-Niveau“).

zwischen Positron und Proton ist durch

$$\begin{aligned} Q^2 &:= -q^2 = (P - P_x)^2 & (Q^2 > 0) \\ &= (l - l')^2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

definiert. Um kleinere Strukturen innerhalb des Protons auflösen zu können, muß die Compton-Wellenlänge des virtuellen Photons kleiner sein als der Protonradius. Daraus ergibt sich $Q^2 \geq (0.71 \text{ GeV})^2$.

$W^2 = (P + q)^2$, das Quadrat der invarianten Masse des hadronischen Endzustandes X , kann dabei Werte zwischen M_P und s annehmen, wobei

$$s := (P + l)^2 \quad (1.7)$$

das Quadrat der Schwerpunktsenergie ist, die bei HERA etwa 300 GeV beträgt. Aufgrund der Inelastizität des Streuprozesses ($W^2 > P^2$) wird zur Eindeutigkeit der Kinematik bei gegebener, fester Primärenergie eine weitere lorentzinvariante Größe benötigt. Hierzu definiert man die nach Bjørken benannte Variable x gemäß

$$x := \frac{Q^2}{2Pq}, \quad (0 < x < 1) \quad (1.8)$$

deren besondere Bedeutung erst im Rahmen des Quark-Parton-Modells (Kapitel 1.2.1) erkennbar wird. Allerdings zeigt sich bereits hier, daß x auf Werte zwischen Null und Eins begrenzt ist, und die elastische Streuung ($W^2 = P^2$) durch $x = 1$ gekennzeichnet ist. Zusätzlich läßt sich die Lorentzinvariante y definieren:

$$y := \frac{Pq}{Pl}, \quad (0 < y < 1) \quad (1.9)$$

die sich im Ruhesystem des Protons als relativer Energieübertrag des Positrons interpretieren läßt. Unter Vernachlässigung der Ruhemassen der Reaktionspartner gilt

$$Q^2 = xys. \quad (1.10)$$

1.2 Wirkungsquerschnitte und Strukturfunktionen

Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/dx dQ^2$ der inklusiven e^+p -Streuung in niedrigster Ordnung der Kopplungskonstante α ist proportional zum Übergangsmatrixelement $|\mathcal{M}|^2$,

$$\frac{d^2\sigma(e^+p \rightarrow e^+X)}{dx dQ^2} \propto |\mathcal{M}|^2 = \alpha^2 L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (1.11)$$

das sich kovariant als Kontraktion des Leptontensors mit dem Hadrontensor schreiben läßt. Während der Leptontensor $L_{\mu\nu}$ im Rahmen der QED exakt berechnet werden kann, ist der hadronische Tensor $W^{\mu\nu}$ aufgrund der unbekanntenen Struktur des Protons zunächst unbestimmt.

Berücksichtigt man bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes des neutralen Stromes in Gleichung (1.11) eine mögliche longitudinale Polarisation der Positronen und das massive Z^0 als zweites Austauscheteilchen neben dem Photon, dann setzt sich der Leptontensor aus symmetrischen und asymmetrischen Komponenten zusammen. Für diesen allgemeinen Fall ergeben sich aus der Kontraktion der beiden Tensoren acht unabhängige Strukturfunktionen [WUL93].

In der vorliegenden Analyse trägt in der Wechselwirkung aufgrund der niedrigen Viererimpulsüberträge ($Q^2 < 20 \text{ GeV}^2$) entsprechend der Abbildung 1.1 nur der reine Ein-Photon-Austausch bei. Die Positronen sind zudem unpolarisiert, so daß der Leptontensor für

diesen speziellen Fall rein symmetrisch ist. Nutzt man die Symmetrie des Leptontensors sowie die Stromerhaltung am hadronischen Vertex, dann reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Funktionen zur Darstellung des hadronischen Tensors und damit auch des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnittes von acht auf zwei Funktionen $F_{1,2}(x, Q^2)$ [HAL84]:

$$\frac{d^2\sigma(e^+p \rightarrow e^+X)}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \left[y^2 x F_1(x, Q^2) + (1-y) F_2(x, Q^2) \right]. \quad (1.12)$$

Der Wirkungsquerschnitt, der in der Form der Gleichung (1.12) für den Ein-Photon-Austausch gilt, ist unabhängig davon, ob Elektronen oder Positronen am Proton gestreut werden. In dem weiteren Verlauf dieser Arbeit wird deshalb auf diese Unterscheidung verzichtet und das Elektron synonym für das Positron verwendet.

In Gleichung (1.12) kann die Strukturfunktion F_1 durch die Funktion R ersetzt werden, die das Verhältnis der totalen Wirkungsquerschnitte σ_L longitudinal zu σ_T transversal polarisierter (virtueller) Photonen bezeichnet. R läßt sich ausdrücken durch die longitudinale Strukturfunktion F_L gemäß

$$R(x, Q^2) = \frac{\sigma_L(x, Q^2)}{\sigma_T(x, Q^2)} = \frac{F_2(x, Q^2)}{2x F_1(x, Q^2)} - 1 = \frac{F_L(x, Q^2)}{F_2(x, Q^2) - F_L(x, Q^2)} \quad (1.13)$$

mit

$$F_L(x, Q^2) := F_2(x, Q^2) - 2x F_1(x, Q^2). \quad (1.14)$$

Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt der Gleichung (1.12), ausgedrückt durch die Strukturfunktion F_2 und R , schreibt sich nunmehr:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma(ep \rightarrow eX)}{dx dQ^2} &= \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(2(1-y) + \frac{y^2}{1+R(x, Q^2)} \right) F_2(x, Q^2) \\ &= \kappa(R) \cdot F_2(x, Q^2) \end{aligned}$$

$$\text{mit } \kappa(R) := \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(2(1-y) + \frac{y^2}{1+R(x, Q^2)} \right). \quad (1.15)$$

Die Funktion $R(x, Q^2)$ wurde in dem neuen kinematischen Bereich von HERA bisher noch nicht gemessen. Es wird an entsprechender Stelle darauf eingegangen, welche Werte für $R(x, Q^2)$ angenommen werden und welchen Einfluß $R(x, Q^2)$ bei der Bestimmung von $F_2(x, Q^2)$ aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt σ hat. Obwohl der Faktor $\kappa(R)$ neben den rein kinematischen Größen auch von $R(x, Q^2)$ abhängt, wird er in der vorliegenden Arbeit als „kinematischer Faktor“ bezeichnet.

1.2.1 Das Quark-Parton-Modell

Eine erste Beschreibung der inneren Struktur des Protons erfolgt durch das Quark-Parton-Modell (QPM), das im Jahre 1969 u.a. durch Arbeiten von R. Feynman [FEY69] entwickelt worden ist. In diesem Modell besteht das Proton aus punktförmigen Teilchen, den Partonen. Die geladenen Partonen werden mit den Quarks identifiziert und sind Fermionen mit Spin- $\frac{1}{2}$.

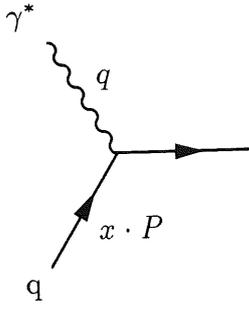


Abbildung 1.2: QPM-Graph der tiefunelastischen Streuung.

Die tiefunelastische ep-Streuung wird dann aufgefaßt als elastische Streuung des Elektrons an den „freien“ Quarks im Proton. „Frei“ bedeutet in diesem Zusammenhang, daß die Wechselwirkungszeit des Elektrons mit dem Quark viel kürzer ist als die Zeit τ , in der die Partonen miteinander wechselwirken. Diese Annahme ist für ein Bezugssystem gerechtfertigt, in dem sich das Proton mit einem hohen Impuls P bewegt ($|P| \gg M_P$) und τ durch die relativistische Zeitdilatation entsprechend verlängert wird. Das Proton stellt sich für das wechselwirkende Boson als inkohärente Summe von Quark-Dichten $q_i(\xi)$ dar. Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Gleichung (1.11) schreibt sich nunmehr als

$$\frac{d^2\sigma(ep \rightarrow eX)}{dx dQ^2} = \sum_i \int_0^1 d\xi q_i(\xi) \frac{d^2\hat{\sigma}_i(eq \rightarrow eq)}{dx dQ^2}. \quad (1.16)$$

Die $q_i(\xi)$ geben die Wahrscheinlichkeit an, ein Quark q der Sorte i mit dem Impulsbruchteil ξ des Protonimpulses P anzutreffen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_i$ des reduzierten Elektron-Quark-Systems (siehe Abbildung 1.2) läßt sich für punktförmige Quarks q_i mit Spin- $\frac{1}{2}$ und den Ladungen e_i exakt berechnen und hat im Integranden der Gleichung (1.16) die Form:

$$\frac{d^2\hat{\sigma}_i(eq \rightarrow eq)}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} e_i^2 [1 + (1-y)^2] \delta(x - \xi). \quad (1.17)$$

Mit der δ -Funktion in obiger Gleichung wird die Variable ξ auf x fixiert mit der Bedeutung, daß sich im Rahmen des QPM die Björken-Variable x der Gleichung (1.8) als der relative Impulsbruchteil ξ des gestreuten Quarks am Proton interpretieren läßt. Nach Einsetzen der Gleichung (1.17) in Gleichung (1.16) und Vergleich mit Gleichung (1.12) ergibt sich für die gesuchten Strukturformeln $F_{1,2}$ der folgende einfache Ausdruck:

$$F_2(x) = 2x \cdot F_1(x) = x \sum_i e_i^2 q_i(x), \quad (1.18)$$

wobei sich die Summation über alle Quark- und Antiquarksorten („flavors“) erstreckt. Der angegebene Zusammenhang zwischen F_1 und F_2 wird als „Callan-Gross-Relation“ bezeichnet und resultiert aus der Tatsache, daß Quarks Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen sind (Gleichung (1.17)). Aus der Callan-Gross-Relation folgt, daß die longitudinale Strukturformel F_L und damit auch R gemäß Gleichung (1.13) und Gleichung (1.14) verschwinden. Hätten Quarks den Spin 0, dann bliebe F_2 unverändert, F_1 wäre jedoch identisch Null.

Als zweites wichtiges Ergebnis ist festzuhalten, daß die Strukturformeln $F_{1,2}$ im QPM nur von der dimensionslosen Variable x und nicht von Q^2 abhängen. Diese Skaleninvarianz wurde im Jahre 1969 am Linearbeschleuniger SLAC in Stanford experimentell für Werte $x \simeq 0.25$ bestätigt [BRE69], [BLOO69].

Die Erweiterung dieses einfachen Modells zur Beschreibung der Substruktur der Nucleonen erfolgt im Rahmen der Quantenchromodynamik (QCD), die Thema des nächsten Abschnitts ist.

1.3 Die Quantenchromodynamik (QCD)

In dem QPM werden die Partonen des Protons mit den geladenen Quarks identifiziert. Folglich muß die Impulssumme über alle Quark-Parton-Dichten $q_i(x)$

$$\sum_i \int_0^1 dx x P q_i(x) = P - P_g \quad (1.19)$$

wieder den Gesamtimpuls P des Protons ergeben, d.h. der Anteil P_g in obiger Gleichung ist im QPM Null. Experimentell wurde jedoch für den Impulsbruchteil $\epsilon_g = P_g/P$ aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten der tiefunelastischen Elektron-Nukleon-Streuung der Wert $\epsilon_g \simeq 0.46$ bestimmt [HAL84]. Dieser Impulsbruchteil wird den neutralen Gluonen zugeschrieben, den Eichbosonen der starken Wechselwirkung.

Die starke Wechselwirkung der Quarks und Gluonen wird im Rahmen des Standard-Modells durch die nichtabelsche Eichtheorie der Quantenchromodynamik (QCD) beschrieben, die auf der Symmetriegruppe $SU(3)_{Color}$ basiert [NAC86]. In der QCD wird die Wechselwirkung zwischen den massiven Quarks, die Farbladung tragen, durch den Austausch der masselosen Gluonen vermittelt. Bezüglich der Farbladung bilden die Quarks Triplet- und die Gluonen Oktettzustände. Eine wichtige Konsequenz aus dem nichtabelschen Charakter der Eichgruppe ist die Möglichkeit der Selbstkopplung der Gluonen (Drei-Gluon-Vertex).

Kopplungskonstante α_s

Die Stärke der Kopplung ist durch die Kopplungskonstante α_s gegeben, für die sich eine Skalenabhängigkeit μ_r ergibt, weil die QCD aufgrund der auftretenden Divergenzen renormiert werden muß. Die Lösung für α_s kann aus der Renormierungsgruppengleichung bis auf einen Parameter (Λ) bestimmt werden. Das Ergebnis der Störungsrechnung für α_s in nächsthöherer Ordnung (NLO, *next-to-leading order*) lautet:

$$\alpha_s^{NLO}(\mu_r^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu_r^2/\Lambda^2)} - \frac{4\pi\beta_1 \ln(\ln(\mu_r^2/\Lambda^2))}{\beta_0^2 [\ln(\mu_r^2/\Lambda^2)]^2}, \quad (1.20)$$

mit $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$ und $\beta_1 = 102 - \frac{38}{3}n_f$.

Den entsprechenden Ausdruck für α_s in führender Ordnung (LO, *leading order*) erhält man, indem nur der erste Term in obiger Gleichung berücksichtigt wird ($\beta_1 = 0$). In der Berechnung für $\alpha_s(\mu_r^2)$ geht nur die Anzahl n_f der aktiven Quarksorten (*flavors*) ein, deren Masse kleiner als μ_r ist. Um einen stetigen Verlauf der Kopplungskonstanten α_s in Abhängigkeit von μ_r^2 zu gewährleisten, werden die Sprünge bei den Massenschwellen der Quarks in dem Parameter Λ absorbiert, d.h. $\Lambda = \Lambda(n_f)$. Zudem hängt Λ in der Rechnung in nächsthöherer Ordnung (NLO) von dem gewählten Renormierungsschema ab.

Verglichen mit der Kopplungskonstanten α der QED zeigt die Kopplungskonstante α_s der QCD ein gegensätzliches Skalenverhalten. Für $\mu_r \rightarrow \infty$ verschwindet $\alpha_s(\mu_r^2)$ („asymptotische Freiheit“), für $\mu_r \rightarrow \Lambda$ wird α_s beliebig groß („*confinement*“). Letzteres ist der Grund dafür, daß keine freien Quarks beobachtet werden können. In den weiteren Betrachtungen wird die Renormierungsskala μ_r^2 mit Q^2 , dem Quadrat des Viererimpulsübertrages, identifiziert.

1.3.1 Störungstheoretische QCD und Entwicklungsgleichungen

Welche Vorhersagen sind nun im Rahmen der QCD möglich über beobachtbare Größen, wie z.B. den Wirkungsquerschnitt bzw. die Strukturfunktionen $F_{1,2}$ der Gleichung (1.12) und inwieweit stellt die QCD eine Erweiterung des QPM dar?

Dazu wird der Lepton-Quark-Wirkungsquerschnitt $d\hat{\sigma}$ der Gleichung (1.17) in einer Störungsreihe der Kopplungskonstanten α_s entwickelt.

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_0 + \alpha_s(\mu_r^2)\hat{\sigma}_1 + \alpha_s^2(\mu_r^2)\hat{\sigma}_2 + \dots \quad (1.21)$$

Abbildung 1.3 zeigt die beiden reellen Prozesse in niedrigster Ordnung α_s ($\mathcal{O}(\alpha_s)$), die zum Wirkungsquerschnitt $d\sigma(ep \rightarrow eX)$ beitragen. Dies sind in Abbildung 1.3 a) die

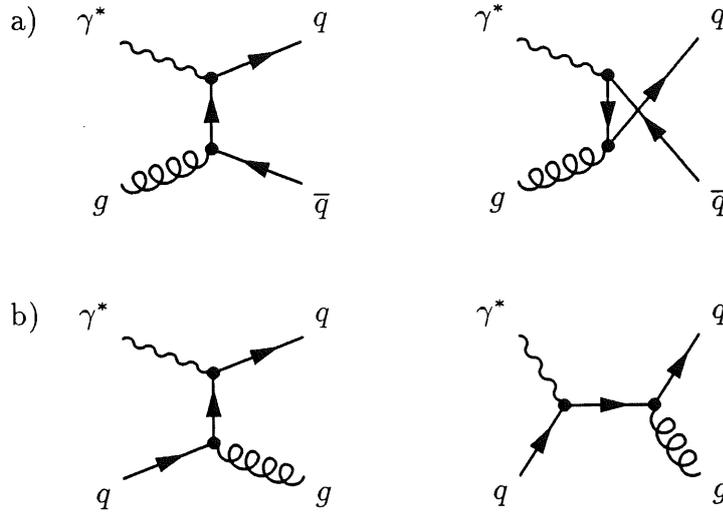


Abbildung 1.3: Die Feynman-Graphen der beiden reellen Prozesse in niedrigster Ordnung α_s : a) Boson-Gluon-Fusion, b) QCD-Compton-Prozeß.

„Boson-Gluon-Fusion“ ($\gamma^*g \rightarrow q\bar{q}$) und in Abbildung 1.3 b) der „QCD-Compton-Prozeß“ ($\gamma^*q \rightarrow qg$). Der Einfluß der QCD-Prozesse zur Ordnung α_s auf die Strukturfunktion F_2 wird zunächst anhand des QCD-Compton-Prozesses ($\gamma^*q \rightarrow qg$) erläutert. In dem inklusiven Wirkungsquerschnitt $d\hat{\sigma}$ wird also die Abstrahlung eines Gluons im Anfangs- oder Endzustand berücksichtigt. Dadurch ändert sich der Ausdruck für F_2 gemäß:

$$\begin{aligned} F_2(x, Q^2) &= x \sum_i e_i^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i(\xi) \left[\delta \left(1 - \frac{x}{\xi} \right) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) \right] \quad (1.22) \\ &= x \sum_i e_i^2 (q_i(x) + \Delta q_i(x, Q^2)) \end{aligned}$$

mit

$$\Delta q_i(x, Q^2) := \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q_i(\xi) P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right). \quad (1.23)$$

Ein Vergleich dieses neuen Ausdrucks für F_2 mit demjenigen in Gleichung (1.18) zeigt, daß die ursprüngliche Skaleninvarianz nicht mehr gegeben ist, vielmehr führt die QCD-Korrektur zur Ordnung α_s zu einer logarithmischen Skalenabhängigkeit $F_2(x) \rightarrow F_2(x, Q^2) \propto \ln(Q^2/\mu^2)$. Durch den Abschneideparameter μ wird das Auftreten kollinear Singularitäten für $p_\perp^2 \rightarrow 0$ verhindert, wobei p_\perp den Transversalimpuls zwischen den auslaufenden Partonen bezeichnet. Diese kollinearen Singularitäten sind universell, d.h. unabhängig vom Prozeß und können deshalb wie in Gleichung (1.23) in die Quarkdichten $q_i(x)$ absorbiert werden, die damit skalenabhängig werden ($q_i(x) \rightarrow q_i(x, Q^2)$)¹. Experimentell wurde die Verletzung der Skaleninvarianz bereits in vielen Experimenten beobachtet, wie z.B. BCDMS [BCD89] und NMC [NMC92] am CERN.

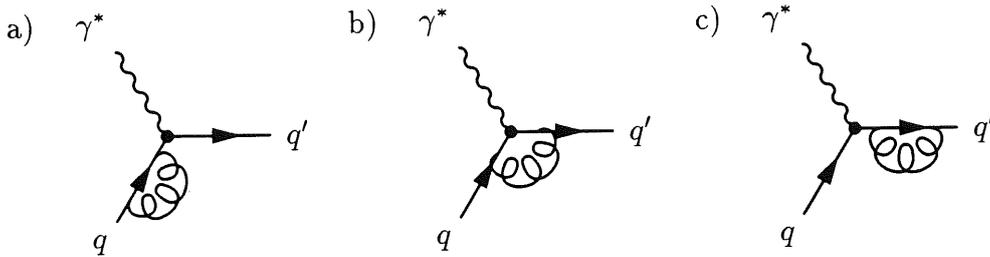


Abbildung 1.4: Virtuelle QCD-Korrekturen der $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ zu dem QPM-Prozeß der Abbildung 1.2. a), c): Selbstenergiekorrekturen des ein- und auslaufenden Quark, b): Vertexkorrektur.

Bei der Berechnung des inklusiven Wirkungsquerschnittes $d\hat{\sigma}$ tritt neben der kollinearen Singularität ($p_\perp^2 \rightarrow 0$), die in die Quarkdichten $q_i(x)$ absorbiert wurde, zusätzlich eine Infrarot-Divergenz in der Verzweigungsfunktion P_{qq} auf (siehe Gleichung (1.26)). Diese Infrarot-Divergenz wird jedoch durch Divergenzen kompensiert, die von den in Abbildung 1.4 dargestellten virtuellen Korrekturen (Schleifendiagramme) herrühren [HAL84].

Die dynamische Entwicklung der Partondichten mit Q^2 , sowohl der Quarkdichten $q_i(x, Q^2)$ als auch der Gluondichte $g(x, Q^2)$, kann quantitativ mit Hilfe der DGLAP-Gleichungen beschrieben werden, die von G. Altarelli und G. Parisi [ALT77] und parallel von Y.L. Dokshitzer, V.N. Gribov und L.N. Lipatov [GRI72], [DOK77] entwickelt worden sind.

DGLAP-Gleichungen in niedrigster Ordnung α_s

Auf der Basis von Gleichung (1.23) läßt sich die dynamische Q^2 -Entwicklung der Partondichten in dem folgenden System von $(n_f + 1)$ gekoppelten Integro-Differentialgleichungen

¹Die Faktorisierung der kollinearen Singularitäten findet in jeder Ordnung der Störungsreihe statt.

schreiben:

$$\frac{d q_i(x, Q^2)}{d \ln(Q^2)} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left(q_i(\xi, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right) + g(\xi, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right) \quad (1.24)$$

$$\frac{d g(x, Q^2)}{d \ln(Q^2)} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left(\sum_i q_i(\xi, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{\xi} \right) + g(\xi, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \right) \quad (1.25)$$

Gleichung (1.24) läßt sich folgendermaßen interpretieren: Ein Quark q_i mit Impulsbruchteil x kann entweder von einem Quark oder einem Gluon mit einem Impulsbruchteil $\xi > x$ stammen. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist proportional zu $\alpha_s P_{qq}$, bzw. $\alpha_s P_{qg}$ und den Partondichten $q_i(\xi, Q^2)$ bzw. $g(\xi, Q^2)$ an dieser Stelle. Die Integration bedeutet dann die Summation über alle möglichen Impulsbruchteile ($x < \xi < 1$). Für Gleichung (1.25) gilt entsprechendes.

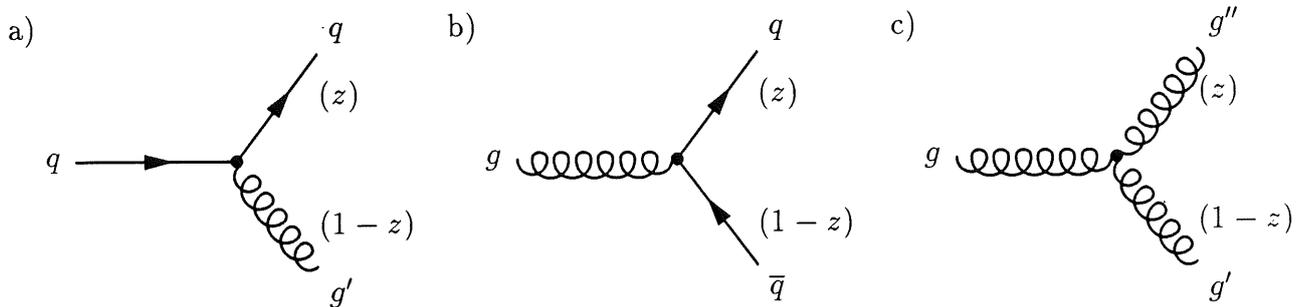


Abbildung 1.5: Feynman-Graphen reeller Prozesse zur Ordnung α_s : **a)** Der Quark-Gluon-Vertex (P_{qq} , P_{qg}), **b)** die Paarbildung (P_{qg}) und **c)** der Drei-Gluon-Vertex des Gluons (P_{gg}).

Die Verzweigungsfunktionen $P_{ij}(z)$ geben die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß ein Parton j mit Viererimpuls p_j unter Abstrahlung eines weiteren Partons in ein Parton i mit reduziertem Impuls $z \cdot p_j$ ($0 \leq z \leq 1$) übergeht; das abgestrahlte Parton somit den Impuls $(1-z)p_j$ trägt². In Abbildung 1.5 sind die zu den Verzweigungsfunktionen $P_{ij}(z)$ gehörenden Feynman-Graphen dargestellt. Die Symmetrie der Feynman-Graphen für die Paarbildung und den Drei-Gluon-Vertex spiegelt sich in den zugehörigen Verzweigungsfunktionen hinsichtlich der Vertauschbarkeit ihrer Argumente wider, d.h. $P_{qg}(z) = P_{qg}(1-z)$ und $P_{gg}(z) = P_{gg}(1-z)$. Abgesehen von der Kopplung des virtuellen Photons entspricht der Quark-Gluon-Vertex dem QCD-Compton-Prozeß und der Prozeß der Paarbildung dem Boson-Gluon-Fusion. Aus den Verzweigungsfunktionen und den zugrundeliegenden Feynman-Graphen wird erkennbar, daß die dynamische Entwicklung der Quarkdichten³ und der Gluondichte nicht entkoppelt betrachtet werden kann.

²Die Gleichung für den Viererimpuls $p_i = z \cdot p_j$ gilt aufgrund der Energie- und Impulserhaltung nur für masselose Partonen in der kollinearen Approximation, $p_\perp \ll p_\parallel$.

³Die dynamisch aus dem Paarbildungsprozeß ($g \rightarrow q\bar{q}$) entstehenden Quark-Antiquark-Paare bezeichnet man als „See“-Quarks. Damit wird für jede Quarksorte eine Aufspaltung in einen See- und einen Valenzteil: $q = q_{val} + q_{see}$ möglich.

Die Verzweigungsfunktionen in den Integranden der Funktionen (1.24) und (1.25) sind in niedrigster Ordnung α_s (LO) durch folgende Ausdrücke gegeben:

$$P_{qq} = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+ + 2\delta(1-z), \quad (1.26)$$

$$P_{gq} = \frac{4}{3} \frac{1+(1-z)^2}{z}, \quad (1.27)$$

$$P_{qg} = \frac{1}{2} (z^2 + (1-z)^2), \quad (1.28)$$

$$P_{gg} = 6 \left(\frac{1-z}{z} + z(1-z) + \left[\frac{z}{1-z} \right]_+ + \frac{11}{12} \delta(1-z) \right) - \frac{n_f}{3} \delta(1-z), \quad (1.29)$$

wobei die Distribution $[f(z)/(1-z)]_+$ in den Ausdrücken für P_{qq} und P_{gq} folgendermaßen definiert ist:

$$\int_x^1 dz g(z) \left[\frac{f(z)}{(1-z)} \right]_+ := \int_x^1 dz \frac{(g(z) - g(1))f(z)}{1-z} - \int_0^x dz \frac{f(z)}{1-z}. \quad (1.30)$$

Die Verzweigungsfunktion P_{qq} ist für $z \rightarrow 1$, d.h. bei Abstrahlung niederenergetischer Gluonen, zunächst infrarot-divergent. Werden jedoch die virtuellen Korrekturen der Abbildung 1.4, die ebenfalls singulär für $z = 1$ sind, in der Berechnung berücksichtigt, dann heben sich die einzelnen Singularitäten gerade heraus und es ergibt sich für P_{qq} der Ausdruck der Gleichung (1.26) mit einer Distribution der Form gemäß Gleichung (1.30) und $f(z) = 1 + z^2$. Entsprechendes gilt für die Verzweigungsfunktion P_{gq} in Gleichung (1.29) mit $f(z) = z$.

Die DGLAP-Gleichungen beschreiben eine störungstheoretische Entwicklung der Partondichten nach Potenzen der Form $(\alpha_s(Q^2) \ln(Q^2/\mu^2))^n$. Um die Q^2 -Abhängigkeit der Partondichten mit Hilfe der gekoppelten Integro-Differentialgleichungen (1.24) und (1.25) berechnen zu können, müssen die Partondichten zunächst an einem festen Wert Q_0^2 definiert werden. Q_0^2 muß hierfür ausreichend groß gewählt werden, damit die starke Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$ für diese störungstheoretische Entwicklung ausreichend klein ist. Über die x -Abhängigkeit der Partondichten kann keine Aussage gemacht werden, sie muß vielmehr in die Anfangsparametrisierungen $q_i(x, Q_0^2)$, $g(x, Q_0^2)$ hineingesteckt werden.

In den DGLAP-Gleichungen der Ordnung α_s gilt aufgrund der kollinearen Approximation ein strenges Ordnungsschema für den Transversalimpuls p_\perp sukzessiver Partonemissionen ($Q_0^2 \ll p_{1\perp}^2 \ll p_{2\perp}^2 \ll \dots \ll Q^2$). Der Bereich, in dem die Approximation der DGLAP-Gleichungen gültig ist, wird durch

$$\begin{aligned} \alpha_s(Q^2) \ln(Q^2/Q_0^2) &\simeq 1 \\ \alpha_s(Q^2) \ln(1/x) &\ll 1 \\ \alpha_s(Q^2) &\ll 1 \end{aligned} \quad (1.31)$$

begrenzt.

Die Vorhersagekraft der DGLAP-Gleichungen beschränkt sich auf die Q^2 -Entwicklung der Partondichten. Für den Bereich sehr kleiner x ist eine entsprechende Evolutionsgleichung zur Beschreibung der dynamischen Entwicklung der Partondichten in x von Balitsky, Fadin, Kuraev und Lipatov (BFKL) entwickelt worden [LIP77], [BAL78].

BFKL-Gleichung

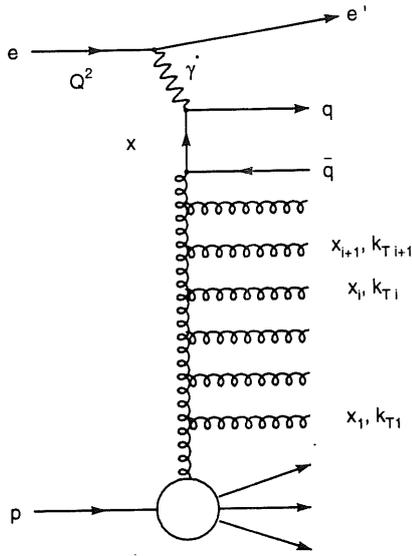


Abbildung 1.6: Gluon-„Leiterdiagramm“ zur Darstellung der ep-Streuung im Bereich niedriger x , in dem die Struktur des Protons von den Gluonen dominiert wird.

Die BFKL-Gleichung beschreibt eine störungstheoretische Entwicklung der Partondichten nach Potenzen der Form $(\alpha_s \ln(1/x))^n$ mit fester Koppelkonstante α_s . Die Wechselwirkung wird durch eine „Gluon-Leiter“, wie sie in Abbildung 1.6 zu sehen ist, beschrieben. Die Farbe der einzelnen Gluonen wird so gewählt, daß die Summation über alle Gluonen ein farbloses Objekt (BFKL-Pomeron) ergibt. Die Lösung der BFKL-Gleichung sagt mit abnehmenden x einen steilen Anstieg der Gluondichte voraus, die im Bereich niedriger x den Hauptbeitrag der Partondichten ausmacht und damit das Verhalten des Wirkungsquerschnittes bestimmt:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x g(x, Q^2) \propto x^{-\lambda} \quad \text{mit} \quad \lambda \simeq 0.5. \quad (1.32)$$

Der Gültigkeitsbereich der BFKL-Gleichung liegt in der x - Q^2 -Ebene komplementär zu dem der DGLAP-Gleichungen:

$$\begin{aligned} \alpha_s(Q_0^2) \ln(Q^2/Q_0^2) &\ll 1 \\ \alpha_s(Q_0^2) \ln(1/x) &\simeq 1 \\ \alpha_s(Q_0^2) &\ll 1 \end{aligned} \quad (1.33)$$

Mit einem derartigen Anstieg der Gluondichte, wie er in Gleichung (1.32) vorhergesagt wird, würde die Strukturfunktion F_2 und damit auch der Photoproduktionswirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$ für $x \rightarrow 0$ über alle Grenzen wachsen. Die Unitarität [FRO61]

$$\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p} \simeq \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} F_2(x, Q^2) < 2\pi R_p^2(s) \quad (1.34)$$

wäre in Folge dessen verletzt, da der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$ durch den „Protonradius“ $R_p(s)$ in Gleichung (1.34) begrenzt ist. Um die Unitarität zu gewährleisten, muß daher bei sehr kleinen x ein Mechanismus einsetzen, der ein weiteres Anwachsen der Gluondichte verhindert bzw. dämpft. Ein Ansatz basiert auf der Annahme, daß mit zunehmender Gluondichte auch die Wahrscheinlichkeit für die Rekombination der Gluonen zunimmt, so daß es einen Sättigungspunkt geben muß, in dem Gluonemissionen und Gluonrekombinationen im Gleichgewicht sind, und damit ein weiteres Ansteigen der Gluondichte verhindert

wird [GLRS1]. Dieser Effekt der Gluonrekombination könnte ab einem bestimmten x zu einer Abflachung des Wirkungsquerschnittes führen.

1.3.2 Korrekturen der nächsthöheren Ordnung in α_s

Die Berechnung der dynamischen Q^2 -Abhängigkeit der Partondichten unter Berücksichtigung der nächsthöheren Ordnung in α_s (NLO, *next-to-leading order*) liefert zusätzliche Korrekturterme. Eine eindeutige Aufteilung dieser Beiträge auf die Partondichten und die Verzweigungsfunktionen ist nicht mehr möglich. Somit resultiert aus der Rechnung in NLO immer eine Abhängigkeit von dem gewählten Renormierungs- bzw. Faktorisierungsschema. Häufig verwendet werden das $\overline{\text{MS}}$ - und das DIS-Schema [COL82], [ALT79]. Physikalisch beobachtbare Größen, wie z.B. Wirkungsquerschnitte oder Strukturfunktionen müssen unabhängig von dem gewählten Schema sein.

Im DIS-Schema sind die Partondichten so definiert, daß sich für $F_2(x, Q^2)$ wieder der einfache Ausdruck gemäß Gleichung (1.18) ergibt, d.h.

$$\frac{1}{x} F_2(x, Q^2) \stackrel{\text{NLO}}{\equiv} \sum_i e_i^2 q_i(x, Q^2)^{\text{DIS}}. \quad (1.35)$$

Die Umrechnung der Partondichten von dem DIS in das $\overline{\text{MS}}$ -Schema kann im Anhang A nachgelesen werden.

Ein wichtiges Resultat der Rechnung in NLO ist, daß sich für die longitudinale Strukturfunktion $F_L(x, Q^2)$ der Gleichung (1.14) ein von Null verschiedener Ausdruck ergibt

$$\begin{aligned} F_L^{\text{NLO}}(x, Q^2) &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left(\frac{8}{3} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left(\frac{x}{\xi} \right)^2 F_2^{\text{LO}}(\xi, Q^2) \right. \\ &\quad \left. + 4 \left(\sum_i e_i^2 \right) \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left(\frac{x}{\xi} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{x}{\xi} \right) \right) \xi g^{\text{LO}}(\xi, Q^2) \right), \quad (1.36) \end{aligned}$$

und damit die Callan-Gross-Relation der Gleichung (1.18) ihre Gültigkeit verliert.

Im Gegensatz zu den LO-DGLAP-Gleichungen (1.24) und (1.25) entsprechen die NLO-DGLAP-Gleichungen einer störungstheoretischen Entwicklung der Partondichten nach Potenzen von $\alpha_s(Q^2)(\alpha_s(Q^2) \ln(Q^2))^n$ und $(\alpha_s(Q^2) \ln(Q^2))^n$. In dieser Rechnung gilt das strenge Ordnungsschema für den Transversalimpuls p_\perp sukzessiver Partonemissionen nicht mehr.

1.3.3 Partondichte-Parametrisierungen

Bis zum jetzigen Zeitpunkt sind eine Vielzahl von Partondichte-Parametrisierungen entwickelt worden. Von besonderem Interesse sind vor allem diejenigen, denen Entwicklungsgleichungen im Rahmen der QCD zugrundeliegen. Bei den meisten Parametrisierungen erfolgt eine Anpassung an die Daten mit Hilfe „freier“ Parameter. Deswegen ist die Aussagekraft der Parametrisierungen hinsichtlich der zugrundeliegenden theoretischen Modelle

besonders groß, wenn keine oder nur wenige solcher Parameter verwendet werden. Außerdem dienen Parametrisierungen der Vorhersage des Verlaufs von Partondichten in kinematischen Bereichen, für die bisher keine Daten vorliegen. Wird dieser Bereich experimentell erschlossen, dann kann zwischen den verschiedenen Parametrisierungen diskriminiert werden. Auch hier bestätigt sich das folgende Zitat von Milton Fridman (amerikanischer Volkswissenschaftler, *Brooklyn 31.7.1912):

„Viewed as a body of substantive hypotheses, theorie is to be judged by its predictive power for the class of phenomena which it is intended to 'explain'. Only factual evidence can show whether it is 'right' or 'wrong' or, better, tentatively 'accepted' as valid or 'rejected'... the only valid test of the validity of a hypothesis is comparison of its predictions with experience.“ (FRIEDMAN, 1953).

In der vorliegenden Analyse wird die Strukturfunktion F_2 in dem folgenden kinematischen Bereich bestimmt: $0.00005 \leq x \leq 0.00251$ und $2.0 \leq Q^2 \leq 15.0 \text{ GeV}^2$. Es stellt sich deshalb die Frage, ob in diesem niedrigen x - und Q^2 -Bereich die DGLAP-Evolutionsgleichungen noch erfolgreich zur Beschreibung der Strukturfunktion F_2 angewendet werden können. Außerdem erlaubt die experimentell bestimmte x -Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2 die Überprüfung verschiedener im Rahmen der Regge-Theorie entwickelten Modelle. Im folgenden werden exemplarisch drei Parametrisierungen vorgestellt, mit denen die Ergebnisse der Messung in Kapitel 4 verglichen werden.

Störungstheoretische DGLAP-Gleichungen

Die betrachtete GRV(94)-Parametrisierung [GRV95] von Glück, Reya und Vogt basiert auf den NLO-DGLAP-Gleichungen. Die Valenz-Partondichten werden bei einer extrem niedrigen Skala $Q_0 \simeq 3\Lambda \simeq 0.5 \text{ GeV}$ definiert und dann zu höheren Q^2 entwickelt. Dieser Modellansatz unterscheidet sich damit deutlich von anderen, wie z.B. der MRS- [MRS94] und CTEQ-Gruppe [CTEQ95]. Diese Gruppen beginnen mit der Entwicklung erst bei sehr viel höheren Werten für Q_0^2 , MRS: $Q_0^2 \simeq 4 \text{ GeV}^2$ und CTEQ: $Q_0^2 \simeq 2.6 \text{ GeV}^2$.

Für die x -Abhängigkeit der Valenzquarkdichten werden Anfangsparametrisierungen $q_i(x, Q_0^2)$ der Form

$$x q_i(x, Q_0^2) = A_i x^{B_i} (1 + C_i \sqrt{x} + D_i x + E_i x^{3/2}) (1-x)^{F_i} \quad (1.37)$$

gewählt. Der Versuch, die Gluondichte $g(x, Q^2)$ und den See $\bar{q}_i(x, Q^2)$ rein dynamisch zu erzeugen, ist zugunsten des folgenden Ansatzes aufgegeben worden:

$$x g(x, Q_0^2) = A_g x^{B_g} (1-x)^{C_g}, \quad x \bar{q}_i(x, Q_0^2) = \bar{A}_i x^{\bar{B}_i} (1-x)^{\bar{C}_i}. \quad (1.38)$$

Diese zusätzliche Annahme war notwendig geworden, um den steilen Anstieg von F_2 bei niedrigen x auch quantitativ korrekt beschreiben zu können.

Mit dem obigen Ansatz für die Partondichten führt die Q^2 -Entwicklung mit Hilfe der NLO-DGLAP-Evolutionsgleichungen für $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2$ zu den in Abbildung 1.7 dargestellten Valenz- (u_v, d_v) und Seequarkdichten ($\bar{u} + \bar{d}$). Während in dem Bereich $x \simeq 0.3$ die Valenzquarks die Proton-Strukturfunktion F_2 bestimmen, sind es im Bereich niedriger x fast ausschließlich die Seequarks. Die Gluondichte $g(x)$ zeigt ebenso wie die der Seequarks einen starken Anstieg zu kleinen Werten von x .

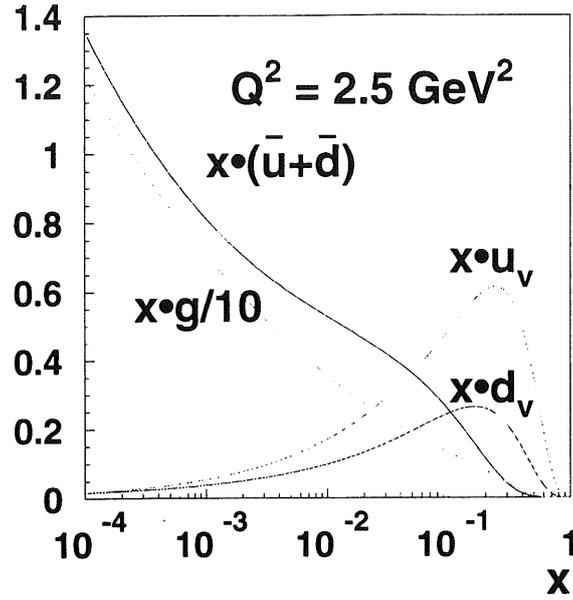


Abbildung 1.7: Partondichtefunktionen der NLO-GRV(94)-Parametrisierung für $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2$ im DIS-Schema. Dargestellt sind die Valenzquarkdichten $xu_v(x)$, $xd_v(x)$ und Seequarkdichten $x(\bar{u}(x) + \bar{d}(x))$ sowie die mit dem Faktor 1/10 skalierte Gluondichte $xg(x)$.

Nicht störungstheoretische Regge-Theorie

Der gemessene totale Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt ($\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$) kann im Rahmen der Regge-Theorie durch eine einfache Summe zweier Regge-Trajektorien beschrieben werden [DOLA92], [DOLA94]:

$$\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}(ys) \propto A(ys)^{\Delta_1} + B(ys)^{\Delta_2} \quad \text{mit } \Delta_1 = 0.0808, \quad \Delta_2 = -0.4525. \quad (1.39)$$

Der erste Interzept $\alpha_P = 1 + \Delta_1$ wird mit dem weichen „Pomeron“, der zweite $\alpha_R = 1 + \Delta_2$ mit dem „Reggeon“ identifiziert.

Für das asymptotische Verhalten von F_2 bei festem Q^2 und $x \rightarrow 0$ sagt die Regge-Theorie einen Verlauf für $F_2(x, Q^2) \propto x^{-\Delta}$ voraus. In der Parametrisierung der Strukturfunktion F_2 von Donnachie und Landshoff [DOLA94] werden die Werte für $\Delta_{1,2}$ in Gleichung (1.39) übernommen und führen zu folgendem Ansatz:

$$F_2(x, Q^2) \propto (C x^{-\Delta_1} + D x^{-\Delta_2}). \quad (1.40)$$

Dabei dominiert für kleine x der erste Beitrag $x^{-\Delta_1}$ des weichen Pomerons. Im Vergleich dazu sagt die störungstheoretische BFKL-Gleichung mit einem $\Delta \simeq 0.5$ einen deutlich steileren Anstieg für F_2 voraus.

In der Parametrisierung von Capella, Kaidalov, Merino und Tran Thanh Van [CKMT94] wird ein Ansatz mit einem „effektiven“ Q^2 -abhängigen Pomeron-Interzept gewählt. Für $F_2(x, Q^2)$ ergibt sich ein Ausdruck der Form:

$$F_2(x, Q^2) \propto x^{-\Delta(Q^2)}. \quad (1.41)$$

Verglichen mit der Parametrisierung von Donnachie und Landshoff zeigt diese Parametrisierung für $x \rightarrow 0$ einen steileren Anstieg für F_2 .

Kapitel 2

HERA und der H1-Detektor

2.1 Die Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA

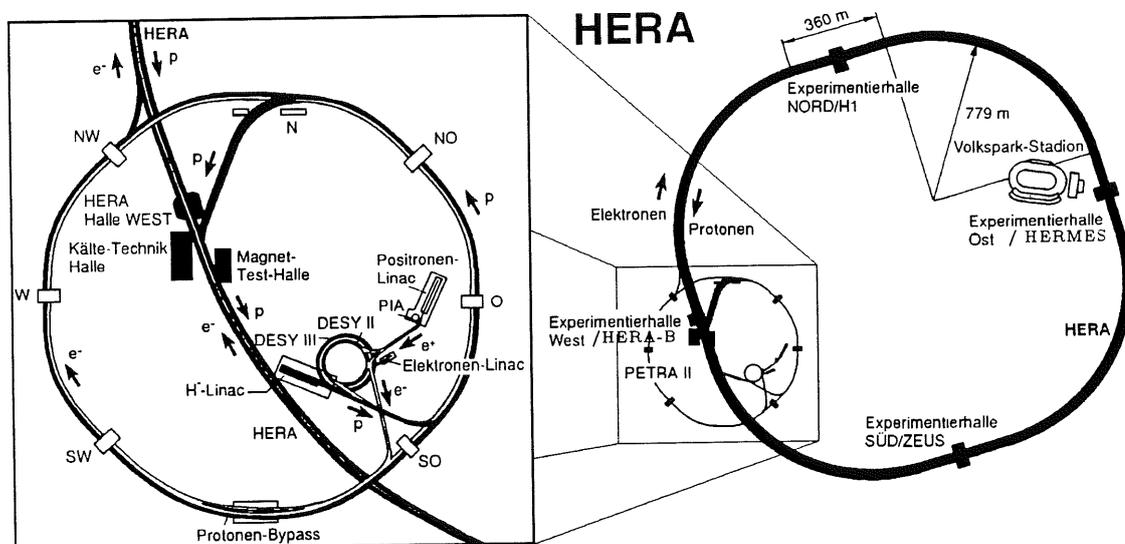


Abbildung 2.1: In dem Speicherring HERA mit einer Länge von 6.3 km werden Leptonen (e^\pm) und Protonen auf Endenergien von 27.5 GeV bzw. 820 GeV beschleunigt. Vergrößert dargestellt sind die Vorbeschleuniger bestehend aus Linearbeschleunigern und den Speicherringen DESY und PETRA.

Die Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA beim Deutschen Elektron Synchrotron DESY in Hamburg ist der weltweit erste Speicherring, in dem Leptonen¹ und Protonen zur Kollision gebracht werden. Im Juni 1992 konnten nach sechsjähriger Bauzeit der Ringanlage die ersten ep-Kollisionen beobachtet werden. Wie Abbildung 2.1 zeigt, bietet der HERA-Tunnel in vier Hallen Platz für Experimente, wobei die Datennahme und Analyse in den Jahren 1992 bis 1994 auf die beiden Experimente H1 (Halle Nord) und ZEUS (Halle Süd) beschränkt waren. Seit 1995 hat zusätzlich das Experiment HERMES [HERMES95]

¹Ab Mitte 1994 wurde bei HERA zur Verbesserung der Lebensdauer des Leptonstrahls von Elektronen auf Positronen umgestellt.

(Halle Ost) mit der Datennahme begonnen. Die Inbetriebnahme des letzten Experiments HERA-B [HERAB94] (Halle West) beginnt voraussichtlich im Jahre 1996.

Die Lepton- und Protonstrahlen werden in zwei getrennten Ringen, die im HERA-Tunnel (6.3 km Länge) übereinander angeordnet sind, beschleunigt und gespeichert. Um die Protonen bei dem hohen Impuls auf der Kreisbahn des HERA-Tunnels zu halten, werden supraleitende Dipolmagnete mit Feldstärken von 4.7 T benutzt. Zur Aufrechterhaltung der Supraleitung werden die Magneten mit flüssigem Helium auf eine Temperatur von 4.5 K gekühlt. Vor der Injektion in den HERA-Tunnel werden die Leptonen und Protonen mit Linearbeschleunigern und den Ringanlagen DESY und PETRA auf 12 GeV bzw. 40 GeV vorbeschleunigt (Abbildung 2.1). In dem HERA-Speicherring werden sie dann auf ihre Endenergien beschleunigt, die für die Leptonen bei 30 GeV (27.5 GeV) und für die Protonen bei 820 GeV liegen (siehe Tabelle 2.1). Die Proton- und Leptonstrahlen bestehen nicht aus einem kontinuierlichen Strom, sondern aus maximal 210 Paketen mit einem Abstand von 28.8 m ($96 \text{ ns} \cong 10.4 \text{ MHz}$). Die Beschleunigung erfolgt mittels Hochfrequenz-Beschleunigungsstrecken, die mit Vielfachen des HERA-Taktes von 10.4 MHz^2 betrieben werden. Wenn die Sollenergie beider Strahlen erreicht ist, werden sie mittels Steuermagneten in den Wechselwirkungszonen der Experimente zur Kollision gebracht. Im Jahre 1994 waren von den maximal 210 Paketen nur 170 Proton- bzw. 168 Leptonpakete gefüllt (Tabelle 2.1). Für 15 Pakete des Leptonstrahls und 17 Pakete des Protonstrahls gab es keinen Kollisionspartner. Diese Pilotpakete können für Untergrundstudien genutzt werden. Zudem ist HERA in der Lage, mittels der Steuermagnete den Wechselwirkungspunkt um ca. 60 cm in Richtung des Protonstrahls zu verschieben. Damit wird den Experimenten eine Datennahme in einem erweiterten kinematischen Bereich ermöglicht. Dies ist für jeweils einen Teil der Strahlzeiten der Jahre 1993 bis 1995 erfolgt.

HERA Parameter									
Parameter	1993		1994		1995		Design		
	e ⁻	p	e [±]	p	e ⁺	p	e ⁻	p	
Strahlenergie [GeV]	26.7	820	27.5	820	27.5	820	30	820	
Strahlstrom [mA]	8	11	16	39	18	54	58	159	
Teilchenpakete	84+10	84+6	153+15	153+17	174+15	174+6	210	210	
Integrierte Luminosität [nb ⁻¹]	880		5590		10095		10 ⁵		
- von H1 genutzt [nb ⁻¹]	529		3983		5538		-		
- verschobener Vertex [nb ⁻¹]	2.4		58		149		-		
Schwerpunktsenergie [GeV]	296		300		300		314		

Tabelle 2.1: Die Tabelle zeigt einige Parameter von HERA. Die Strahlströme sind Durchschnittswerte. Für die Teilchenpakete sind jeweils die Anzahl für die kollidierenden und nicht kollidierenden Pakete angegeben. Bei der Angabe der integrierten Luminosität sind drei Werte zu unterscheiden: Die von HERA produzierte Luminosität, die von dem H1-Experiment für die Datenanalyse genutzte und die Luminosität der speziellen Daten, bei denen der Wechselwirkungspunkt verschoben war.

Die vorliegende Arbeit wurde am H1-Experiment durchgeführt, wobei für die Analyse die speziellen Daten des Jahres 1994 mit einer integrierten Luminosität von 58 nb^{-1} benutzt worden sind, bei denen der Wechselwirkungspunkt verschoben war.

²Die Hochfrequenz für die Leptonen beträgt 500 MHz (gerundet), die der Protonen 208 MHz (bei Injektion in PETRA: 54 MHz).

2.2 Der H1-Detektor

2.2.1 Detektorkomponenten

Der H1-Detektor [H1C93], [H1C96a], der sich im HERA-Speicherring in der Halle Nord befindet, dient dem Nachweis der Reaktionsprodukte, die bei der Wechselwirkung von Leptonen an Protonen entstehen. Bei dem Design des Detektors wurde auf eine gute Teilchenidentifikation sowie eine gute Energie- und Spurbestimmung von Leptonen und Hadronen Wert gelegt.

Übersicht

Abbildung 2.2 zeigt eine perspektivische Darstellung des Hauptdetektors des H1-Experiments, bei der man das Bestreben einer möglichst vollständigen Raumakzeptanz erkennen kann. Aufgrund der unterschiedlichen Energien des Lepton- und Protonstrahls erwartet man eine überwiegende Aktivität im Vorwärtsbereich³ des Detektors. Dies erklärt den asymmetrischen Aufbau des Detektors entlang der z -Achse. In dem inneren Bereich des Detektors befinden sich die Spurkammersysteme des zentralen Bereichs [2] und des Vorwärtsbereichs [3]. Das Magnetfeld der supraleitenden Spule [6] mit einer Stärke von ca. 1.15 T ermöglicht die Impulsmessung im Zentralbereich. Ihr Magnetfeld muß im Bereich des Strahlrohrs mit dem Magneten [7] kompensiert werden. Zwischen den Spurkammern und dem Solenoid befindet sich im Vorwärts- und Zentralbereich das Flüssig-Argon-Kalorimeter (LAr), bestehend aus der inneren elektromagnetischen [4] und der äußeren hadronischen Sektion [5], und im ganz vorderen Bereich das PLUG-Kalorimeter [13]. Der rückwärtige Bereich wird von dem elektromagnetischen Kalorimeter (BEMC) [12] abgedeckt, vor dem sich die Vieldraht-Proportionalkammer BPC befindet (siehe Abb.2.3). Weiter außen befindet sich das instrumentierte Eisenjoch [10] zur Rückführung des Magnetflusses. Zudem ist in dem Joch ein Teil des mehrlagigen Myonsystems [9] integriert. Im Vorwärtsbereich befindet sich im Myonsystem [9] ein normaleitender Toroid-Magnet [11], dessen Stärke mit abnehmendem Radius von ca. 1.5 - 1.75 T variiert. Nicht eingezeichnet sind die Komponenten zur Unterdrückung des strahlinduzierten Untergrundes bestehend aus dem ToF (*time of flight*)-System ($z = -2\text{ m}$)⁴ und der Vetowand ($z = -9\text{ m}$) sowie das Luminositätssystem, eine Kombination aus dem Elektrondetektor ET ($z = -33.4\text{ m}$) und dem Photondetektor PD ($z = -102.9\text{ m}$).

Im folgenden werden die Detektorkomponenten, die in dieser Analyse von besonderer Bedeutung sind, näher erläutert. Dazu zeigt Abbildung 2.3 den rückwärtigen Detektorbereich vergrößert in der Seitenansicht. Ausführlich behandelt wird das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter BEMC, da sich die Analyse auf Ereignisse beschränkt, in denen das Elektron in dieses Kalorimeter gestreut wird.

³Die Bezeichnungen „vorwärts“ und „rückwärts“ beziehen sich auf die Protonstrahlrichtung.

⁴Die Koordinate $z = 0$ bezeichnet auf der Strahlachse den nominellen Wechselwirkungspunkt (siehe Abbildung 2.3).

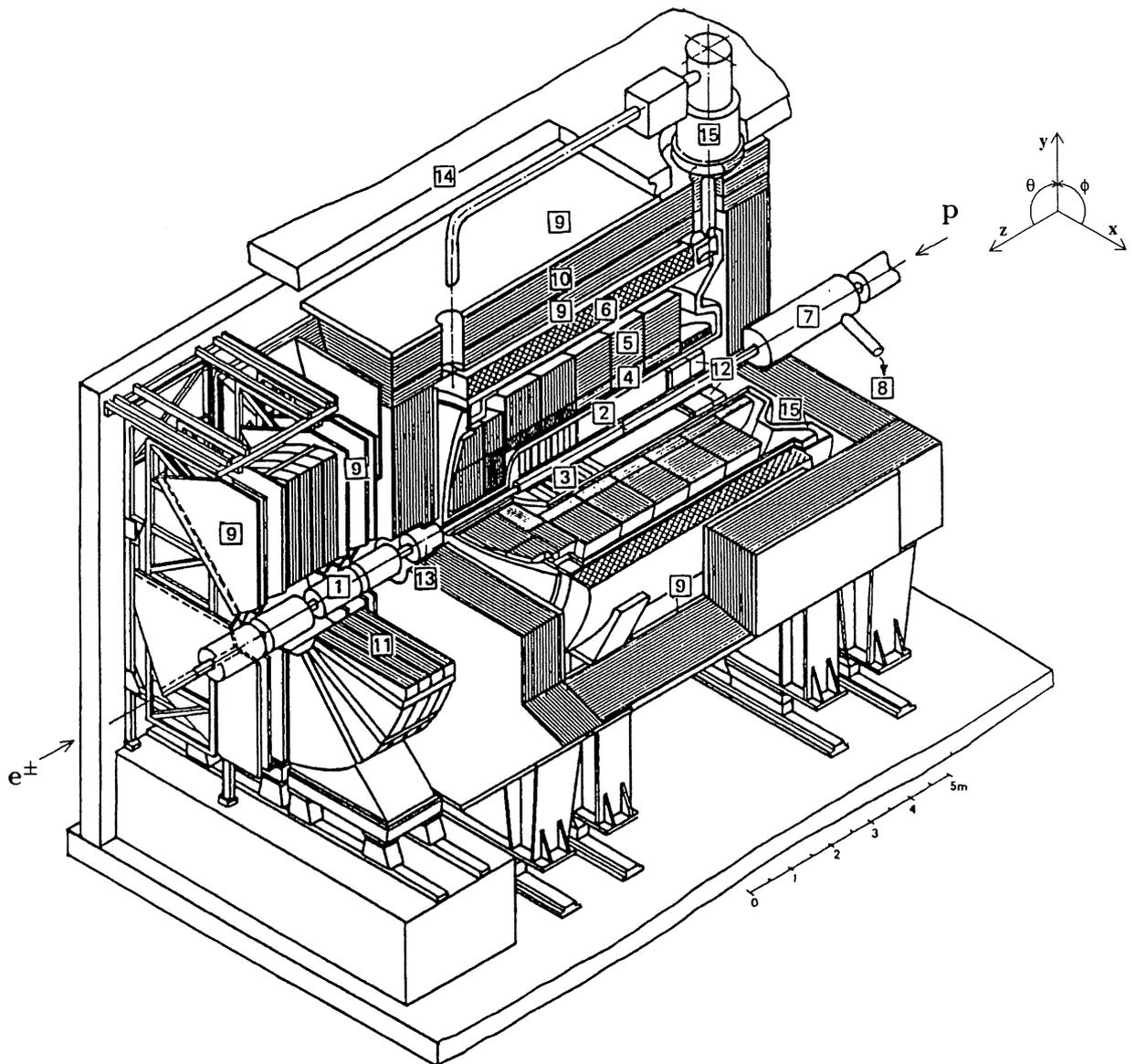


Abbildung 2.2: Perspektivische Ansicht des H1-Detektors. Nicht enthalten sind in dieser Abbildung die Vetowand ($z = -9\text{ m}$) und die Komponenten des Luminositätssystems, die sich im HERA-Tunnel in Richtung des Leptonstrahls bei $z = -33.4\text{ m}$ und $z = -102.9\text{ m}$ befinden.

Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter BEMC

Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter BEMC befindet sich 144 cm von dem nominellen Wechselwirkungspunkt in Richtung des Leptonstrahls entfernt und besteht, wie in der Frontansicht Abbildung 2.4 unten zu erkennen ist, aus 88 Modulen, mit denen ein Polarwinkelbereich von $151^\circ \leq \Theta \leq 177^\circ$ abgedeckt wird⁵.

⁵Zur Definition des Polarwinkels θ und des Azimutwinkels ϕ siehe Abbildung 2.2 und Abbildung 2.3.

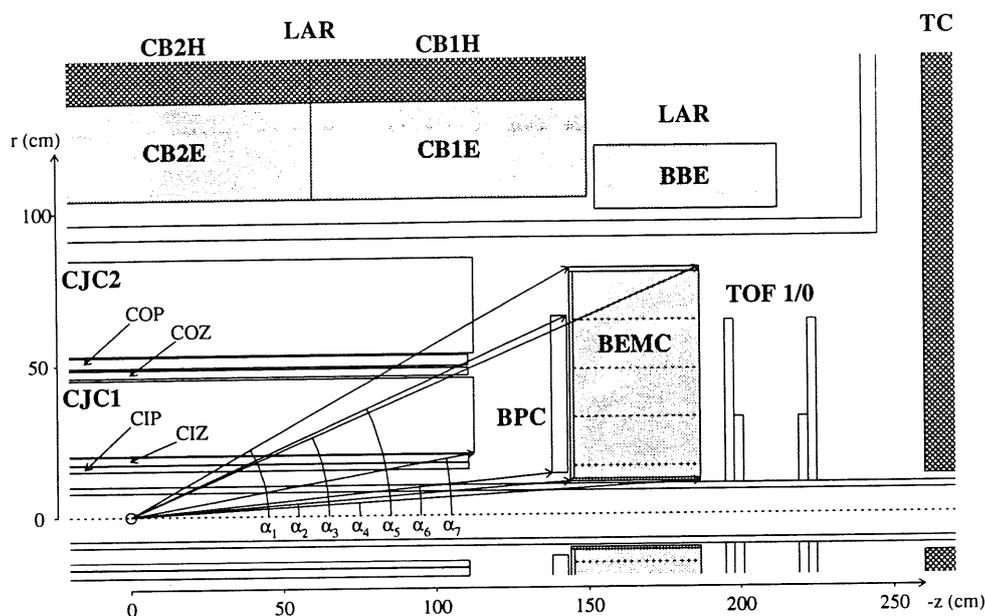
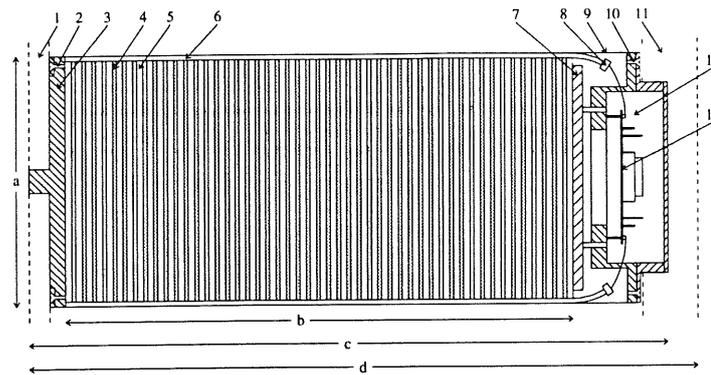


Abbildung 2.3: Der rückwärtige Bereich des H1-Detektors in der Seitenansicht

Von den acht verschiedenen Modultypen, die sich in ihrem geometrischen Aufbau unterscheiden, ist die quadratische Form ($16 \times 16 \text{ cm}^2$) mit einer Anzahl von 56 Stück der häufigste Typ; dieser ist im Längsschnitt im oberen Teil der Abbildung 2.4 zu erkennen. Die Module setzen sich aus einer Sampling-Struktur von 49 Schichten zusammen, die jeweils aus 2.5 mm Blei, 0.2 mm Reflektorpapier, 4 mm Szintillator und nochmals 0.2 mm Reflektorpapier bestehen. Für diese Zusammensetzung ergibt sich ein Molière-Radius von 3.81 cm, so daß elektromagnetische und hadronische Schauer lateral über mehrere Module ausgedehnt sind. Mit einer Modullänge von 342 mm, die 21.59 Strahlungslängen X_0 entspricht, werden elektromagnetische Schauer longitudinal vollständig absorbiert. Im Gegensatz dazu stehen für hadronische Schauer nur 0.98 Wechselwirkungslängen λ zur Verfügung mit der Folge, daß deren Energie nur unzureichend gemessen werden kann (Zum Vergleich: Das LAr-Kalorimeter besitzt ortsabhängig etwa $5 \dots 8 \lambda$). Mit der gegebenen Architektur des BEMC wurde für elektromagnetische Schauer eine Energieauflösung von $\sigma(E)/E = 0.1/\sqrt{E[\text{GeV}]} \oplus 0.39/E[\text{GeV}] \oplus 0.017$ erreicht [H1C95a].

Die Rekonstruktion und Kalibration eines elektromagnetischen/hadronischen Schauers erfolgt, wie nachfolgend beschrieben, in mehreren Schritten [H1C92]. In jedem Modul wird das gesammelte Szintillatorlicht über die Wellenlängenschieber auf die 4 Photodioden geführt. Die relative Kalibration g_i der 4 Diodensignale D_i erfolgte mit Hilfe von Daten, die im Jahre 1992 mit dem Elektronen-Teststrahl von 6 GeV am DESY genommen worden sind; für jedes Modul i wird eine Energie E_i bestimmt gemäß:

$$E_i = \frac{1}{4} \sum_{Diode=1}^4 g_{Diode} D_{Diode}. \quad (2.1)$$



- | | |
|---|-----------------------------------|
| (1) Frontplatte der Halterungstonne | (2) vordere Befestigungsschraube |
| (3) Al-Frontplatte | (4) Bleiplatte |
| (5) Szintillatorplatte | (6) langer Wellenlängenschieber |
| (7) Al-Rückplatte | (8) Photodiode |
| (9) 0.2 mm Stahlkasten | (10) hintere Befestigungsschraube |
| (11) Rückplatte der Halterungstonne | (12) Elektronikgehäuse |
| (13) Platine mit Vorverstärker und Kabeltreiber | |

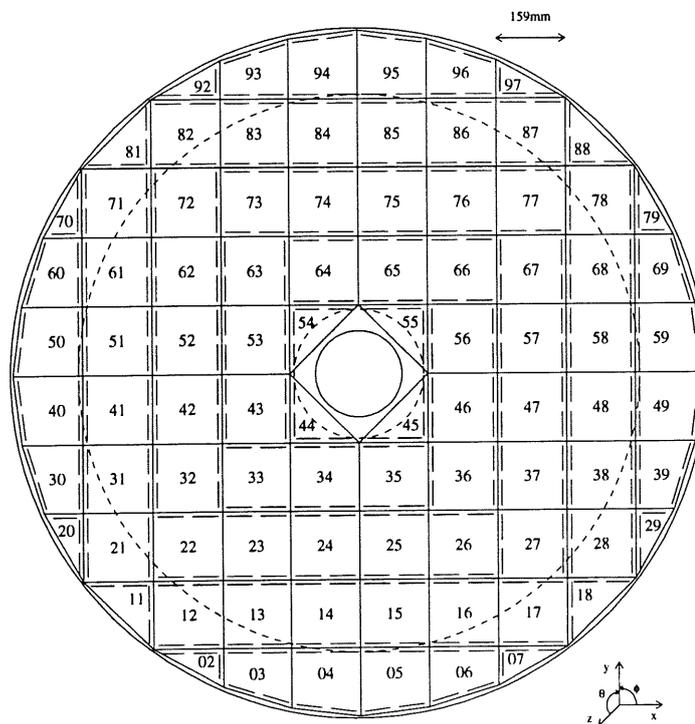


Abbildung 2.4: oben: Seitenansicht eines quadratischen BEMC-Moduls mit den Maßen (mm): $a=158.4$ $b=342.0$ $c=399.0$ $d=439.0$

unten: Frontansicht des BEMC vom Wechselwirkungspunkt aus gesehen. In jedem Modul sind die 4 Wellenlängenschieber eingezeichnet. Die gestrichelten Kreise ($r_1 = 15$ cm, $r_2 = 65$ cm) kennzeichnen den Akzeptanzbereich der davor befindlichen Vieldraht-Proportionalkammer BPC.

Aufgrund der Tatsache, daß sich ein Schauer im Kalorimeter häufig über mehrere Module erstreckt, müssen zur vollständigen Energiemessung mehrere Modulenergien E_i zu einem Cluster mit der Energie E_{clu} zusammengefaßt werden. Als Initiatoren für einen Cluster dienen diejenigen Module, deren Energie größer als die der direkten Nachbarn ist; sie muß jedoch zumindest 3σ über dem Rauschen (≈ 390 MeV) liegen. Ausgehend von einem solchen Modul wird zur Bestimmung der Clusterenergie in der Regel über neun benachbarte Module summiert⁶:

$$E_{clu} = \sum_{i=1}^{N_{clu}} E_i. \quad (2.2)$$

Bei der Rekonstruktion der Daten werden nur Cluster mit einer Mindestenergie von 1 GeV akzeptiert. Für diese Cluster wird außerdem der zugehörige energiegewichtete Schauerschwerpunkt gemäß

$$\begin{pmatrix} x_{clu}^{cog} \\ y_{clu}^{cog} \end{pmatrix} = \frac{1}{E_{clu}} \sum_{i=1}^{N_{clu}} \begin{pmatrix} x_i^{cog} \\ y_i^{cog} \end{pmatrix} E_i \quad (2.3)$$

mit einer Auflösung von ca. 1 cm rekonstruiert. Dabei bezeichnet (x_i^{cog}, y_i^{cog}) in obiger Gleichung den geometrischen Schwerpunkt der Energiedeposition in dem i -ten Modul, der sich aus dem Signalverhältnis der einzelnen Diodensignale ergibt.

Zur Bestimmung der endgültigen Schauerenergie E_{fin} müssen zwei Effekte korrigiert werden:

- **Verluste durch totes Material:** In Abhängigkeit der Ortskoordinaten x, y muß unterschiedlich viel inaktives Material des H1-Detektors vor dem BEMC berücksichtigt werden.
- **Verluste durch Modulgrenzen:** Die rekonstruierte Clusterenergie E_{clu} variiert in Abhängigkeit vom Auftreffpunkt und Winkel der Teilchen um bis zu 11 %.

Beide Effekte können in einem ortsabhängigen Korrekturfaktor $c(x, y)$ berücksichtigt werden:

$$E_{fin} = c(x, y) \cdot E_{clu}. \quad (2.4)$$

Dabei werden zur Bestimmung der Ortskoordinaten x, y neben dem Schauerschwerpunkt auch die Informationen aus dem zentralen Spurkammersystem und der rückwärtigen Vieldraht-Proportionalkammer BPC berücksichtigt. Intensive Studien zur Rekonstruktion finden sich in [KAS94], [REI95].

Auf die umfangreiche Neugestaltung des rückwärtigen Detektorbereiches zwischen den Strahlzeiten der Jahre 1994 und 1995, in der u.a. das BEMC durch das neue „Spaghett“-Kalorimeter SPACAL ersetzt worden ist, wird ausführlich im Ausblick (Kap. 5) eingegangen.

In der vorliegenden Analyse wird der Cluster mit der höchsten Energie dem Elektronkandidaten zugeschrieben und dessen rekonstruierte Energie E_{fin} als Energie des gestreuten Elektrons gewertet.

⁶Die Prozedur zur Bestimmung von Clustern aus den einzelnen Modulenergien wird in der Rekonstruktion H1REC von der Routine BCLUST bewerkstelligt.

Die Spur- und Proportionalkammern

Mit dem Spurkammersystem im Vorwärtsbereich (siehe Abb. 2.2) können Polarwinkel in dem Bereich $7^\circ < \theta < 25^\circ$ gemessen werden. Es besteht aus drei Modulen, die aus Driftkammern und Proportionalkammern sowie Übergangsstrahlungsdetektoren zur Teilchenidentifikation zusammengesetzt sind.

Das zentrale Spurkammersystem in Abbildung 2.3 besteht aus Jet-Kammern (CJC1 und CJC2), Driftkammern (CIZ und COZ) und Vieldraht-Proportionalkammern (CIP und COP), mit denen insgesamt ein Polarwinkelbereich von $25^\circ < \theta < 155^\circ$ abgedeckt wird. Die Jet-Kammern haben mit ihren parallel zur Strahlachse gespannten Drähten eine gute Auflösung in der xy -Ebene von $\sigma_{r\phi} = 170 \mu\text{m}$, in z jedoch nur von $\sigma_z = 22 \text{ mm}$. Eine gute Auflösung in z von $\sigma_z = 300 \mu\text{m}$ wird von den Driftkammern CIZ und COZ, deren Drähte zylindrisch in mehreren xy -Ebenen gespannt sind, erreicht. Die schnellen Zeitsignale der Proportionalkammern (Halbwertsbreite $\simeq 21 \text{ ns}$) werden genutzt, um in der ersten Triggerstufe L_1 die z -Koordinate eines Wechselwirkungspunktes abzuschätzen. In der vorliegenden Analyse wurde der Wechselwirkungspunkt mit Hilfe dieses Spurkammersystems rekonstruiert.

Weil der rückwärtige Bereich mit dem zentralen Spurkammersystem nicht ausreichend erfaßt werden kann, wurde zusätzlich vor dem rückwärtigen Kalorimeter BEMC die Vieldraht-Proportionalkammer BPC angebracht, die einen Polarwinkelbereich von $155^\circ < \theta < 173^\circ$ abdeckt. Geladene Teilchen, die die BPC durchqueren, erzeugen in den Drahtebenen Signale, mit denen der Durchtrittspunkt in der x - y -Ebene mit einer Auflösung von etwa 2-3 mm rekonstruiert werden kann [MUE94]. Für die Ereignisse, in denen das Elektron in das BEMC gestreut wird, erfolgt die Bestimmung des Polarwinkels θ des getreuten Elektrons mit Hilfe des rekonstruierten Wechselwirkungspunktes und dem zum höchstenergetischen Cluster korrespondierenden Treffer in der BPC.

Das Flugzeitsystem und die Vetowand

Das Flugzeitsystem ToF (*time of flight*) im Rückwärtsbereich besteht aus zwei Szintillatorebenen senkrecht zur Strahlachse, die sich hinter dem BEMC bei $z = -1.95 \text{ m}$ und $z = -2.25 \text{ m}$ befinden (siehe Abb. 2.3). Durch die hohe Zeitauflösung des ToF von 2 ns wird eine Diskriminierung von protoninduziertem Untergrund und ep-Kollisionen aufgrund der Laufzeitunterschiede von ca. 13 ns möglich.

Zur besseren Unterdrückung des strahlinduzierten Untergrundes dienen zwei weitere Szintillatorwände, die innere und die äußere Vetowand, welche eine bedeutend größere Fläche abdecken und sich weiter entfernt bei $z = -8.1 \text{ m}$ und $z = -6.5 \text{ m}$ befinden. Darüberhinaus befindet sich auch im Vorwärtsbereich ein Flugzeitsystem (FToF) bei $z = 7.0 \text{ m}$ zwischen der ersten und zweiten Lage des vorderen Myonsystems (siehe Abbildung 2.2).

Das Luminositätssystem

Das Luminositätssystem des H1-Detektors besteht aus dem Elektronendetektor ET ($z = -33.4 \text{ m}$) und dem Photondetektor PD ($z = -102.9 \text{ m}$), die sich beide im HERA-Tunnel

befinden. Mit ihnen werden Ereignisse des Bethe-Heitler-Streuprozesses ($ep \rightarrow ep\gamma$) nachgewiesen.

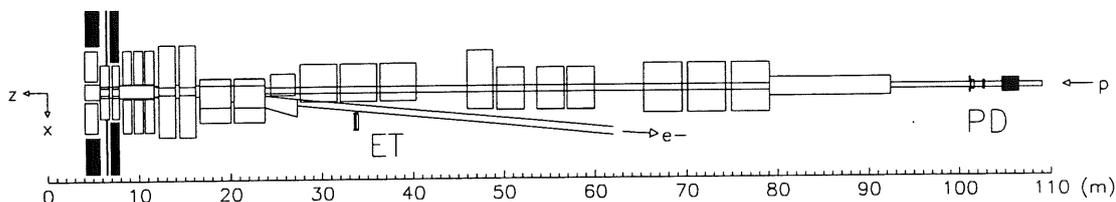


Abbildung 2.5: Luminositätssystem des H1-Detektors bestehend aus dem Elektronendetektor ET ($z = -33.4$ m) und dem Photodetektor PD ($z = -102.9$ m).

Allgemein ist die integrierte Luminosität L_{int} als das Verhältnis der Zahl der Ereignisse N zu dem Wirkungsquerschnitt σ des zugrundeliegenden Prozesses definiert:

$$L_{int} = \frac{N}{\sigma}. \quad (2.5)$$

Bei der zur Bestimmung der Strukturfunktion F_2 nach Gleichung (1.15) erforderlichen Messung des Wirkungsquerschnittes σ muß nach Gleichung (2.5) neben der Ereigniszahl auch die durch die Strahlströme von HERA gegebene Luminosität bestimmt werden.

Die Luminositätsmessung mit dem H1-Detektor erfolgt während der Datennahme mit den in Abbildung 2.5 angegebenen Detektorkomponenten durch Messung der Zählrate der Ereignisse des Bethe-Heitler Streuprozesses ($ep \rightarrow ep\gamma$), dessen Wirkungsquerschnitt exakt berechenbar ist [H1C95c]. Für die Messung der Zählrate werden Ereignisse registriert, bei denen das gestreute Elektron in dem Elektronendetektor ET ($z = -33.4$ m) koinzident mit dem abgestrahlten Photon im Photodetektor PD ($z = -102.9$ m) nachgewiesen wird. Diese Ereignisse zeichnen sich dadurch aus, daß die Gesamtenergie aus gestreutem Elektron und abgestrahltem Photon $E_{tot} = E_e + E_\gamma = 27.5$ GeV der Energie des einlaufenden Elektrons entspricht.

Die spätere, genauere Bestimmung der Luminosität aus den aufgezeichneten Daten erfolgt durch einen Vergleich des Energiespektrums im Photodetektor PD mit einer entsprechenden Monte-Carlo-Simulation, die auf dem Bethe-Heitler Streuprozess basiert. Der Fehler der Luminositätsmessung wird bei dieser Methode dominiert von der Genauigkeit der Energiekalibration des Photodetektors [H1C95d], [H1C95e] und beträgt für die verwendeten Daten mit verschobenen Vertex 3.9 %.

2.2.2 Triggerstufen ($L_1 \dots L_5$)

Aufgrund der hohen Luminosität von HERA (Designwert: $16 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) und der hohen Untergrundraten ist für den H1-Detektor ein komplexes mehrstufiges Triggersystem entwickelt worden. Dieses Triggersystem ermöglicht eine Datennahme von ep -Kollisionen mit hoher Effizienz bei gleichzeitig niedriger Totzeit.

In der ersten Triggerstufe L_1 werden aus den digitalen Signalen der verschiedenen Detektorkomponenten logische Triggersignale abgeleitet, die sogenannten *Triggererelemente*. Deren Zeitauflösung muß besser als der HERA-Takt (96 ns) sein, damit der Status eines Triggererelements eindeutig einer Teilchenpaketkreuzung zugeordnet werden kann. Allerdings kann eine Triggerentscheidung unter Einbezug mehrerer dieser Triggererelemente aufgrund der langsamen Detektorkomponenten, wie z.B. des Flüssig-Argon-Kalorimeters (LAr) und der Driftkammern, erst nach 24 Hera-Takten ($2.4 \mu\text{s}$) gefällt werden. Damit nicht bereits auf dieser Stufe Totzeiten entstehen, wird die gesamte Detektorinformation der jeweils letzten 24 Hera-Takte zwischengespeichert.

Auf verschiedene Ereignistopologien kann getriggert werden, indem die zu einer Teilchenpaketkreuzung korrespondierenden Triggererelemente in dem zentralen Trigger mit entsprechenden Untersetzungsfaktoren zu *Subtriggern* kombiniert werden. Zur Bestimmung der Effizienz eines Subtriggers gibt es zwei Möglichkeiten: entweder können sogenannte Monitortrigger (Subtrigger) mit hohen Untersetzungsfaktoren definiert werden, bei denen die Schwellen der Triggererelemente deutlich herabgesetzt sind, oder man bestimmt die Effizienz durch einen Vergleich mit einem unabhängigen Subtrigger, z.B. einem Spurtrigger mit einem Kalorimetertrigger.

Die Triggerstufen L_2 und L_3 , die auf neuronalen Netzen basieren und physikalische Signaturen schnell erkennen können, befanden sich während der Strahlzeit 1994 in der Entwicklungsphase und waren noch nicht implementiert.

Die vierte Triggerstufe L_4 besteht aus einer Filterfarm von 32 Prozessoren, auf denen jeweils die zu einem Ereignis gehörende ausgelesene Detektorinformation prozessiert und das gegebene Ereignis teilweise rekonstruiert wird. Ein auf dieser Stufe akzeptiertes Ereignis wird dann auf Massenspeichern für spätere Analysen aufgezeichnet. Um die Effizienz dieser Triggerstufe kontrollieren zu können, werden 1 % der verworfenen Ereignisse - als solche gekennzeichnet - ebenfalls aufgezeichnet.

Die aufgezeichneten Ereignisse werden in der fünften Triggerstufe L_5 vollständig rekonstruiert und verschiedenen Physikklassen, wie z.B. der Photoproduktion oder der tiefunelastischen Streuung zugeordnet [FPK95]. Kann ein Ereignis keiner dieser Physikklassen zugeordnet werden, wird es ebenfalls verworfen. Wie bereits in der Stufe L_4 werden auch hier 1 % der verworfenen Ereignisse aufgezeichnet, um die Bestimmung der Effizienz dieser Stufe zu ermöglichen. Die vorliegende Analyse basiert auf Ereignissen ($\simeq 75000$), die als Kandidaten der tiefunelastischen Streuung mit niedrigen Impulsüberträgen Q^2 klassifiziert worden sind. Dies sind Ereignisse, in denen das Elektron in den rückwärtigen Detektorbereich, insbesondere das BEMC, gestreut worden ist. Die Anforderungen, die in dieser Klassifikation an mögliche Kandidaten der tiefunelastischen Streuung gestellt werden, sind sehr niedrig, der enthaltende Untergrund dementsprechend hoch. Zwei wichtige Kriterien, die erfüllt sein müssen, sind erstens ein rekonstruierter Cluster im BEMC mit einer Mindestenergie $E > 6 \text{ GeV}$ und zweitens ein rekonstruierter Vertex, der maximal 100 cm von dem nominellen Wechselwirkungspunkt abweicht.

Der Subtrigger S_0

Der Subtrigger S_0 (L_1) ist für tiefunelastische Streuereignisse, bei denen das gestreute Elektron im BEMC gemessen wird, optimiert worden. In der Datenselektion (Kapitel 3)

der vorliegenden Analyse wird gefordert, daß ein akzeptiertes Ereignis von dem Subtrigger S_0 getriggert wurde. Er besteht aus einer logischen Kombination von Triggerelementen des BEMC und der Szintillatorwände des Flugzeitsystems im Vorwärts- und Rückwärtsbereich. Letztere übernehmen die Funktion eines Vetos. Der Subtrigger S_0 für die Datennahme im Jahr 1994 (verschobener Vertex) besteht aus folgenden Triggerelementen:⁷

$$S_0 := BSET_{CL2} \wedge (\overline{BSET_{EQ1}} \wedge \overline{BSET_{SDE}}) \wedge \overline{ToF_{BG}} \wedge (FTof_{IA} \vee \overline{FTof_{BG}}) \quad (2.6)$$

mit

- $BSET_{CL2}$ die Energieschwelle eines BEMC-Moduls beträgt 7.7 ± 1.0 GeV ($BSET_{CL1}$: 4.3 ± 1.1 GeV, $BSET_{CL3}$: 16.9 ± 1.6 GeV);
- $BSET_{EQ1}$ in den inneren 16 Modulen wird genau ein Cluster detektiert;
- $BSET_{SDE}$ in einem der inneren 16 Module wird ein „single diode event“ detektiert (vergleiche Kapitel 3.2.1);
- ToF_{BG} das Triggersignal aus der Koinzidenz beider ToF-Szintillatorwände liegt im Untergrundzeitfenster;
- $FTof_{IA}$ ein Triggersignal des Vorwärts-ToF liegt im Wechselwirkungszeitfenster;
- $FTof_{BG}$ ein Triggersignal des Vorwärts-ToF liegt im Untergrundzeitfenster.

Der Subtrigger S_0 wird ausgelöst, wenn in einem der BEMC-Module eine Energie deponiert wurde, die höher als die Schwelle des $BSET_{CL2}$ von 7.7 GeV ist, und keines der drei angegebenen Vetos gesetzt ist⁸.

Triggereffizienz des S_0			
E_{clu}	Normaler Vertex		Verschobener Vertex
[GeV]	Monitor S_{53}	Monitor S_6	Monitor S_6
7-8	60.5±4	67.3±6	69.9±5
8-9	88.0±3	96.9±3	86.8±5
9-10	98.0±2	100	94.6±4
10-11	100	100	96.6±3
11-12	100	100	100

Tabelle 2.2: Die Energieabhängigkeit der Triggereffizienz des Subtriggers S_0 . Der Monitortrigger S_6 ist ähnlich definiert wie S_0 , allerdings mit niedrigerer Energieschwelle $BSET_{CL1}$ (4.3 GeV). S_{53} ist ein von S_0 völlig unabhängiger Spurtrigger. Ab einer Energie $E > 11$ GeV beträgt die Triggereffizienz von S_0 100%

Im Gegensatz zur Strahlzeit des Jahres 1993 waren während der betrachteten Datennahme im Jahre 1994 die inneren vier Dreiecksmodule des BEMC (siehe Abbildung 2.4 unten) in das Triggerelement $BSET_{CL2}$ eingebunden. Die Energieabhängigkeit der Effizienz des Subtriggers S_0 mit aktivierten inneren Dreiecksmodulen im Triggerelement $BSET_{CL2}$ ist mit geeigneten Monitortriggern für die Daten mit normalem und verschobenem Vertex geprüft worden [KUR94]. Das Ergebnis dieser Studie zeigt Tabelle 2.2. Für

⁷ „ \wedge “ bezeichnet das logische Und, „ \vee “ das logische Oder.

⁸Für die Triggerelemente $BSET_{EQ1}$ und $BSET_{SDE}$ waren nur die inneren 16 Module des BEMC mit entsprechender Elektronik ausgerüstet.

Clusterenergien $E_{Clu} > 11$ GeV beträgt die Effizienz des Subtriggers S_0 100 %. Diese Bedingung wurde bei der Bestimmung der Proton-Strukturfunktion F_2 gestellt (vergleiche Kapitel 3.4).

2.2.3 Ereignis- und Detektorsimulation

Aufgrund der Komplexität des H1-Detektors ist es erforderlich, die physikalischen Prozesse, die bei ep-Kollisionen stattfinden können, mit sogenannten „Monte-Carlo“-Programmen möglichst genau nachzubilden, um dann in einem zweiten Schritt das Ansprechverhalten des Detektors simulieren zu können. Mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen können Detektoreffekte korrigiert werden. Dazu ist in der Detektorsimulation eine möglichst exakte Beschreibung des H1-Detektors unerlässlich. Für die vorliegende Analyse sind Monte-Carlo-Generatoren der tiefunelastischen Streuung und der Photoproduktion besonders wichtig.

Nachdem Ereignisse entsprechend physikalischer Modelle generiert worden sind, stehen Informationen über die Reaktionspartner (e^\pm, p) und die Reaktionsprodukte (Partonen, Leptonen, usw.) zur Verfügung. Die Partonen müssen in dem Generator mit einem geeigneten Fragmentationsmodell zu stabilen Hadronen umgewandelt werden. Für die generierten stabilen Teilchen⁹ erfolgt anschließend die zeitaufwendige Detektorsimulation mit dem Programmpaket H1SIM, das auf dem am CERN entwickelten GEANT [GEA87] basiert. Für die Simulation eines Ereignisses benötigt eine leistungsfähige Workstation aufgrund der Komplexität des Detektors ca. 1 sec Rechenzeit.

Abbildung 2.6 zeigt den Datenfluß und die Programmstruktur des H1-Experiments im Überblick. Die Ovale kennzeichnen die verschiedenen Prozesse (Programme), in denen die mit Balken markierten Daten verarbeitet werden. Die Pfeile zeigen den Datenfluß an. Die Datenbank stellt alle zeitabhängigen Informationen zur Verfügung, wie z.B. Luminosität, Kalibrationskonstanten, Zudem können einzelne Ereignisse mit dem *H1 event display* (H1ED) graphisch dargestellt werden. Nach der Detektorsimulation mit dem Programm H1SIM sind die simulierten Daten von den mit dem Detektor gemessenen Rohdaten nicht zu unterscheiden. Mit der Rekonstruktion (H1REC) werden Objekte wie Spuren, Cluster, usw. erzeugt, deren Bearbeitung und Analyse mit dem Programmpaket H1PHAN erleichtert wird.

Turbosimulation

In Tabelle 2.3 sind alle in der Analyse verwendeten Monte-Carlo-Datensätze mit den dazugehörigen Ereigniszahlen und Luminositäten¹⁰ aufgelistet. Die tiefunelastischen Streuergebnisse wurden mit dem Programm DJANGO6 [DJA91], [DJA93], die Photoproduktionsereignisse mit dem Programm PHOJET [PHO95] erzeugt. Die benutzten Monte-Carlo-Generatoren verwenden für die Berechnung der Wirkungsquerschnitte σ die in Tabelle 2.3 angegebenen Partondichtefunktionen [PDF94]. Eine ausführliche Beschreibung dieser Monte-Carlo-Generatoren erfolgt in den Kapiteln 3.2.2 und 3.3.

⁹„Stabil“ heißt in diesem Zusammenhang, daß die Lebensdauer des Teilchens für einen potentiellen Nachweis im Detektor ausreicht.

¹⁰Die Luminositäten der Monte-Carlo-Datensätze berechnen sich nach Gleichung (2.5) aus den Ereigniszahlen und den von den Monte-Carlo-Generatoren angegebenen Wirkungsquerschnitten σ .

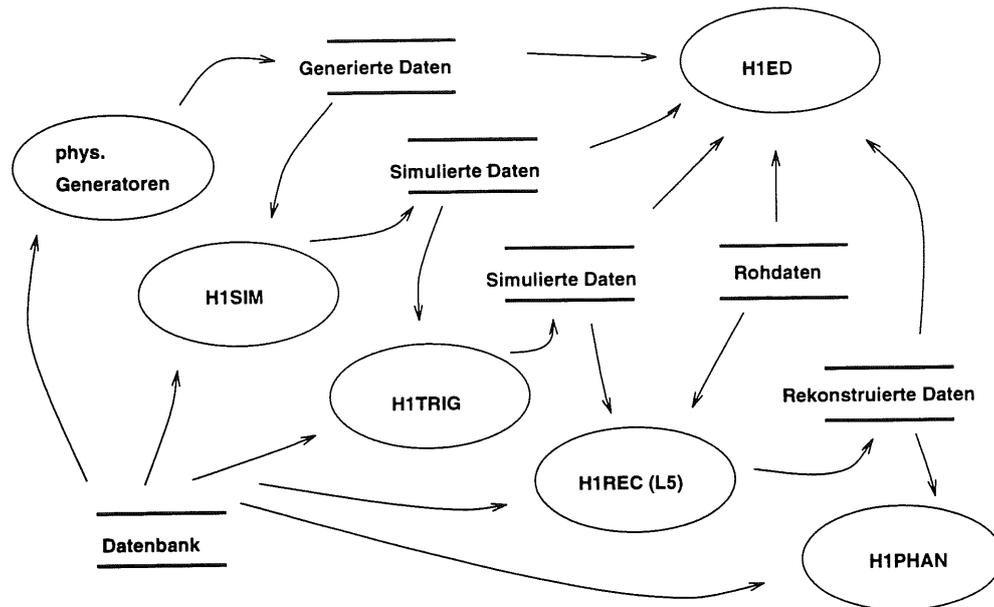


Abbildung 2.6: Datenfluß und Programmstruktur beim H1-Experiment. Die Ovale kennzeichnen die Programme, mit denen die Daten (in Balken gerahmt) verarbeitet werden. Die Pfeile zeigen den Datenfluß an.

Generator	Anzahl generierter Ereignisse	L [nb ⁻¹]	Partondichtefunktion (PDF)
DJANGO6	400K	257.4	GRV (5.03)
DJANGO6	200K	101.6	MRS(D ⁰) (3.33)
PHOJET	900K	180.0	p: GRV (5.03) γ: GRV (5.04)

Tabelle 2.3: Anzahl der generierten Ereignisse, effektive Luminosität und verwendete Partondichtefunktionen des Protons und Photons für die angegebenen Monte-Carlo-Datensätze.

Eine Zeitersparnis bei der aufwendigen Ereignissimulation mit H1SIM wird durch ein spezielles Verfahren erreicht, in dem die gesamte Reaktion des Detektors nur für jene Ereignisse simuliert wird, für die im BEMC eine Energiedeposition erfolgt, womit eine Grundvoraussetzung für die Selektion tiefunelastischer Streueignisse mit $Q^2 < 100 \text{ GeV}^2$ erfüllt ist. Diese Methode der „Turbosimulation“ [WUL93], die bei allen Datensätzen der Tabelle 2.3 angewandt wurde, verringert den Rechenzeitbedarf um etwa einen Faktor Hundert.

2.2.4 Rekonstruktion der kinematischen Variablen x und Q^2

In Kapitel 1 wurde dargestellt, daß die Kinematik der inklusiven tiefunelastischen Streuung durch zwei unabhängige Variable festgelegt wird. Die Lorentzinvarianten x , y und Q^2 lassen sich aufgrund der Redundanz des Detektors auf verschiedene Arten messen.

In der vorliegenden Analyse erfolgt die Bestimmung der Kinematik allein durch die Meßgrößen des gestreuten Elektrons gemäß der im folgenden beschriebenen „Elektron-Methode“. Mit der Notation in Abbildung 1.1 ergibt sich für die Vierervektoren unter Vernachlässigung der Ruhmassen im Laborsystem¹¹:

$$\begin{aligned} \text{Einlaufendes Elektron: } l &= (E_e, 0, 0, -E_e) \\ \text{Einlaufendes Proton: } P &= (E_p, 0, 0, E_p) \\ \text{Gestreutes Elektron: } l' &= (E, E \sin \theta, 0, E \cos \theta) \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} E_e & \text{ Energie des einlaufenden Elektrons} & (27.5 \text{ GeV}) \\ E_p & \text{ Energie des einlaufenden Protons} & (820 \text{ GeV}) \\ E & \text{ Energie des auslaufenden Elektrons} \\ \theta & \text{ Polarwinkel des gestreuten Elektrons.} \end{aligned}$$

Die Elektron-Methode

Die kinematischen Variablen x , y und Q^2 berechnen sich bei der Elektron-Methode aus dem Polarwinkel θ und der Energie E des gestreuten Elektrons:

$$\begin{aligned} s &= 4E_e E_p \\ Q^2 &= 4E_e E \cos^2(\theta/2) \\ y &= 1 - E/E_e \sin^2(\theta/2) \\ x &= Q^2/sy. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Die relativen Fehler der rekonstruierten Lorentzinvarianten x , y und Q^2 ergeben sich aus obiger Gleichung (2.7) durch Fortpflanzung der Fehler, mit denen die Winkel- und Energiemessung des gestreuten Elektrons behaftet sind:

$$\begin{aligned} \frac{\delta x}{x} &= \frac{1}{y} \frac{\delta E}{E} \oplus \tan \frac{\theta}{2} \left(x \frac{E_p}{E_e} - 1 \right) \delta \theta \\ \frac{\delta y}{y} &= \frac{y-1}{y} \frac{\delta E}{E} \oplus \frac{1-y}{y} \cot \frac{\theta}{2} \delta \theta \\ \frac{\delta Q^2}{Q^2} &= \frac{\delta E}{E} \oplus -\tan \frac{\theta}{2} \delta \theta. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Das Zeichen „ \oplus “ steht für die quadratische Addition der verschiedenen Fehlerterme. Man erkennt, daß sich der relative Fehler in Q^2 direkt aus dem relativen Fehler der Energiemessung ergibt. Der relative Fehler in x vergrößert sich hingegen bei gegebener Energieauflösung mit abnehmendem y . Das limitiert diese Rekonstruktionsmethode auf Werte von $y > 0.05$.

¹¹Man beachte, daß der Polarwinkel θ definiert ist als: $\pi -$ Streuwinkel. Der Streuwinkel definiert die Auslenkung des Elektrons aus seiner Flugrichtung.

In der vorliegenden Analyse wird für die Energie E des gestreuten Elektrons der höchstenergetische Cluster E_{fin} nach Gleichung (2.4) gewählt. Der Polarwinkel θ ergibt sich aus der Steigung der Geraden durch die beiden folgenden Raumpunkte: 1) der mit dem zentralen Spurkammersystem rekonstruierte Wechselwirkungspunkt; 2) der von der rückwärtigen BPC rekonstruierte Durchtrittspunkt in der x - y -Ebene, der den geringsten parallaxekorrigierten Abstand zum rekonstruierten Schauerschwerpunkt (siehe Gleichung (2.3)) des höchstenergetischen Clusters hat.

Alternative Rekonstruktionsmethoden

Alternativ zu der oben angegebenen Elektron-Methode kann die Kinematik auch aus dem hadronischen Endzustand X (siehe Abbildung 1.1) bestimmt werden. Allerdings deckt der H1-Detektor nicht den gesamten Raumwinkel ab. Vielmehr gehen die unter einem kleinen Polarwinkel gestreuten Teilchen im Strahlrohr verloren und können deshalb nicht nachgewiesen werden. Jaquet und Blondel [JAQ79] haben eine Rekonstruktionsmethode entwickelt, in der sich die Summation über alle Teilchen des hadronischen Endzustandes erstreckt. Die Variable y wird dabei durch Terme $(E_h - p_{z,h})$ ausgedrückt. Somit liefern gerade die Teilchen, die im Strahlrohr verschwinden, nur einen kleinen Beitrag in der Summe:

$$\begin{aligned} Q_{jb}^2 &= \frac{(\sum_h p_{xh})^2 + (\sum_h p_{yh})^2}{1 - y_{jb}} \\ y_{jb} &= \frac{1}{2E_e} \sum_h (E_h - p_{z,h}) \\ x_{jb} &= Q_{JB}^2 / sy_{jb}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Rekonstruktion der Kinematik besteht darin, die Größen des gestreuten Elektrons und die des hadronischen Endzustandes X miteinander zu kombinieren. Dies geschieht in der nachfolgend angegebenen „ Σ “-Methode [WUL93] (Gleichung (2.10)). Im Vergleich zur Elektron-Methode kann mit der Σ -Methode die Analyse zu kleineren Werten von y ausgedehnt werden. Wird in $\Sigma := \sum_h (E_h - p_{z,h})$ über alle Teilchen exklusive dem Elektron summiert, ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} Q_\Sigma^2 &= \frac{(E \sin \theta)^2}{1 - y_\Sigma} \\ y_\Sigma &= \frac{\sum}{E(1 - \cos \theta) + \sum} \equiv \frac{y_{jb}}{(1 - y_e) + y_{jb}} \\ x_\Sigma &= \frac{E}{2E_p} \frac{1 + \cos \theta}{y_\Sigma}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2.5 Kalibration des Rückwärtskalorimeters (BEMC)

Die Rekonstruktion der Lorentzinvarianten x und Q^2 nach der Elektron-Methode setzt eine genaue Messung der Energie E des gestreuten Elektrons voraus. Dabei sind zwei Zielsetzungen zu verfolgen. Zum einen sollte die Auflösung, mit der die Energie gemessen werden kann, möglichst gut sein; zum anderen ist darauf zu achten, daß die Monte-Carlo-Simulation (H1SIM) dem Ansprechverhalten des Detektors möglichst genau entspricht. Nur unter dieser letztgenannten Voraussetzung ist eine Korrektur der Detektoreffekte mit Hilfe von Simulationen möglich.

Für die Energie E des gestreuten Elektronenkandidaten wird die Energie E_{fin} des höchst-energetischen Clusters nach Gleichung (2.4) im BEMC gewählt. Die Energiekalibration des BEMC, die die Interkalibration der Module und die absolute Energieskala umfaßt, erfolgt mit der nachfolgend beschriebenen Methode [BRU93], [BRU94]. Die gewonnenen Kalibrationsfaktoren werden in den Korrekturfaktoren $c(x, y)$ der Gleichung (2.4) absorbiert.

Kalibration am „Kinematischen Peak“

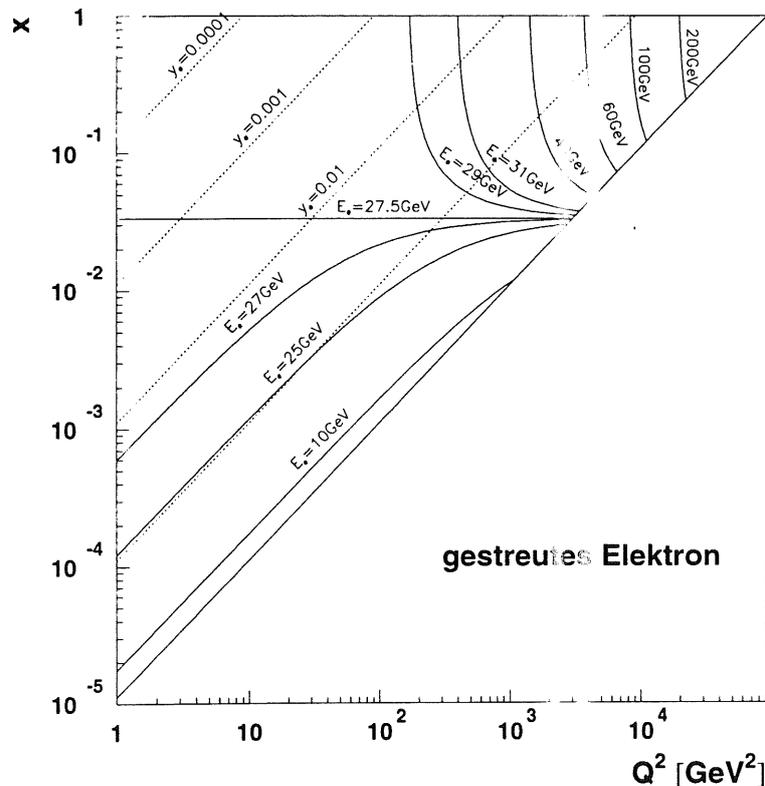


Abbildung 2.7: Ein Großteil der kinematischen x - Q^2 -Ebene wird durch den Bereich $25 \leq E \leq 29$ GeV abgedeckt. Gestrichelt eingezeichnet sind Linien mit $y = \text{const.}$

Das Spektrum der Energieverteilung Abbildung 4.1 zeigt ein deutliches Maximum (Peak) bei $E \simeq 26 \text{ GeV}$ ¹². Dieses Maximum ist ein kinematischer Effekt und läßt sich mit Abbildung 2.7 erklären. Man erkennt, daß der Bereich zwischen $E = 25 \text{ GeV}$ und $E = 29 \text{ GeV}$ einen Großteil der kinematischen x - Q^2 -Ebene abdeckt. Es ist daher zu erwarten, daß die meisten Ereignisse in diesem Energiebereich liegen, sofern der Wirkungsquerschnitt nicht genau in diesem Bereich besonders klein ist. Dies ist jedoch nicht der Fall, wie in Abbildung 3.16 zu erkennen ist.

Die Kalibration am „Kinematischen Peak“ besteht im Abgleich der mit dem Detektor gemessenen Verteilungen mit denen der Monte-Carlo-Simulation. Dabei beschränkt man sich auf die steilere rechte Flanke, um möglichst unempfindlich gegenüber der Parametrisierung der Strukturfunktion zu sein, die für die Monte-Carlo-Simulation gewählt worden ist. Aufgrund der hohen Statistik des Jahres 1994 konnte diese Energieverteilung für jedes Modul einzeln ausgewertet werden.

Kalibration mit der Doppelwinkelmethode

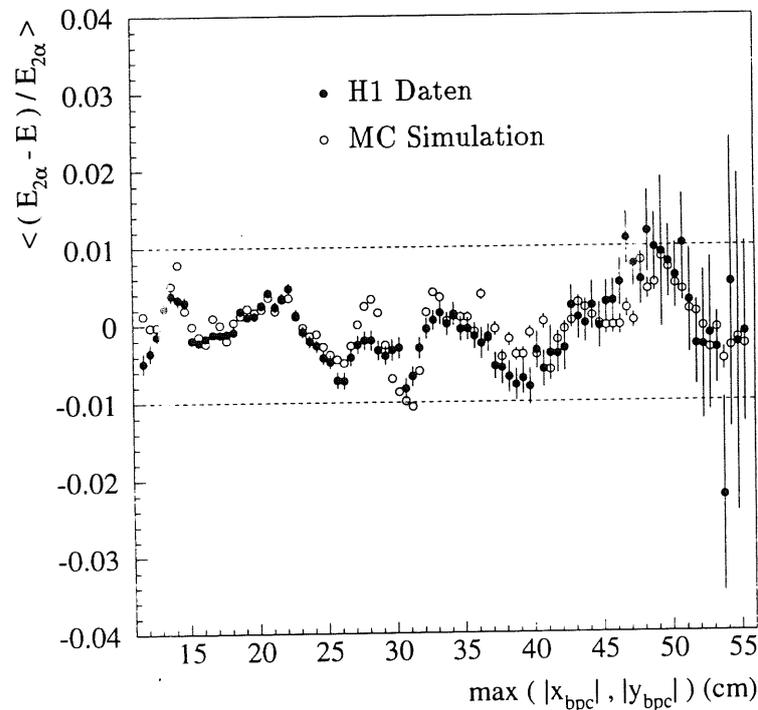


Abbildung 2.8: Gezeigt ist die relative Abweichung der Energie $E_{2\alpha}$ der Doppelwinkelmethode von der mit dem BEMC gemessenen Energie E in Abhängigkeit der Größe $\max(|x_{bpc}|, |y_{bpc}|)$.

¹²Die Lage dieses Maximums hängt von den angewendeten kinematischen Schnitten ab; ohne den Winkelschnitt ($\theta \simeq 176^\circ$) und den kinematischen Schnitt $y_e > 0.05$ läge das Maximum in Abbildung 4.1 weiter rechts bei $E \simeq 27 \text{ GeV}$.

Die Kalibration des BEMC wurde mit Hilfe der Doppelwinkelmethode [PAN96], [H1C95a] überprüft. Die Doppelwinkelmethode basiert auf Gleichung (2.11), in der die Energie des gestreuten Elektrons $E_{2\alpha}$ unter Zugrundelegung des Quark-Parton-Modells durch die Streuwinkel des Quarks θ_q und des Elektrons θ_{e+} ausgedrückt wird:

$$E_{2\alpha} = \frac{E \sin \theta_q}{\sin \theta_q + \sin \theta_{e+} - \sin(\theta_{e+} + \theta_q)}. \quad (2.11)$$

In der konkreten Messung wird der Streuwinkel des Quarks mit dem hadronischen Jetwinkel θ_{jet} identifiziert, der sich nach [HIL91] mit Hilfe der Jaquet-Blondel Variablen y_{JB} und Q_{JB}^2 des vorherigen Abschnitts wie folgt bestimmt:

$$\cos \theta_{jet} = \frac{Q_{JB}^2(1 - y_{JB}) - 4E^2 y_{JB}^2}{Q_{JB}^2(1 - y_{JB}) + 4E^2 y_{JB}^2}. \quad (2.12)$$

Die Kalibration mit der Doppelwinkelmethode ist deshalb weitgehend unabhängig von einem möglichen Fehler in der absoluten Kalibration des Flüssig-Argon-Kalorimeters (LAr). Abbildung 2.8 zeigt die Differenz der mit dem BEMC gemessenen Energie E und der mit der Doppelwinkelmethode bestimmten Energie $E_{2\alpha}$, normiert auf $E_{2\alpha}$, in Abhängigkeit von der Abstandsgröße $\max(|x_{bpc}|, |y_{bpc}|)$, mit der der quadratischen Struktur des BEMC Rechnung getragen wird. Man erkennt eine gute Übereinstimmung der Daten mit der Monte-Carlo-Simulation mit einer Schwankungsbreite von $\pm 1\%$.

Kapitel 3

Datenselektion

3.1 Selektion tiefunelastischer Streuereignisse

Die Datenselektion besteht aus einer Kette verschiedener Filter und Klassifikationen und dient dem Zweck, Ereignisse zu selektieren, die im Idealfall die beiden folgenden Kriterien erfüllen:

- Die selektierten Daten enthalten alle Ereignisse des gewünschten physikalischen Prozesses.
- In den selektierten Daten sind möglichst wenige Untergrundereignisse.

In der vorliegenden Analyse werden tiefunelastische Streuereignisse in einem Bereich niedriger x und Q^2 selektiert, in denen das Elektron in das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter (BEMC) gestreut wird. Für diese Ereignisklasse ist es unmöglich, die beiden oben genannten Kriterien gleichzeitig exakt zu erfüllen, so daß für die Filter $L_1 \dots L_5$ die Effizienzen und für die endgültige Datenselektion außerdem der verbleibende Untergrund kontrolliert werden müssen.

Wie bereits im vorherigen Kapitel beschrieben, werden Ereignisse aufgezeichnet, wenn sie von der ersten Triggerstufe (L_1) getriggert und von der Filterfarm (L_4) akzeptiert wurden. Die erste Triggerstufe L_1 wird mit der Forderung kontrolliert, daß für ein selektiertes Ereignis der Subtrigger S_0 ausgelöst worden sein muß. Dieser Trigger ist bezüglich der gewünschten Physikklasse optimiert, seine Effizienz beträgt 100 % für Ereignisse, bei denen die Clusterenergien im BEMC mehr als 11 GeV betragen (siehe Kapitel 2.2.2). Zur Kontrolle der Effizienzen der Filterstufen L_4 und L_5 wurden jeweils 1 % der verworfenen Ereignisse aufgezeichnet. Diese Ereignisse wurden den endgültigen Selektionskriterien unterworfen. Da kein verworfenes Ereignis diese Kriterien erfüllt, werden die Effizienzen der Filterstufen L_4 und L_5 zu 100 % angenommen. Als Basis für die endgültige Selektion dienen die in der Filterstufe L_5 [FPK95] vorselektierten Daten ($\simeq 75000$ Ereignisse), in denen die Kandidaten der gesuchten Physikklasse, der tiefunelastischen Streuung mit niedrigen Impulsüberträgen Q^2 , enthalten sind.

Im folgenden wird beschrieben, welche speziellen Daten von 1994 für die Analyse verwendet wurden, wie mit den endgültig gewählten Selektionskriterien die verschiedenen Untergrundquellen reduziert und wie die Effizienzen sowie der verbleibende Untergrund mit Hilfe von Monte-Carlo-Programmen kontrolliert werden können.

3.1.1 Daten mit verschobenem Wechselwirkungspunkt

Die vorliegende Analyse beschränkt sich auf spezielle Daten des Jahres 1994 mit einer integrierten Luminosität von $L_{int} = 58.4 \text{ nb}^{-1}$, bei denen der nominelle Wechselwirkungspunkt etwa 60 cm in Richtung des Protonstrahls verschoben war. Die Messung kleinerer Elektronstreuwinkel mit dem BEMC führt zu einer erweiterten Akzeptanz in der kinematischen x - Q^2 -Ebene hin zu kleineren Werten von x und Q^2 (siehe Abbildung 3.16). Ein typisches Streuereignis mit verschobenem Wechselwirkungspunkt zeigt Abbildung 3.1 in der Seitenansicht des H1-Detektors.

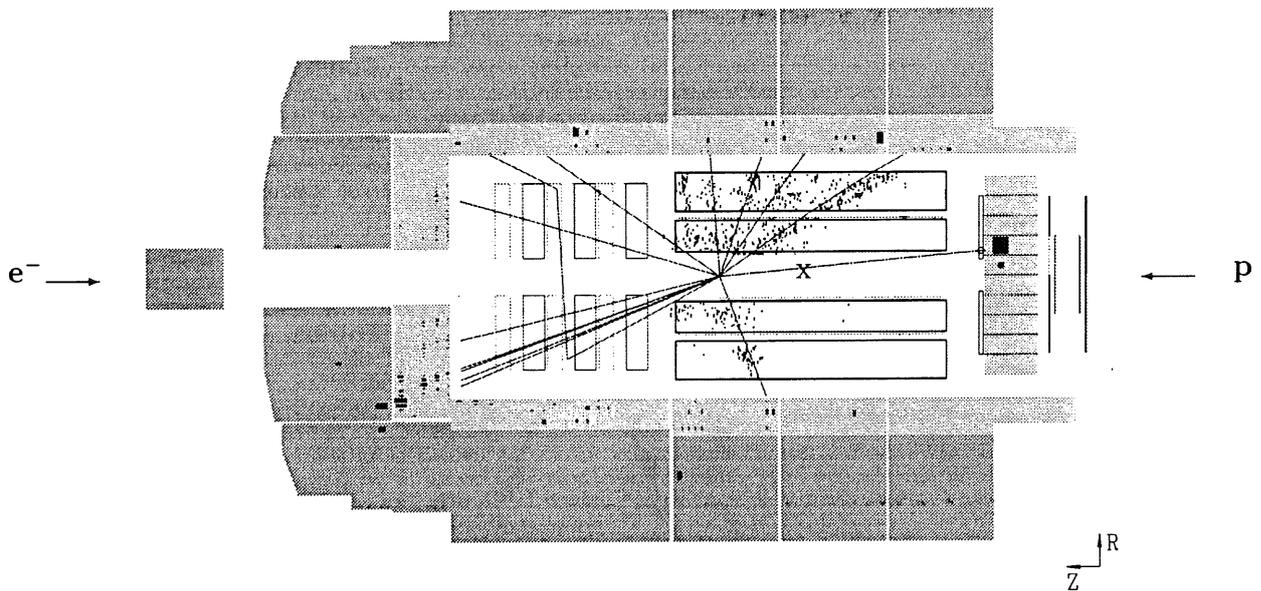


Abbildung 3.1: *H1 event display* für ein Ereignis mit verschobenem Wechselwirkungspunkt, bei dem das Elektron in das BEMC gestreut wird. Die Nominalposition für Kollisionen mit nicht verschobenem Wechselwirkungspunkt ist mit „x“ gekennzeichnet.

In Abbildung 3.2 ist die Z_{Vertex} -Verteilung des rekonstruierten Vertex für die Daten mit verschobenem Wechselwirkungspunkt zu erkennen. Der Mittelwert liegt bei $\langle Z_{Vertex} \rangle = 67.8 \text{ cm}$ (für die Daten mit unverschobenem Wechselwirkungspunkt liegt der Mittelwert etwa bei 6.1 cm) und die Breite der Verteilung ($\sigma \simeq 10 \text{ cm}$) wird durch die Länge der Protonpakete bestimmt. Die Rekonstruktion der kinematischen Variablen mit der Elektronenmethode (Kap. 2.2.4) erfordert eine genaue Bestimmung des Wechselwirkungspunktes zur Messung des Polarwinkels θ des gestreuten Elektrons. Für die Analyse werden nur die Ereignisse benutzt, deren Wechselwirkungspunkt mit Hilfe des zentralen Spurkammersystems rekonstruiert werden konnte (Abb. 3.2, Klasse a)). Der Verzicht auf die Ereignisse der Klasse b) resultiert in einem Datenverlust von ca. 10 % (Abbildung 3.2 a)-c)).

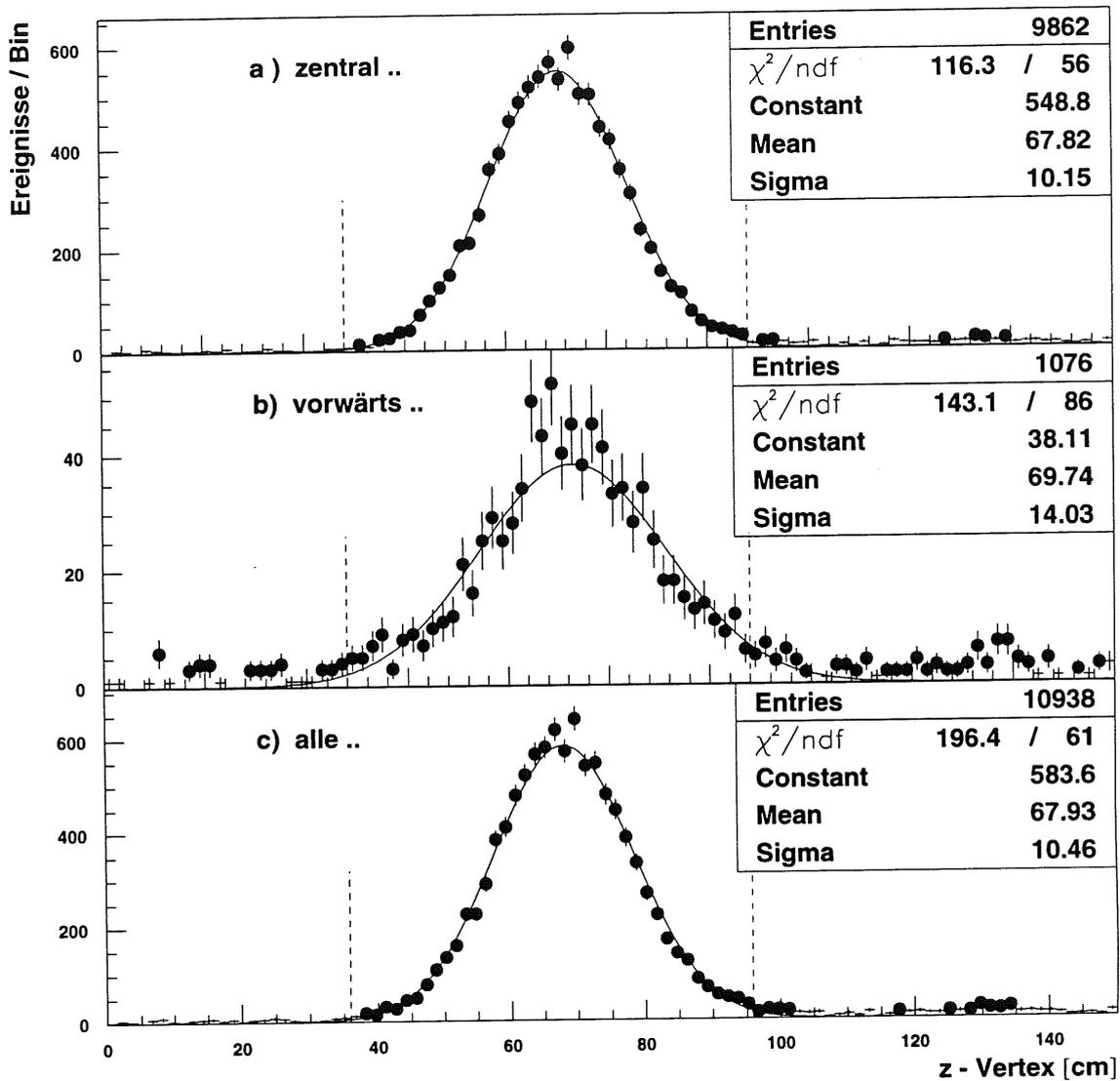


Abbildung 3.2: Z_{Vertex} -Verteilung des rekonstruierten Vertex für die Daten mit verschobenem Wechselwirkungspunkt. Die gestrichelten Linien begrenzen den für die Analyse akzeptierten Bereich. a) Rekonstruktion mit Hilfe des zentralen Spurkammersystems. b) Rekonstruktion mit Hilfe des Spurkammersystems im Vorwärtsbereich für jene Ereignisse, für die mit dem zentralen Spurkammersystem kein Vertex rekonstruiert werden konnte. Man erkennt im Bereich $Z_{Vertex} \simeq 135$ cm ein weiteres kleines Maximum. Dieses rührt von Ereignissen, bei denen die Protonen aus sogenannten „Satelliten-Paketen“ stammen, die sich im Abstand von 4.8 ns um das Protonpaket herum anreichern. c) Summe aus a) und b).

Luminosität der selektierten Daten

Für die Datenselektion wurde die Funktionsfähigkeit der folgenden in Kapitel 2.2.1 beschriebenen Detektorkomponenten gefordert: BEMC, BPC, Zentrales Spurkammersystem und ToF. Die Luminosität der Daten, bei denen der Wechselwirkungspunkt verschoben

war, wurde nur für die Zeiträume aufsummiert, in denen diese Detektorkomponenten funktionsfähig waren, und beträgt $L_{int} = (58.4 \pm 2.3) \text{ nb}^{-1}$.

3.2 Unterdrückung des Untergrundes

Die auf der Filterstufe L_5 vorselektierten Daten ($\simeq 75000$ Ereignisse) der tiefunelastischen Streuung mit niedrigen Impulsüberträgen Q^2 enthalten immer noch einen hohen Anteil von Untergründereignissen. Diese gilt es zunächst zu klassifizieren und dann durch geeignete Detektorschnitte zu reduzieren bzw. mit Hilfe eines geeigneten Monte-Carlo-Programmes zu korrigieren.

3.2.1 Strahlinduzierter Untergrund

In dem strahlinduzierten Untergrund werden diejenigen Ereignisse zusammengefaßt, denen keine Elektron-Proton-Kollision zugrunde liegt. Hierzu treten hauptsächlich folgende drei Prozesse bei:

- **Strahl-Restgas Ereignisse:** Die Protonen können mit dem Restgas im Strahlrohr wechselwirken. Die Rate hängt vom Strahlstrom der Protonen und von der Qualität des Vakuums ab. Da im Detektorbereich weniger Vakuumpumpen installiert sind, ist dort das Vakuum schlechter, was zu einer erhöhten Untergrundrate führt.

Der Wirkungsquerschnitt für Elektronen mit dem Restgas ist wesentlich kleiner als der für Protonen, die entsprechende Rate deshalb deutlich niedriger. Die Gesamtrate der Strahl-Restgas Ereignisse bei Design-Luminosität wurde auf 1 ... 3 kHz abgeschätzt [HAN93].

- **Strahl-Strahlrohrwand Ereignisse:** Diese Ereignisse werden durch Protonen erzeugt, die aus den Teilchenpaketen herausdiffundieren oder herausgestreut werden und dann mit der Wand kollidieren. Die Rate hängt ebenfalls vom Strahlstrom der Protonen ab. Durch Kollimatoren können bis zu 99 % dieses Untergrundes absorbiert werden. Der Restanteil kann an mechanischen Teilen, wie z.B. den Quadrupolmagneten anschauern und Energien bis zu einigen 100 GeV im Detektor deponieren. Bei einer mittleren Lebensdauer des Protonstrahls von 30 Stunden und einer mittleren Verlustrate von $5 \cdot 10^5$ Protonen pro Sekunde wurde die Rate für Strahlwand Ereignisse auf einen Wert von 40 ... 250 kHz abgeschätzt [HAN93]. Sie liegt damit deutlich höher als die Rate der Strahl-Restgas Ereignisse.

Die Rate für Elektron-Strahlrohrwand Ereignisse ist nicht von Bedeutung, da zum einen die Stromstärken und der Wirkungsquerschnitt geringer sind und zum anderen der Strahl besser fokussiert werden kann als der Protonstrahl.

- **Synchrotronstrahlung:** Die Krümmung des Strahlrohrs vor dem Eintritt in den Detektor erfordert eine Ablenkung des Elektronstrahls mit Dipolmagneten. In diesem Magnetfeld werden von den Elektronen hochenergetische Photonen abgestrahlt,

die elektromagnetische Schauer im Detektor bilden. Außerdem können niederenergetische Photonen auch direkt einzelne Photodioden der BEMC-Module treffen. Diese Untergrundereignisse (*single diode events*) können jedoch eindeutig identifiziert werden: für derartige Ereignisse wird in dem betreffenden Modul die Energie E_i (Gleichung (2.1)) fast ausschließlich von dem einen Photodiodensignal bestimmt; das Verhältnis des Signals der Photodiode mit dem stärksten Signal zur Summe der vier Photodiodensignale des Moduls liegt nahezu bei Eins. Im Gegensatz dazu liegt dieses Verhältnis bei normalen elektromagnetischen Schauern deutlich niedriger. Zur Unterdrückung dieser Untergrundereignisse wurde für den BSET-Trigger (L_1) ein Triggerelement entwickelt, das während der Datennahme 1994 als Veto in dem Subtrigger S_0 benutzt wurde [H1C95a], [KUR93] (vergleiche Kapitel 2.2.2). Die verbleibenden Ereignisse dieses Typs werden auf der Rekonstruktionsebene der Triggerstufe L_4 erkannt und verworfen.

Der Beitrag der Protonen zur Synchrotronstrahlung ist aufgrund ihrer höheren Ruhemasse vernachlässigbar.

All diesen Untergrundereignissen ist gemein, daß für sie der rekonstruierte Wechselwirkungspunkt meistens weit von der Nominalposition entfernt liegt. Eine sehr wirksame Unterdrückung dieses Untergrundes wird deshalb durch die Forderung erreicht, daß der rekonstruierte Wechselwirkungspunkt innerhalb eines Bereichs von ± 30 cm um die Nominalposition liegen muß:

$$36 \text{ cm} < Z_{\text{Vertex}} < 96 \text{ cm}. \quad (3.1)$$

Abbildung 3.3 zeigt die Verteilungen der rekonstruierten Wechselwirkungspunkte für den akzeptierten Bereich sowohl für die Daten als auch für die Monte-Carlo-Simulation der tiefunelastischen Streuung. Man erkennt, daß erst durch eine Umgewichtung der Monte-Carlo-Ereignisse eine korrekte Beschreibung der Daten erreicht wird.

Bei der Bestimmung der Effizienz dieses Schnittes sind nun zwei Effekte zu unterscheiden:

1. **Rekonstruktionseffizienz:** Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Vertex rekonstruiert werden kann, hängt stark von der Anzahl der angesprochenen Drähte in dem zentralen Spurkammersystem ab und sinkt deshalb für Ereignisse mit kleiner invarianter Masse W . Wegen des Zusammenhanges $W^2 \simeq y \cdot s$ sind dies Ereignisse mit kleinen Werten für y , also Ereignisse im Bereich des „kinematischen Peaks“ oder mit harter Abstrahlung eines Photons vom einlaufenden Elektron. In dem verwendeten Monte-Carlo-Programm DJANGO6 zur Beschreibung der tiefunelastischen Streuung (Kapitel 3.3) wird sowohl der hadronische Endzustand als auch die Abstrahlung von Photonen simuliert. Für diese Monte-Carlo-Simulation zeigt Abbildung 3.4 die Rekonstruktionseffizienz in Abhängigkeit von y_e . Sie variiert von 0.8 für $y_e \simeq 0.05$ bis 0.97 für $y_e > 0.2$.

Alternativ wurde zur Überprüfung des hadronischen Endzustandes das Monte-Carlo-Programm HERWIG [HER91] benutzt. In diesem Generator wird für die Fragmentation nicht das Lund-String-Fragmentationsmodell [SJO86], sondern das Cluster-Fragmentations-Modell [WEB84] verwendet. Ein Vergleich der Rekonstruktionsef-

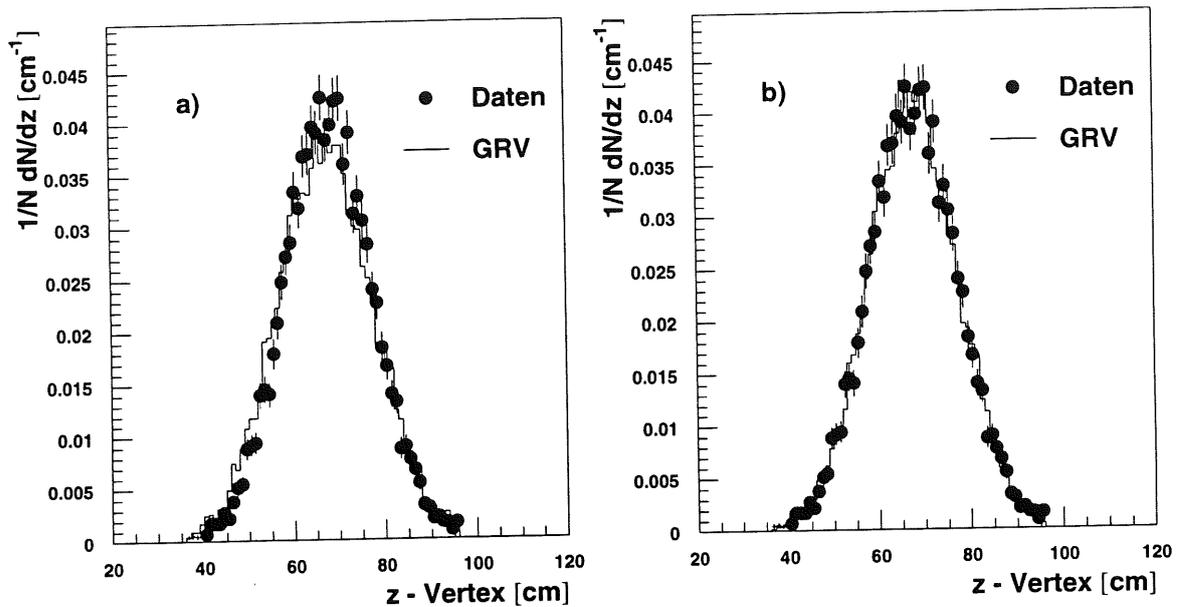


Abbildung 3.3: Vergleich der Z_{Vertex} -Verteilung zwischen Daten und MC-Simulation, a) unkorrigiert und b) nach neuer Gewichtung der Monte-Carlo-Ereignisse.

fizienz der verschiedenen Monte-Carlo-Simulationen zeigt gute Übereinstimmung [H1C96b].

Bei der Bestimmung der Rekonstruktionseffizienz muß auf den Vertexschnitt verzichtet werden. Dies führt bei den experimentellen Daten zu einer Anreicherung mit strahlinduziertem Untergrund, der aus Studien mit Satelliten-Paketen abgeschätzt werden kann [PAN96].

Aus den oben genannten Untersuchungen ergibt sich eine übereinstimmende Rekonstruktionseffizienz in den Daten und der Monte-Carlo-Simulation, die allerdings mit einer Q^2 -abhängigen systematischen Ungenauigkeit behaftet ist. Sie beträgt 4 % für $Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$, ansonsten 2 % [H1C96b].

2. **Luminositätskorrektur:** Wie in Abbildung 3.2 b) zu erkennen ist, besitzt die Z_{Vertex} -Verteilung bei ca. 135 cm ein weiteres kleines Maximum, für das die sogenannten „Satelliten-Pakete“ verantwortlich sind. Das sind Protonen, die sich 4.8 ns vor dem Hauptpaket der Protonen anreichern¹. Bei der Bestimmung der Luminosität mit Hilfe der Ereignisse des „Bethe-Heitler“- Streuprozesses kann nicht unterschieden werden, ob die Streuung des Elektrons an einem Proton des Haupt- oder Satelliten-Paketes stattgefunden hat. Durch den Z_{Vertex} -Schnitt der Gleichung (3.1) gehen diese Ereignisse in den selektierten Daten verloren, wodurch sich eine

¹Die 4.8 ns ergeben sich aus der Hochfrequenz der Beschleunigungsstrecken von 208 MHz, mit denen die Protonen in HERA auf 820 GeV beschleunigt werden.

Luminositätskorrektur von $(2.8 \pm 0.02)\%$ ergibt, weil derartige Ereignisse in der Monte-Carlo-Simulation nicht enthalten sind [PAN95b].

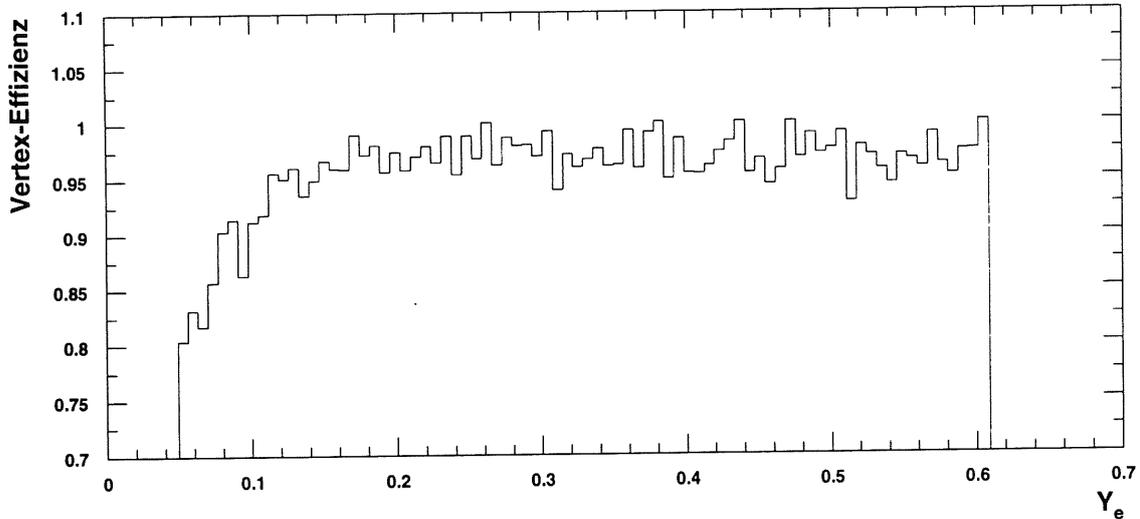


Abbildung 3.4: Effizienz für die Rekonstruktion eines Vertex in Abhängigkeit von y_e für die Monte-Carlo-Simulation (DJANGO6), in der Strahlungseffekte berücksichtigt sind. Im Bereich kleiner y_e sinkt die Effizienz auf Werte bis 0,8. Für $y_e > 0,2$ liegt sie bei 0,97.

Die Prüfung des verbleibenden strahlinduzierten Untergrundes kann direkt mit den Daten vorgenommen werden, da es nicht zu jedem gefüllten Protonpaket ein entsprechend gefülltes Elektronpaket gibt. Insgesamt lassen sich vier Fälle unterscheiden:

1. Protonpakete, die mit Elektronpaketen zur Kollision gebracht werden (153 Pakete)
2. Protonpakete ohne zugehörige Elektronpakete (17 Pakete)
3. Elektronpakete ohne zugehörige Protonpakete (15 Pakete)
4. Leere Pakete, die weder mit Elektronen noch mit Protonen gefüllt sind (25 Pakete)

Aufgezeichnete Ereignisse vom Typ 2. - 4. können nur strahlinduzierte Untergrundeignisse sein. In Abbildung 3.5 erkennt man, daß von den ca. 75000 vorselektierten Streuerereignissen der Filterstufe L_5 etwa acht Prozent den Typen 2. - 4. angehören, also eindeutig strahlinduzierter Untergrund sind. Dies gilt jedoch nicht mehr für die 8808 Ereignisse, die nach der endgültigen Datenselektion verbleiben. Keines dieser Ereignisse ist vom Typ 2. - 4., so daß davon ausgegangen werden kann, daß die endgültig selektierten Daten frei von strahlinduziertem Untergrund sind.

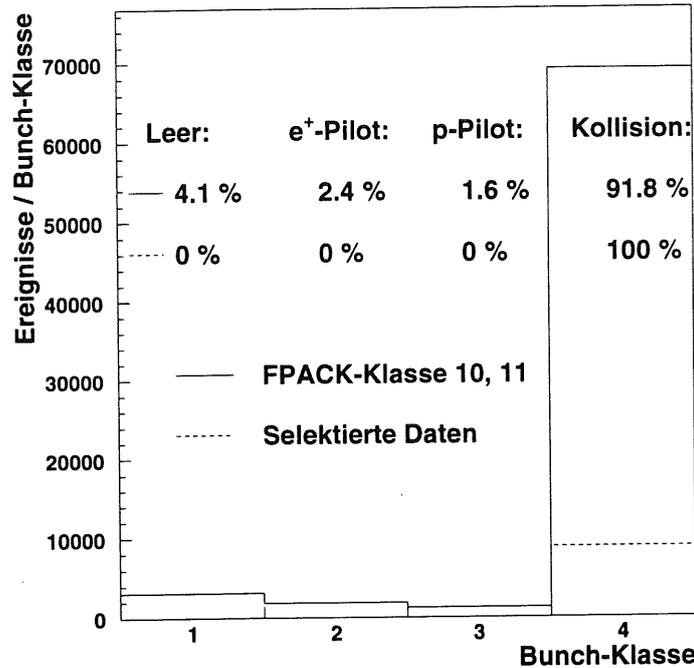


Abbildung 3.5: Unterdrückung des strahlinduzierten Untergrundes: Die ca. 75000 vorselektierten Daten der Filterstufe L_5 (durchgezogene Linie) enthalten ca. acht Prozent strahlinduzierten Untergrund (Bunch-Klasse 1-3). Die endgültig selektierten 8808 tiefunelastischen Streueignisse (gestrichelte Linie) sind frei von strahlinduziertem Untergrund.

3.2.2 Photoproduktionsuntergrund

Im Gegensatz zur tiefunelastischen Streuung kennzeichnet die Photoproduktion den kinematischen Grenzbereich, in dem zwischen Elektron und Proton ein quasireelles Photon ausgetauscht wird ($Q^2 \rightarrow 0$). Der Elektronstreuwinkel ist für diese Ereignisse derart klein, daß die Elektronen im Strahlrohr verschwinden und deshalb mit dem Hauptdetektor nicht direkt nachgewiesen werden können. Für einen Teil der Photoproduktionsereignisse (ca. 10 %) können jedoch die schwach gestreuten Elektronen in dem Elektronendetektor ET des Luminositätssystems (Kapitel 2.2.1) nachgewiesen werden. Die geometrische Akzeptanz des Elektronendetektors ET schränkt den kinematischen Bereich dieser Ereignisse auf Werte von $Q^2 < 10^{-2}$ ein.

Die Tatsache, daß es Photoproduktionsereignisse gibt, die die Selektionskriterien der tiefunelastischen Streuung erfüllen, liegt darin begründet, daß für diese Ereignisse der höchstenergetische Cluster im BEMC, der vom hadronischen Endzustand eines γp -Prozesses herrührt, fälschlicherweise als gestreutes Elektron identifiziert wird. Bei dem in der Analyse verwendeten kinematischen Schnitt $E > 11 \text{ GeV}$ ($\cong y < 0.6$) ist es notwendig, den Photoproduktionsuntergrund durch geeignete Selektionskriterien zu reduzieren².

²Wirksame Schnitte gegen den Photoproduktionsuntergrund können nur in dem Maße gefunden werden, wie es mit dem Detektor möglich ist, geeignete Estimatoren zur Diskriminierung zwischen „echten“ und

Aber auch bei Verwendung zusätzlicher Schnitte kann der verbleibende Photoproduktionsuntergrund nicht vernachlässigt werden; er muß vielmehr durch den Vergleich mit einem geeigneten Monte-Carlo-Programm abgeschätzt werden. Hierzu wurde das Programmpaket PHOJET [PHO95] verwendet.

Klassifizierung der Photoproduktionsprozesse

Der differentielle Wirkungsquerschnitt der inklusiven ep-Streuung ($ep \rightarrow eX$) kann für sehr kleine Q^2 in der „Weizsäcker-Williams“-Näherung [WEI34] durch das Produkt aus dem totalen Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$ des Prozesses ($\gamma p \rightarrow X$) und einem Photon-Flußfaktor $F(y, Q^2)$ ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma^{\text{ep}}(y, Q^2)}{dy dQ^2} &= \sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}(ys) \cdot F(y, Q^2), \\ F(y, Q^2) &= \frac{\alpha}{2\pi Q^2} \left(\frac{1 + (1-y)^2}{y} - \frac{2(1-y)}{y} \right). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Der Flußfaktor $F(y, Q^2)$ in obiger Gleichung wird in dem Generator PHOJET durch das Programm IJRAY [IJR93] implementiert. Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$ setzt sich aus verschiedenen Prozessen zusammen, die nach steigendem Transversalimpuls p_{\perp} der auslaufenden Teilchen geordnet werden können.

Dominiert wird der Wirkungsquerschnitt von den sogenannten „weichen“ Prozessen ($p_{\perp} < 1 \text{ GeV}$), die zwar nicht mehr im Rahmen der störungstheoretischen QCD, jedoch mit Hilfe des Vektor-Dominanz-Modells (VDM) [SAK60], [GEL61] beschrieben werden können.

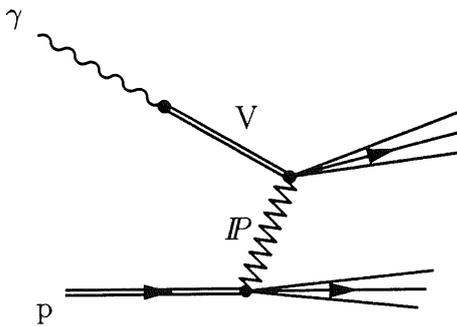


Abbildung 3.6: VDM-Anteil der „aufgelösten“ Photoproduktionsprozesse.

($p_{\perp} > 1 \text{ GeV}$) lassen sich unterscheiden in die anomale Komponente der „aufgelösten“ Photoproduktionsprozesse ³ einerseits und die „direkten“ Prozesse andererseits. Bei der

mißidentifizierten Elektronen zu entwickeln.

³Ein Photoproduktionsprozeß wird als „aufgelöster“ Prozeß bezeichnet, wenn für das Photon eine Substruktur angenommen wird, im Gegensatz zu den „direkten“ Prozessen, bei denen das Photon direkt an die Quarks koppelt.

In diesem Modell fluktuiert das quasireelle Photon in ein Vektormeson $V = \rho, \omega, \phi, \dots$, das die gleichen Quantenzahlen wie das Photon besitzt. Dieser mesonische Zwischenzustand wechselwirkt dann wie ein Hadron mit dem Proton. In dem Generator PHOJET wird für diese weichen Prozesse nur der diffraktive Anteil berücksichtigt, d.h. die Kopplung zwischen dem Meson und dem Proton wird durch farbneutrale Teilchen wie das Pomeron bzw. Reggeon vermittelt. Der zugehörige Feynman-Graph ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

Die störungstheoretisch berechenbaren „harten“ Prozesse mit höherem Transversalimpuls

anomalen Komponente der aufgelösten Photoproduktionsprozesse in Abbildung 3.7 fluktuiert das Photon in ein $q\bar{q}$ -Paar; eines dieser Quarks wechselwirkt dann stark mit einem Parton aus dem Proton. Die Partondichten ϕ_γ für das Photon und ϕ_p für das Proton werden in dem Generator PHOJET aus der PDFLIB [PDF94] ausgewählt.

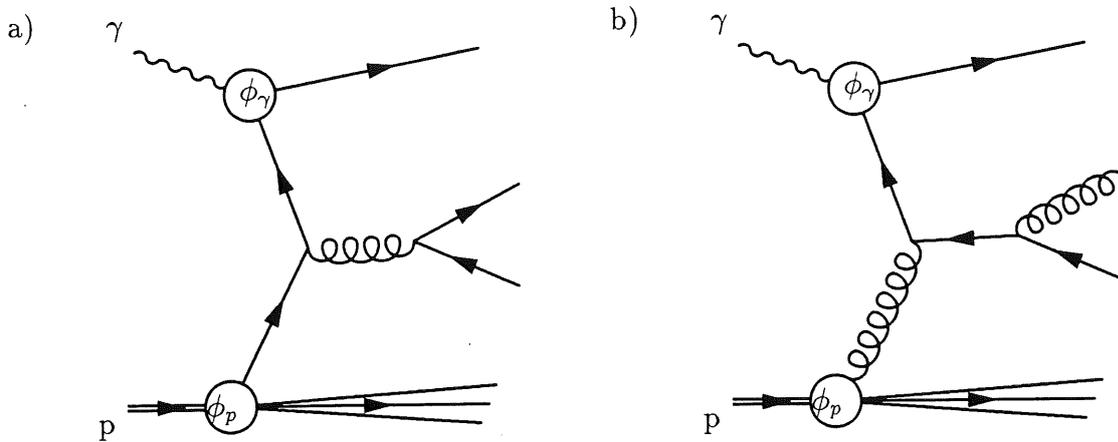


Abbildung 3.7: Anomale Komponente der „aufgelösten“ Photoproduktionsprozesse:
a) Quark-induziert b) Gluon-induziert.

Die direkten Prozesse, die ebenfalls zu den „harten“ Prozessen zählen, sind in Abbildung 3.8 dargestellt. Bei ihnen koppelt das Photon direkt an ein aus dem Proton stammendes Quark. Mögliche Prozesse in niedrigster Ordnung sind in Abbildung 3.8 a) der QCD-Compton-Prozess und in b) die Boson-Gluon-Fusion.

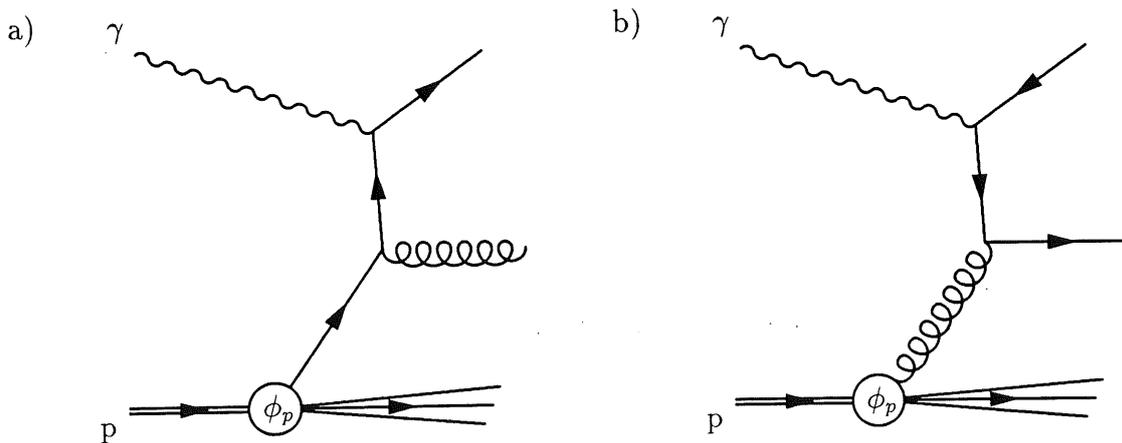


Abbildung 3.8: Direkte Prozesse der Photoproduktion:
in a) der QCD-Compton-Prozess und in b) die Boson-Gluon-Fusion.

Für die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$ vermag PHOJET, im Gegensatz zu den herkömmlichen Generatoren der Photoproduktion, die weichen und harten Prozesse mit Hilfe des „Dualen-Parton-Modells“ [CAP94b] zu mischen. Dadurch wird die Beschreibung des Photoproduktionsuntergrundes mit nur *einem* Generator möglich.

Vergleich der Daten mit der Monte-Carlo-Simulation

Damit der verbleibende Photoproduktionsuntergrund mit PHOJET abgeschätzt werden kann, muß gezeigt werden, daß die Monte-Carlo-Simulation die Photoproduktionsereignisse bestmöglich beschreibt.

Hierzu werden die vorselektierten Daten der Filterstufe L_5 einer speziellen Selektion unterworfen, die Photoproduktionsereignisse mit Hilfe des Luminositätssystems eindeutig identifiziert. Die wichtigsten Selektionsschnitte werden im folgenden angegeben und anhand von Datenverteilungen erläutert⁴. Zunächst wird die Statistik der Photoproduktionsereignisse, für die das gestreute Elektron im Elektron-Detektor ET nachgewiesen wird, dadurch erhöht, daß die untere Energieschwelle für den höchstenergetischen Cluster E im BEMC von 11 auf 8 GeV gesenkt wird:

$$E_{BEMC} > 8 \text{ GeV.} \quad (3.3)$$

Mit der minimalen Energiedeposition im Elektrondetektor ET

$$E_{ET} > 8 \text{ GeV} \quad (3.4)$$

werden aus den vorselektierten Streuereignissen mögliche Kandidaten für diese speziellen Photoproduktionsereignisse herausgefiltert. Das Spektrum der Gesamtenergie ($E_{ET} + E_{PD}$), die mit dem Elektrondetektor ET und dem Photondetektor PD des Luminositätssystems gemessen wird, zeigt in Abbildung 3.9 a) bei etwa 27.5 GeV ein zweites kleineres Maximum. Dieses rührt von Bethe-Heitler-Ereignissen ($ep \rightarrow ep\gamma$), die den Photoproduktionsereignissen aufgrund ihrer hohen Rate von 11-15 kHz zufällig überlagert sind. Sie können anhand ihrer Energiedeposition im Photondetektor PD identifiziert werden. Bethe-Heitler-Ereignisse, für die $E_{PD} > 2 \text{ GeV}$ gilt, sind in Abbildung 3.9 a) schraffiert dargestellt.

Wie in Abbildung 3.9 b) ersichtlich ist, können mit diesem zusätzlichen Schnitt

$$E_{PD} < 2 \text{ GeV} \quad (3.5)$$

die koinzidenten Bethe-Heitler-Ereignisse wirksam unterdrückt werden. Das resultierende Spektrum enthält allerdings noch strahlinduzierte Untergrundereignisse. Hierbei handelt es sich um koinzidente Elektronen, die durch Energieverluste in Strahl-Restgas-Prozessen von ihrer ursprünglichen Bahn im Strahlrohr abgelenkt werden und dann zusätzlich zu dem gestreuten Elektron des Photoproduktionsereignisses ihre Energie im Luminositätssystem deponieren. Diese strahlinduzierten Untergrundereignisse, für die $(E - P_z)_{\text{tot}} > 70 \text{ GeV}$ gilt, sind in Abbildung 3.9 b) schraffiert eingezeichnet.

Die Größe $(E - P_z)_{\text{tot}}$ wird gemäß

$$(E - P_z)_{\text{tot}} := \sum_i (E_i - P_{zi}) \quad (3.6)$$

definiert. Dabei erstreckt sich die Summation über *alle* Detektorkomponenten, einschließlich der Detektoren des Luminositätssystems. Für reine ep-Kollisionen ist das Spektrum

⁴Die vollständigen Selektionskriterien werden am Ende des Kapitels in Form einer Liste zusammengefaßt.

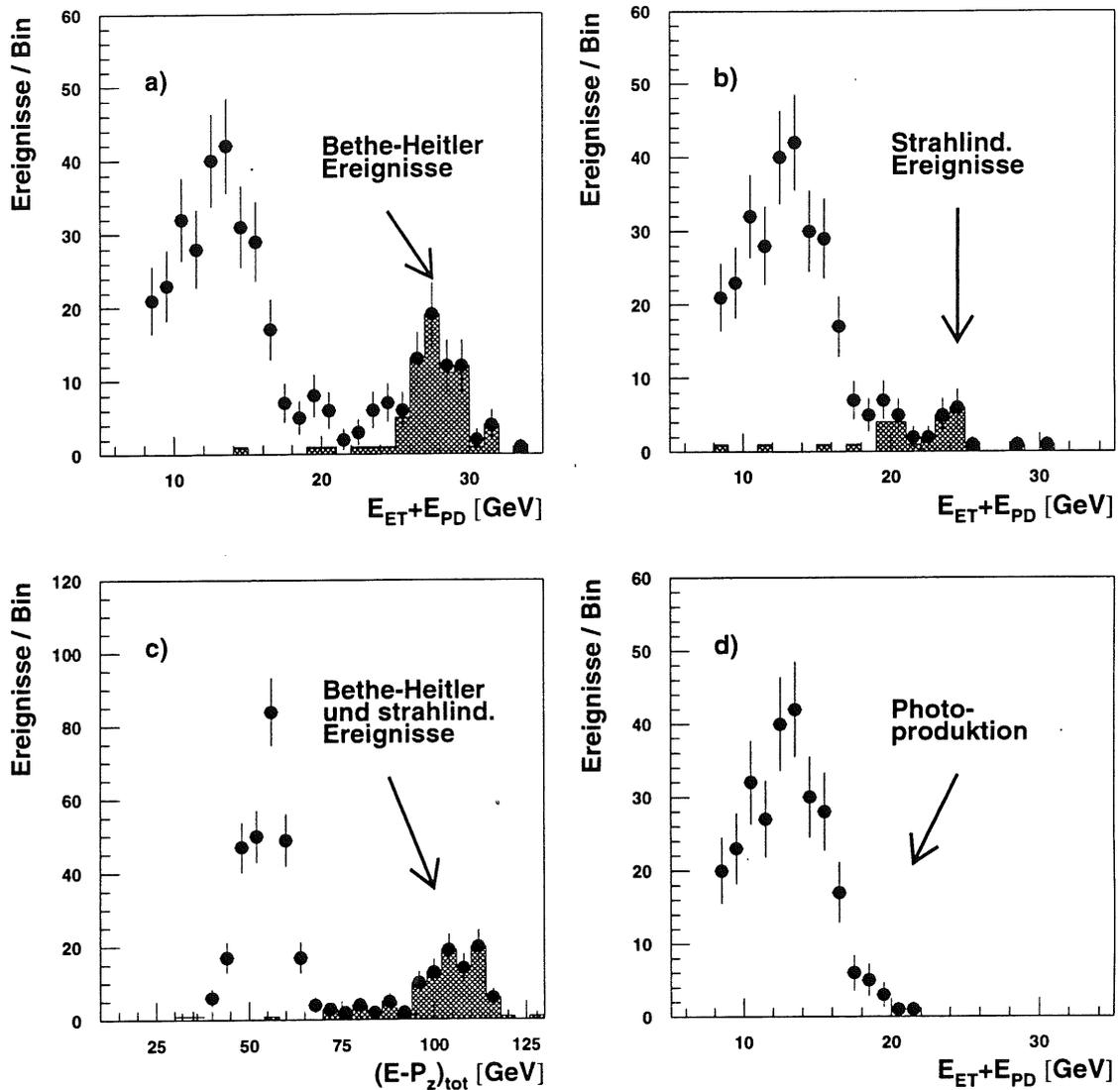


Abbildung 3.9: Ereignisse mit Energie im Elektronendetektor $E_{ET} > 8$ GeV.

in a): Spektrum der Gesamtenergie $E_{ET} + E_{PD}$; schraffiert: koinzidente Bethe-Heitler-Ereignisse mit $E_{PD} > 2$ GeV.

in b): $E_{ET} + E_{PD}$ mit $E_{PD} < 2$ GeV; schraffiert: strahlinduzierter Untergrund ($(E - P_z)_{tot} > 70$ GeV).

in c): Spektrum der Größe $(E - P_z)_{tot}$; schraffiert: strahlinduzierter Untergrund und Bethe-Heitler-Ereignisse mit $(E - P_z)_{tot} > 70$ GeV oder $E_{PD} > 2$ GeV.

in d): Bei Verwendung der beiden Schnitte $(E - P_z)_{tot} < 70$ GeV und $E_{PD} < 2$ GeV erhält man ein reines Photoproduktionsspektrum.

der Größe $(E - P_z)_{tot}$ auf das zweifache der nominalen Elektronstrahlenergie $2 \cdot 27.5$ GeV = 55.0 GeV begrenzt. Jegliche Art von koinzidentem Untergrund führt aufgrund der zusätzlichen Energiedeposition zu größeren Werten von $(E - P_z)_{tot}$ und kann mit Hilfe des

Schnittes

$$(E - P_z)_{\text{tot}} < 70 \text{ GeV} \quad (3.7)$$

wirksam unterdrückt werden. Das Spektrum der Größe $(E - P_z)_{\text{tot}}$ in Abbildung 3.9 c) zeigt neben dem Maximum bei etwa 55 GeV, das von ep-Kollisionen herrührt, den koinzidenten Untergrund. Schraffiert eingezeichnet sind Bethe-Heitler-Ereignisse und strahlinduzierte Untergrundereignisse mit $(E - P_z)_{\text{tot}} > 70 \text{ GeV}$ oder $E_{PD} > 2 \text{ GeV}$.

Bei Verwendung beider Schnitte (Gleichungen (3.5) und (3.7)) enthält das Spektrum für die Gesamtenergie aus Photon- und Elektronendetektor des Luminositätssystems reine Photoproduktionsereignisse (Abbildung 3.9 d)).

Die so selektierten Daten können nun, wie in Abbildung 3.10 zu sehen ist, mit der PHOJET Monte-Carlo-Simulation verglichen werden. Die Verteilungen der verschiedenen Detektorgrößen in den Abbildungen 3.10 b) - f) zeigen gute Übereinstimmung der Simulation mit den Daten. Die Größen *ECRA* und *DCLBP* in Abbildung 3.10 e) und f) sind geeignete Estimatoren, mit denen der in den selektierten tiefunelastischen Streuereignissen enthaltene Photoproduktionsuntergrund weiter reduziert werden kann.

Weitere Schnitte gegen die Photoproduktion (*ECRA*, *DCLBP*)

Im statistischen Mittel haben elektromagnetische Schauer im BEMC eine geringere transversale Ausdehnung als hadronische Schauer. Als ein Maß für die transversale Schauerenausdehnung hat sich der energiegewichtete Clusterradius *ECRA* bewährt, der folgendermaßen definiert ist (vergleiche Gleichung (2.3)):

$$ECRA = \frac{1}{E_{clu}} \sum_{i=1}^{N_{clu}} E_i \left| \begin{pmatrix} x_i^{cog} \\ y_i^{cog} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{clu}^{cog} \\ y_{clu}^{cog} \end{pmatrix} \right|. \quad (3.8)$$

Der zweite Estimator zur weiteren Unterdrückung des Photoproduktionsuntergrundes ist der parallaxekorrigierte Abstand zwischen dem Schauerschwerpunkt im BEMC und dem nächsten BPC-Treffer (*DCLBP*, „distance of closest BPC hit“). Für elektromagnetische Schauer, die von dem gestreuten Elektron herrühren, ergibt sich eine deutlich schmalere Verteilung als für hadronische Schauer. Eine detaillierte Beschreibung dieser beiden Schnitte findet sich in [MUE94], [REI95].

In dieser Analyse wurden für die Selektion der tiefunelastischen Streuereignisse folgende Schnitte für *DCLBP* und *ECRA* gewählt:

$$\begin{aligned} ECRA &< 5 \text{ cm}, \\ DCLBP &< 5 \text{ cm}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

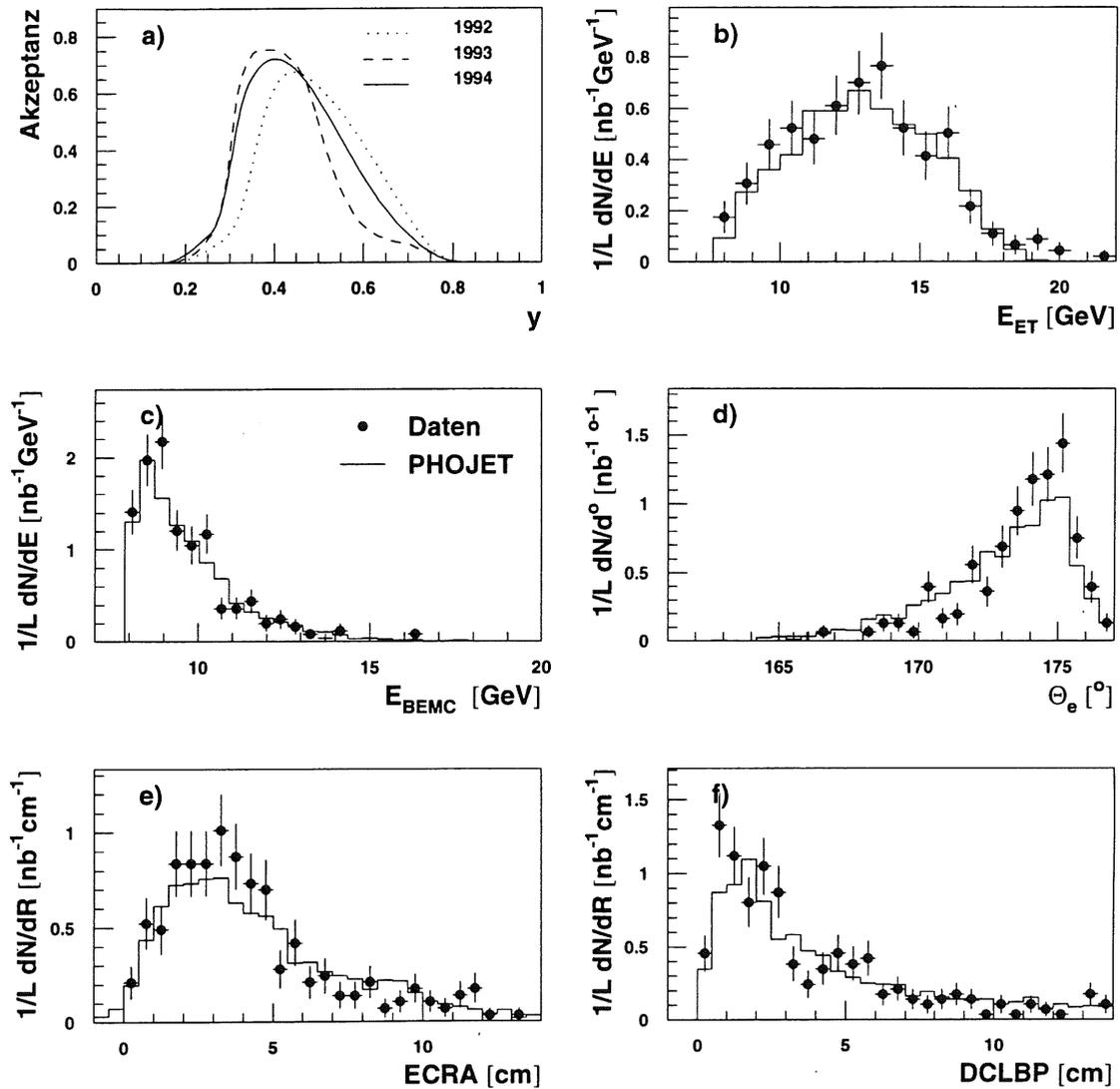


Abbildung 3.10: Vergleich der PHOJET Monte-Carlo-Simulation mit den speziell selektierten Photo-produktionsereignissen

a) Akzeptanz des Elektronendetektors in Abhängigkeit von y für die Jahre 1992-1994; b) Energiespektrum des Elektronendetektors ET; c), d) Energie- und Winkelspektrum des mißidentifizierten Elektrons im BEMC; e), f) Verteilungen des energiegewichteten Schauerradius ($ECRA$) und der Größe $DCLBP$, die den parallaxekorrigierten Abstand zwischen dem Schauerschwerpunkt und dem nächsten BPC -Treffer bezeichnet.

3.3 Strahlungskorrekturen

Der Ausdruck für den Born-Wirkungsquerschnitt in Gleichung (1.15) ist entsprechend dem Feynman-Graphen in Abbildung 1.1 für den reinen Ein-Photon-Austausch formuliert worden, d.h. unter Vernachlässigung aller höheren Ordnungen der elektroschwachen Wechselwirkung. In dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse sind die auftretenden QED-Strahlungseffekte jedoch nicht zu vernachlässigen, so daß Gleichung (1.15) um einen Faktor $(1 + \delta_{\text{RC}}(x, Q^2))$, der die Strahlungskorrekturen zum Born-Wirkungsquerschnitt beschreibt, gemäß

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dQ^2} = \kappa(R) \cdot F_2(x, Q^2) \cdot (1 + \delta_{\text{RC}}) \quad (3.10)$$

ergänzt werden muß. Von den möglichen Strahlungseffekten sind die rein leptonicen Korrekturen dominant [SPI91a]. Der zugehörige globale Feynman-Graph ist in Abbildung 3.11 zu sehen. Die Variablenpaare x, Q^2 und x_l, Q_l^2 sind wie folgt definiert:

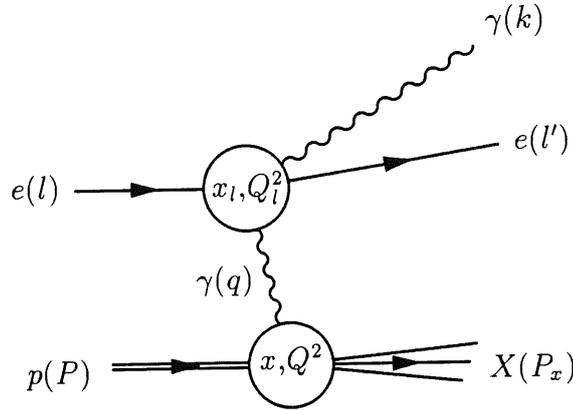


Abbildung 3.11: Notation für die radiative ep-Streuung

$$\begin{aligned} Q_l^2 &= -(l - l')^2, & x_l &= \frac{Q_l^2}{2P \cdot (l - l')}, & y_l &= \frac{P \cdot (l - l')}{P \cdot l}, \\ Q^2 &= -(P_x - P)^2, & x &= \frac{Q^2}{2P \cdot (P_x - P)}, & y &= \frac{P \cdot (P_x - P)}{P \cdot l}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Die leptonicen Korrekturen des Prozesses in Abbildung 3.11 können im Rahmen der QED in der Ordnung α exakt berechnet werden. Einige der Feynman-Graphen, die hierbei zu berücksichtigen sind, zeigt Abbildung 3.12.

Werden in der Kalkulation des radiativen Wirkungsquerschnittes nur Terme in erster Ordnung $\frac{\alpha}{\pi} \ln(\frac{Q^2}{m_e^2})$ berücksichtigt (*Leading Log Approximation*, LLA) [SPI91b], dann ist eine eindeutige Separation in drei Kanäle gemäß Gleichung (3.12) möglich⁵:

$$\frac{d^5 \sigma}{dx dQ^2 d^3 k} = \frac{M_1}{k \cdot l} + \frac{M_2}{k \cdot l'} + \frac{M_3}{Q^2}. \quad (3.12)$$

⁵Eine eindeutige Zerlegung des Wirkungsquerschnittes in diese drei Kanäle ist nur in dieser Näherung gültig.

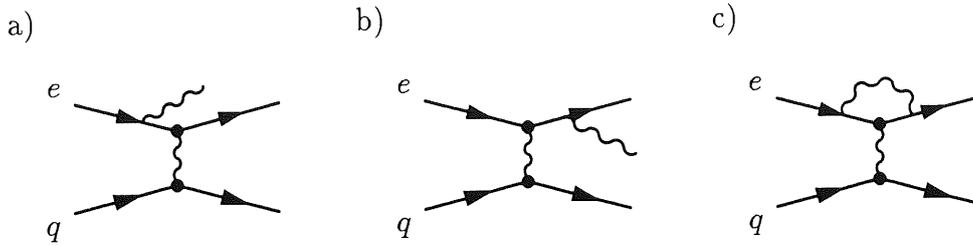


Abbildung 3.12: Strahlungskorrekturen am leptonischen Vertex der $\mathcal{O}(\alpha)$:
a) *Initial State Radiation* (ISR), b) *Final State Radiation* (FSR), c) Vertex Korrektur.

1. Der Term $M_1/k \cdot l$ rührt von der Abstrahlung eines Photons im Anfangszustand. Der Wirkungsquerschnitt wird groß für kleine $k \cdot l$, d.h. für Ereignisse, in denen Photonen $\gamma(k)$ kollinear zum einlaufenden Elektron $e(l)$ abgestrahlt werden (*Initial State Radiation*, kurz ISR).
2. Der Term $M_2/k \cdot l'$ rührt von der Abstrahlung eines Photons im Endzustand. Der Anstieg des Wirkungsquerschnittes ergibt sich entsprechend für Photonen $\gamma(k)$, die kollinear zum auslaufenden Elektron $e(l')$ abgestrahlt werden (*Final State Radiation*, kurz FSR). Eine direkte Zuordnung dieser beiden Terme mit den Feynman-Graphen Abbildung 3.12 a) und b) ist jedoch nur in einer bestimmten Eichung korrekt.
3. Der Term M_3/Q^2 kennzeichnet die Streuung des Elektrons am Proton mit einem Impulsübertrag $Q^2 \simeq 0$ verbunden mit der Abstrahlung eines Compton-Photons. Diese „QED-Compton“-Ereignisse eignen sich für Kalibrationszwecke, weil sich bei ihnen die Transversalimpulse von Photon und Elektron balancieren.

Die Implementierung der Strahlungseffekte erfolgt in dieser Analyse mit Hilfe des Monte-Carlo-Generators DJANGO6 [DJA91], [DJA93], mit dem tiefunelastische Streuergebnisse erzeugt werden können. In dem Generator DJANGO6 werden die Programme HERACLES, LEPTO, ARIADNE und JETSET in Form einer Kette verbunden, die im einzelnen kurz beschrieben werden.

- Zunächst wird mit dem Generator HERACLES (Version 4.4) [HCS91] der Wirkungsquerschnitt gemäß Gleichung (3.10) in der Ordnung α berechnet. Anschließend werden dem Wirkungsquerschnitt entsprechend Ereignisse mit und ohne Abstrahlung reeller Photonen generiert. Dabei können die verschiedenen radiativen Kanäle einzeln berücksichtigt werden⁶. Zur Vermeidung der infrarot-divergenten weichen Bremsstrahlung dient ein Abschneideparameter ϵ , der intern berechnet wird und mit Werten $\epsilon \approx 5 \dots 500$ MeV unterhalb der Detektorauflösung liegt.
- In dem Generator LEPTO (Version 6.1) [LEP91] wird daran anschließend der hadronische Endzustand der tiefunelastischen ep-Streuung simuliert. Für den harten

⁶In der verwendeten Monte-Carlo-Simulation wurden nur die Kanäle der ISR und FSR, nicht aber der Kanal für QED-Compton-Ereignisse berücksichtigt, da der Anteil dieser Ereignisse in dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse unter 1 % liegt.

Streuprozess ergeben sich bis zur Ordnung α_s drei Prozesse: zum einen die direkte Streuung am Quark (Abbildung 1.2), zum anderen die beiden Prozesse der Ordnung α_s , die Boson-Gluon-Fusion und der QCD-Compton Prozess (Abbildung 1.3).

- Für die weitere dynamische Entwicklung der auslaufenden Partonen können innerhalb von LEPTO verschiedene Modelle gewählt werden⁷. In der vorliegenden Monte-Carlo-Simulation wurde hierfür das Farb-Dipolmodell CDM (*Color Dipole Model*) [GUS88] benutzt, das in dem Programm ARIADNE (Version 4.05) [ARI92] an die tiefinelastische Streuung angepaßt wird. Ausgehend von den drei möglichen Streuprozessen bildet sich zwischen dem gestreuten Quark und dem Protonrest ein Farbdipol, der zur Abstrahlung eines Gluons führt. Die bei dieser Abstrahlung entstehenden Farbdipole führen im weiteren Verlauf zu einer Gluon-Kaskade. Mit dem Programm JETSET (Version 7.4) [JET92], in dem das Lund-String-Fragmentationsmodell implementiert ist [SJO86], erfolgt die anschließende Hadronisation der Partonen.
- Das Programm H1SIM, eine modellhafte Repräsentation des H1-Detektors, simuliert abschließend die Reaktion des Detektors auf die generierten, stabilen Hadronen und Leptonen. Auf dieser Ebene sind die simulierten Daten mit den wirklich gemessenen Daten direkt vergleichbar.

Mit Hilfe der DJANGO6 Monte-Carlo-Simulation ist es nun möglich, die Strahlungseffekte, insbesondere die Effekte der ISR und FSR, zu studieren. Wie in Abbildung 3.13 a) zu erkennen ist, können die beiden Pole der ISR und FSR in Gleichung (3.12) anhand der generierten Winkelverteilung der abgestrahlten Photonen identifiziert werden. Bei dem Photonwinkel $\Theta_\gamma \approx \pi$, d.h. kollinear zum einlaufenden Elektron, dominieren die Ereignisse mit ISR. Für die FSR ist die Korrelation zwischen Photonwinkel Θ_γ und Polarwinkel Θ_e des gestreuten Elektrons charakteristisch.

Abbildung 3.13 b) zeigt den Einfluß der ISR und FSR anhand der rekonstruierten Größe $E - P_z := \sum_i (E_i - P_{zi})$, bei der sich die Summation im Gegensatz zu Gleichung (3.6) nur über die Teilchen erstreckt, die mit dem Hauptdetektor nachgewiesen werden, d.h. ohne die Detektoren des Luminositätssystems. Für die Größe $E - P_z$ ergibt sich wegen der Energie- und Impulserhaltung idealerweise ein Wert der zweifachen Elektronenstrahlenergie $E - P_z = 2 \cdot 27.5 \text{ GeV} = 55.0 \text{ GeV}$, sofern alle Teilchen mit dem Hauptdetektor erfaßt werden. Für die Ereignisse der FSR wird das abgestrahlte Photon zusammen mit dem gestreuten Elektron im BEMC nachgewiesen. Das Maximum dieser Ereignisse liegt in etwa bei diesem Wert. Im Gegensatz dazu geht bei der ISR das abgestrahlte Photon im Strahlrohr verloren, es kann mit dem Hauptdetektor nicht nachgewiesen werden. Die Verteilung ist deshalb breiter und ihr Maximum deutlich nach links verschoben. Zum Vergleich ist zusätzlich die Verteilung aller Ereignisse abgebildet.

Die ISR und FSR ist darüberhinaus verantwortlich für Migrationen in der kinematischen x - Q^2 -Ebene. Aus der gegebenen Kinematik der Gleichung (3.11) folgt, daß immer $x_l \leq x$ und $y_l \geq y$ gilt, für Q_l^2 aber keine derartige Relation aufgestellt werden kann. Dies wird deutlich in den Abbildungen 3.14 a) und b), in denen die Migrationen von dem Variablenpaar x, Q^2 zu dem Variablenpaar x_l, Q_l^2 für generierte Ereignisse gezeigt werden, in

⁷Eine ausführliche Beschreibung dieser verschiedenen Modelle kann in [LAN94] nachgelesen werden.

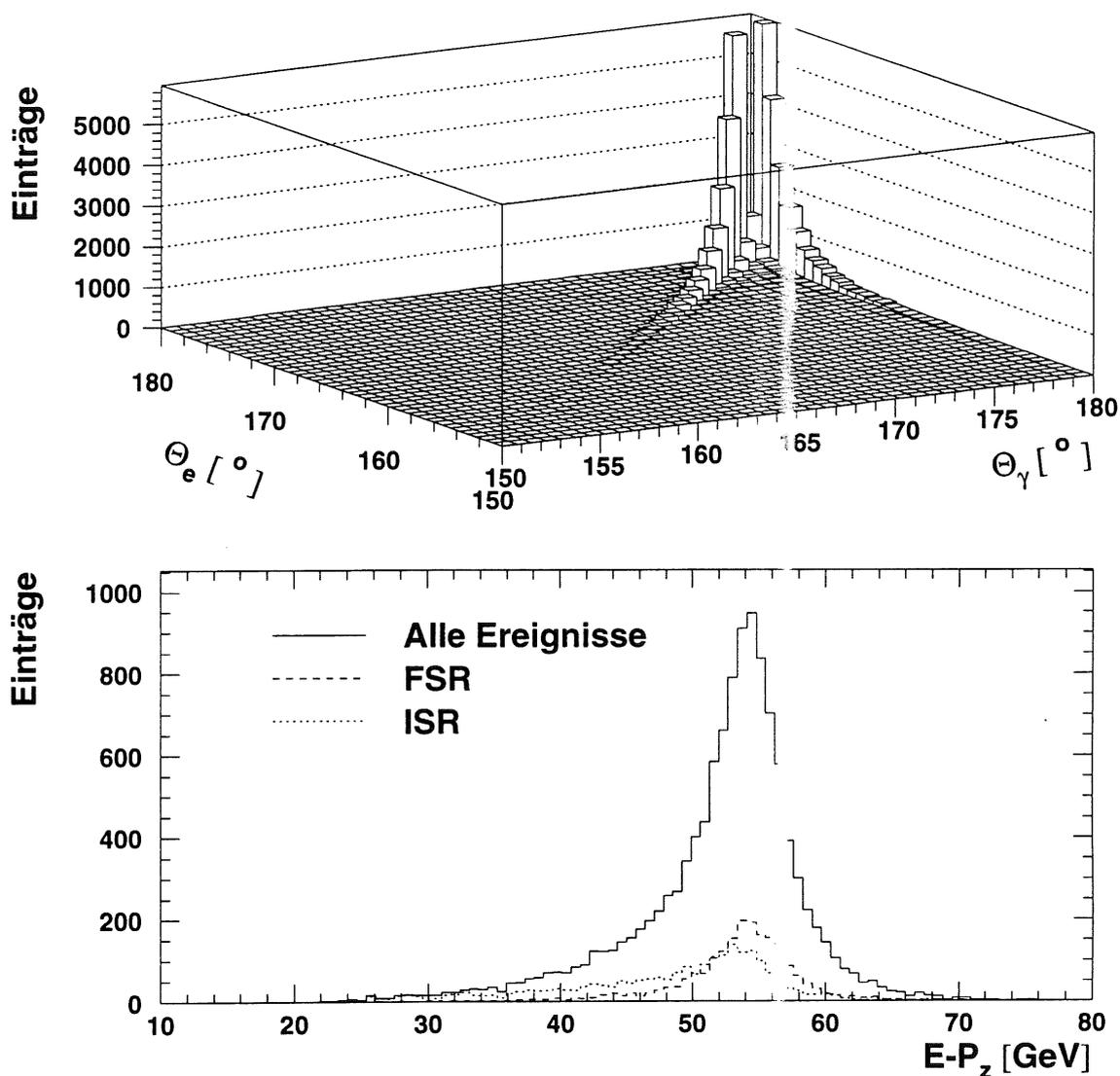


Abbildung 3.13: Strahlungseffekte der ISR, FSR

a) Die generierte Winkelverteilung der abgestrahlten Photonen zeigt zwei Häufigkeitsbereiche, die den Polen der ISR und FSR entsprechen. b) zeigt den Einfluß der ISR und FSR für die rekonstruierte Größe $E - P_z$. Bei der FSR wird das abgestrahlte Photon zusammen mit dem gestreuten Elektron im BEMC gemessen. Bei der ISR geht das abgestrahlte Photon im Strahlrohr verloren. Deshalb wird die Verteilung für die Größe $E - P_z$ breiter und ihr Maximum verschiebt sich nach links.

denen Photonen mit einer Energie $E_\gamma > 4$ GeV vom ein- bzw. auslaufenden Elektron abgestrahlt werden. Wird der Wirkungsquerschnitt in Gleichung (3.10) durch die leptonischen Variablen x_l , Q_l^2 ausgedrückt, so führen die Migrationen in Abbildung 3.14 im Bereich hoher y_l zu einer Anhebung des Wirkungsquerschnittes und im Bereich niedriger y_l zu einer Absenkung. Dementsprechend ist in Gleichung (3.10) der Strahlungskorrekturfaktor

Migrationen ($x, Q^2 \rightarrow x_l, Q_l^2$)

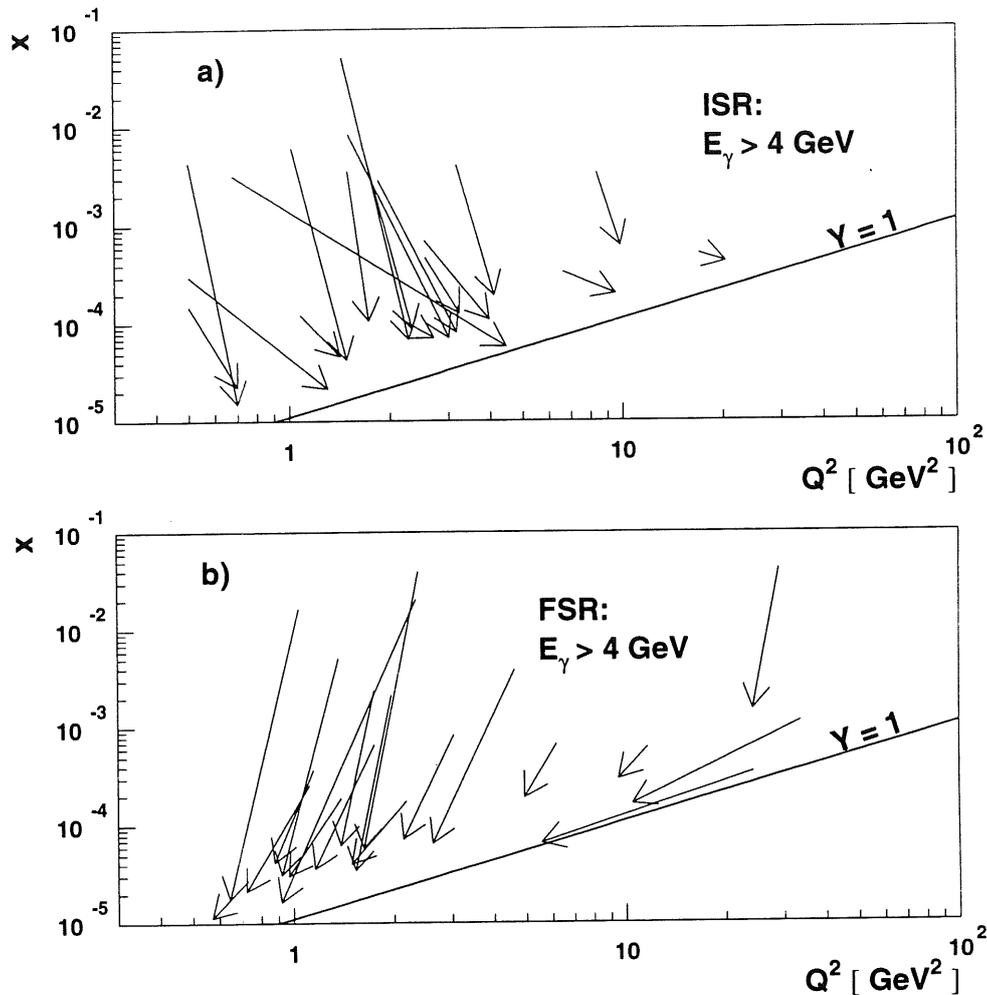


Abbildung 3.14: Migrationen in der kinematischen x - Q^2 -Ebene aufgrund der ISR, FSR am Beispiel von 20 Ereignissen. a) Die Pfeile deuten die Migrationen von dem hadronischen Variablenpaar x, Q^2 zu dem leptonen Variablenpaar x_l, Q_l^2 für Ereignisse der ISR mit einer Energie des abgestrahlten Photons $E_\gamma > 4 \text{ GeV}$ an. b) Entsprechende Ereignisse der FSR.

$(1 + \delta_{\text{RC}}) > 1$ für hohe y_l und $(1 + \delta_{\text{RC}}) < 1$ für niedrige y_l .

Die Werte für den Strahlungskorrekturfaktor $(1 + \delta_{\text{RC}})$ in Abhängigkeit von x und Q^2 können analytisch mit Programmen, wie z.B. HELIOS [HEL91] oder HECTOR [HEC95] bestimmt werden. Alternativ bietet der Monte-Carlo-Generator DJANGO6 die Möglichkeit, Ereignisse sowohl mit (σ) als auch ohne (σ_0) Abstrahlung von Photonen zu generieren. Ein mittleres $\langle(1 + \delta_{\text{RC}})\rangle$ in einem Intervall $\square = \Delta x \Delta Q^2$ ergibt sich dann aus dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte gemäß

$$\langle(1 + \delta_{\text{RC}})\rangle = \frac{\int_{\square} \sigma dx dQ^2}{\int_{\square} \sigma_0 dx dQ^2}. \quad (3.13)$$

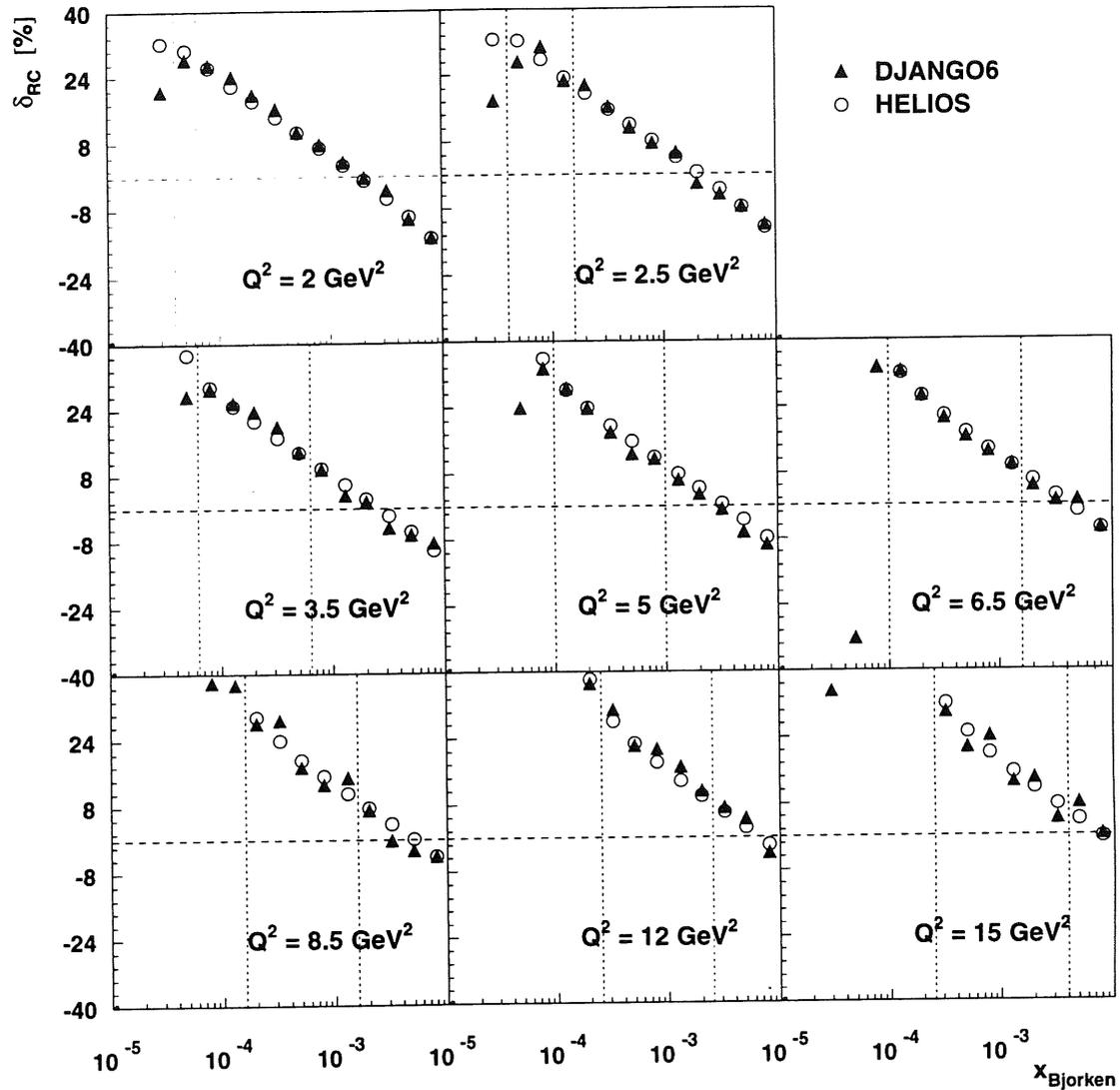


Abbildung 3.15: Dargestellt ist der Strahlungskorrekturfaktor $\delta_{RC}(x, Q^2)$ für feste Q^2 als Funktion von x für die leptonischen Variablen x_l, Q_l^2 . Die Kreise zeigen das Ergebnis der analytischen Rechnung mit dem Programm HELIOS [HEL91]. Alternativ wurde der Korrekturfaktor nach Gleichung (3.13) mit Hilfe von Ereignissen bestimmt, die mit dem Monte-Carlo-Programm DJANGO6 [DJA93] generiert wurden (Dreiecke).

Abbildung 3.15 zeigt, daß die Strahlungskorrektur δ_{RC} für die leptonischen Variablen x_l und Q_l^2 , insbesondere bei hohen Werten von y , bis zu 30% beträgt. Dabei ist zu bedenken, daß für rekonstruierte Größen, wie z.B. $E - P_z$ in Abbildung 3.13 b), nur die ISR für Migrationen bedeutsam ist. Bei der FSR wird das abgestrahlte Photon im allgemeinen zusammen mit dem Elektron im BEMC gemessen. Der Vergleich der beiden

Methoden (HELIOS, DJANGO6) zeigt gute Übereinstimmung. Das Abknicken der Werte für DJANGO6 bei kleinen x und Q^2 rührt von den kinematischen Grenzen, innerhalb derer die Ereignisse generiert worden sind.

Wird der Wirkungsquerschnitt der Gleichung (3.10) nicht durch die leptonischen Variablen x_l , Q_l^2 sondern durch die hadronischen Variablen x , Q^2 der Gleichung (3.11) ausgedrückt, dann reduziert sich der Korrekturfaktor δ_{RC} auf Werte von max. 4%, sofern der kinematische Bereich, wie in der vorliegenden Analyse, auf Werte $y < 0.6$ beschränkt wird [SPI91a].

3.4 Übersicht der Selektionskriterien

In der folgenden Liste sind die endgültigen Schnitte für die Selektion **tiefunelastischer Streueignisse** zusammenfassend aufgeführt:

Kinematische Schnitte:

- $\theta_e > 164.5^\circ$
Polarwinkel des gestreuten Elektrons
- $(R_{BPC} > 15 \text{ cm}) \wedge (|X_{BPC}| + |Y_{BPC}| > 18 \text{ cm})$
Dieser und der vorherige Schnitt garantieren zum einem, daß der Cluster vollständig im BEMC enthalten ist und damit die Energie gut gemessen werden kann, zum anderen, daß die relative Effizienz der BPC in diesem Bereich kontrolliert werden kann [MUE95].
- $E_e > 11 \text{ GeV}$
Diese Mindestenergie des gestreuten Elektrons wird gefordert, um eine Effizienz des S_0 -Subtriggers (L_1) von 100% zu gewährleisten. Gleichzeitig wird mit diesem Schnitt der Photoproduktionsuntergrund beträchtlich reduziert.
- $y_e > 0.05$
Dieser Schnitt garantiert eine ausreichende Auflösung in x .

Zusätzliche Schnitte zur Reduzierung des Untergrundes:

- $36 \text{ cm} < Z_{Vertex} < 96 \text{ cm}$
Existenz eines Vertex, der von dem zentralen Spursystem rekonstruiert und mit einem maximalen Fehler $\Delta(Z_{Vertex}) \leq 5 \text{ cm}$ behaftet ist. Diese Forderung dient der Reduzierung des strahlinduzierten Untergrundes, der nicht von ep-Kollisionen herrührt.
- S_0 -Subtrigger
Dieser L_1 -Subtrigger ist für tiefunelastische Streueignisse optimiert worden; seine Effizienz kann gut kontrolliert werden (vergleiche Kapitel 2.2.2).
- $ETAG < 5 \text{ GeV}$
Energiedeposition im Elektronendetektor ET des Luminositätssystems

- **$ECRA < 5 \text{ cm}$**
Energiegewichteter Schauerradius
- **$DCLBP < 5 \text{ cm}$**
Parallaxekorrigierter Abstand zwischen dem Schauerschwerpunkt und dem nächsten BPC-Treffer
Die letzten drei Schnitte dienen der weiteren Reduzierung des verbleibenden Photoproduktionsuntergrundes.

Die folgende Liste enthält alle in Kapitel 3.2.2 diskutierten Schnitte zur Selektion von **Photoproduktionsereignissen**, bei denen das gestreute Elektron in dem Elektrondetektor ET des Luminositätssystems nachgewiesen wird. Es werden nur die Schnitte genannt, die sich von denen der Selektion tiefunelastischer Streuereignisse unterscheiden.

Kinematische Schnitte:

- **$E_e > 8 \text{ GeV}$**
Energie des gestreuten Elektrons

Schnitte zur Selektion der Photoproduktionsereignisse:

- **$ECRA < 14 \text{ cm}$**
Energiegewichteter Schauerradius
- **$DCLBP < 14 \text{ cm}$**
Parallaxekorrigierter Abstand zwischen dem Schauerschwerpunkt und dem nächsten BPC-Treffer
- **$ETAG > 8 \text{ GeV}$**
Energiedeposition im Elektrondetektor ET des Luminositätssystems
- **$EGAM < 2 \text{ GeV}$**
Energiedeposition im Photondetektor PD des Luminositätssystems
- **$EMPZ_{\text{tot}} < 70 \text{ GeV}$**
Die Summe $\sum \mathbf{E} - \mathbf{p}_z$ über alle Teilchen und alle Detektoren (inklusive ET und PD)
Die letzten drei Schnitte werden benötigt, um reine Photoproduktionsereignisse mit einem gestreuten Elektron im Elektrondetektor ET zu selektieren.

Abschließend zeigt Abbildung 3.16 die selektierten tiefunelastischen Streuereignisse in der kinematischen x - Q^2 -Ebene. Der Bereich zwischen den gestrichelten Linien für $\Theta = 173^\circ$ und $\Theta = 176^\circ$ kennzeichnet den Gewinn in der Kinematik, der mit den speziellen Daten mit verschobenem Wechselwirkungspunkt erreicht werden kann.

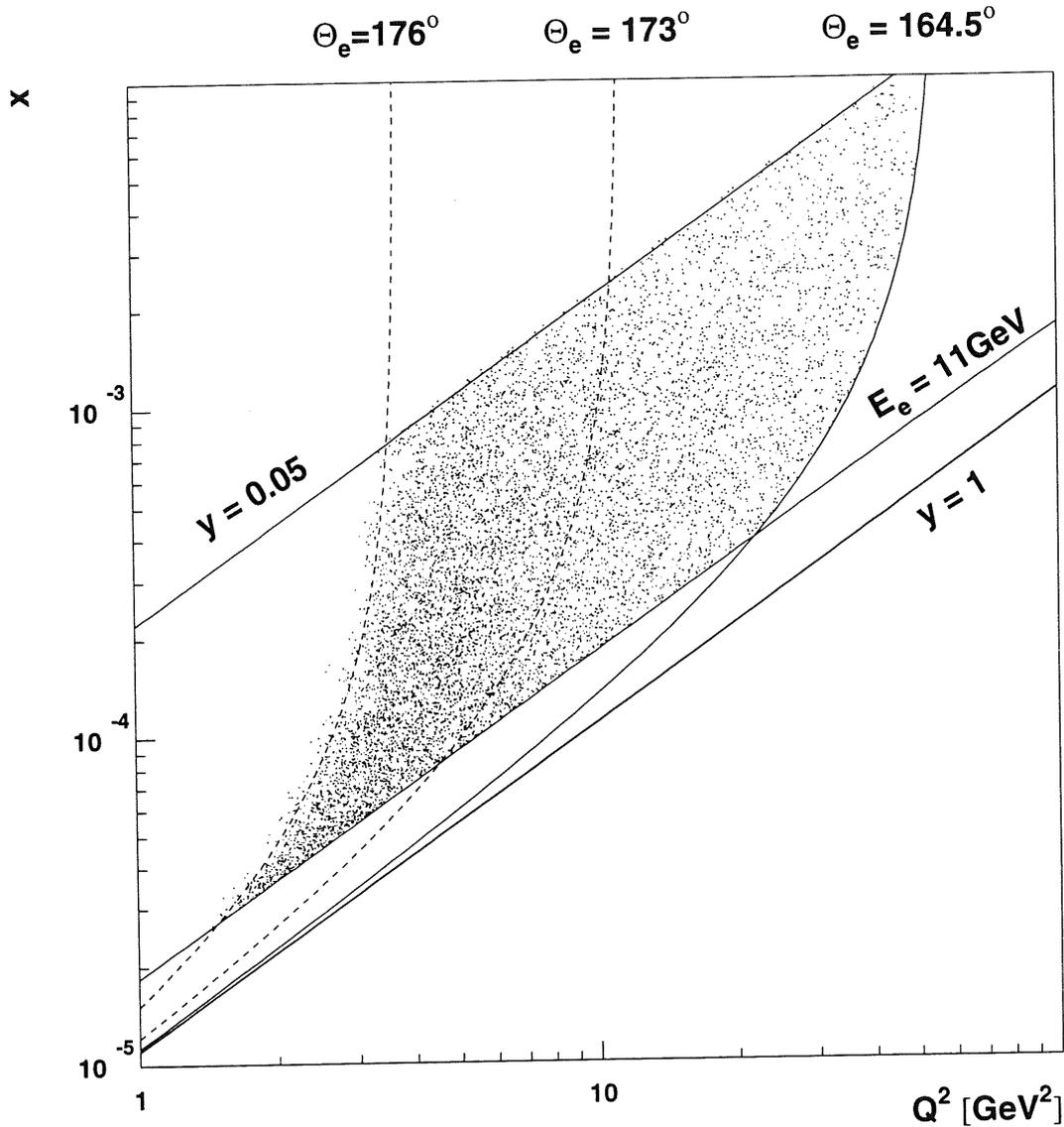


Abbildung 3.16: Die Abbildung zeigt die 8808 Ereignisse in der x - Q^2 -Ebene, die nach allen Selektionskriterien für die Analyse verbleiben. Die gestrichelte Linie für $\Theta = 176^\circ$ entspricht näherungsweise den in der Analyse verwendeten geometrischen Schnitten. Die Linie für $\Theta = 173^\circ$ kennzeichnet die kinematische Grenze für die Daten mit nicht verschobenem Wechselwirkungspunkt.

Kapitel 4

Bestimmung der Strukturfunktion F_2

4.1 Das Entfaltungsproblem

Grundsätzlich ist es aufgrund der Unvollkommenheit des Detektors nicht möglich, die wahre Verteilung $f(x)$ einer physikalischen Größe x direkt zu messen. Stattdessen kann Information über die Verteilung $f(x)$ nur indirekt aus einer Verteilung $g(y)$ eines Detektorsignals y gewonnen werden, welches mit der physikalischen Größe x korreliert ist. Die Beziehung zwischen der erwarteten Detektorverteilung $g(y)$ und der „wahren“ Verteilung $f(x)$ kann durch folgende Integralgleichung ausgedrückt werden [BLO84]:

$$g(y) = \int A(x, y) f(x) dx + b(y). \quad (4.1)$$

Die Verschmierung der physikalischen Verteilung $f(x)$ wird in obiger Gleichung durch die Antwortfunktion $A(x, y)$ beschrieben, in der die folgenden Detektoreffekte absorbiert sind:

- **Limitierte Akzeptanz:** Die Wahrscheinlichkeit, ein gegebenes Ereignis im Detektor nachzuweisen, ist kleiner als eins.
- **Transformation:** Die Relation zwischen der physikalischen Variablen x und dem gemessenen Detektorsignal y ist durch einen funktionalen Zusammenhang gegeben. Nur für den idealen Fall gilt $y = x$, im allgemeinen aber $y = h(x)$.
- **Begrenzte Auflösung:** Die Messung der physikalischen Variablen x mit Hilfe des Detektorsignals y ist mit einem gewissen Meßfehler behaftet, der zu einer Verschmierung der Verteilung $g(y)$ und damit verbunden zu einem Verlust an statistischer Genauigkeit führt. Die Auflösung verringert sich in der vorliegenden Analyse zusätzlich durch Strahlungseffekte, die von der Abstrahlung reeller Photonen vom ein- bzw. auslaufenden Elektron herrühren (vergleiche Kapitel 3.3). Eine klare Trennung der Detektor- und Strahlungseffekte ist nicht möglich, sie müssen vielmehr gemeinsam in der Antwortfunktion $A(x, y)$ enthalten sein.

Desweiteren ist es möglich, daß die Verteilung $g(y)$ des Detektorsignals y Untergrundeignisse entsprechend einer Verteilung $b(y)$ enthält, die mit der physikalischen Verteilung $f(x)$ nichts zu tun haben. Identifiziert man $g(y)$, wie in der vorliegenden Analyse, mit

dem rekonstruierten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{rek}(x_{rek})$ der tiefunelastischen Streuung, dann stammen diese Untergrundereignisse aus der Photoproduktion.

Von den beschriebenen Detektoreffekten können die beiden erstgenannten leicht korrigiert werden, die limitierte Akzeptanz durch Einführung von Gewichtungsfaktoren und die Transformation mit Hilfe einer Kalibrationskurve. Das Problem der begrenzten Auflösung kann jedoch nur mit Hilfe der *Entfaltung* korrekt gelöst werden.

Die Entfaltung hat das Ziel, bei Kenntnis von $A(x, y)$ und $b(y)$ die physikalische Verteilung $f(x)$ aus der mit dem Detektor gemessenen Verteilung $\hat{g}(y)$ zu gewinnen. Die statistischen Fluktuationen, denen die gemessene Verteilung $\hat{g}(y)$ unterliegt, führen zu einer Abweichung von der erwarteten Detektorverteilung $g(y)$ mit der Konsequenz, daß die physikalische Verteilung $f(x)$ analytisch nicht entfaltet werden kann. Im folgenden werden die beiden in der Analyse angewendeten numerischen Entfaltungsmethoden zur Lösung der Integralgleichung (4.1) diskutiert.

4.1.1 Die iterative Faktor-Methode

Für eine numerische Lösung der Integralgleichung (4.1) ist eine Diskretisierung der kontinuierlichen Verteilungen $g(y)$, $b(y)$ und $f(x)$ erforderlich. Dazu wird zunächst für die zu bestimmende Funktion $f(x)$ gemäß Gleichung (4.2) eine Linearkombination von Wahrscheinlichkeitsfunktionen $p_j(x)$

$$f(x) = \sum_{j=1}^m a_j p_j(x) \quad (4.2)$$

angesetzt. Diese Diskretisierung zieht folgende Definition nach sich:

$$\begin{aligned} A_j(y) &:= \int A(y, x) p_j(x) dx \\ \Rightarrow g(y) &= \sum_{j=1}^m a_j A_j(y) + b(y). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Letztere Gleichung ergibt sich durch Einsetzen der Linearkombination für $f(x)$ in Gleichung (4.1). Die Verteilungen $g(y)$ und $b(y)$ der Detektorvariablen y werden mit Hilfe von Histogrammen repräsentiert. Mit der Festlegung der Intervallgrenzen y_0, \dots, y_n ergeben sich die Definitionen

$$g_i := \int_{y_{i-1}}^{y_i} g(y) dy, \quad b_i := \int_{y_{i-1}}^{y_i} b(y) dy, \quad A_{ij} := \int_{y_{i-1}}^{y_i} A_j(y) dy. \quad (4.4)$$

Die Linearkombination der Funktion $f(x)$ und die Repräsentation der Verteilungen $g(y)$ und $b(y)$ durch Histogramme transformieren die Integralgleichung (4.1) in eine Matrixgleichung der Form:

$$g = A a + b \quad (4.5)$$

mit

- g, b Vektoren mit n Komponenten, die Histogramme der Detektorvariablen y repräsentieren;
- a Vektor mit m Koeffizienten a_j der Gleichung (4.2);
- A_{ij} Detektormatrix, in der die Detektoreffekte enthalten sind.

Entsprechend Gleichung (4.5) kann die erwartete Detektorverteilung $g(y)$ durch einen Vektor $g(a)$ mit n Komponenten beschrieben werden, der wiederum von dem Vektor a mit den m Koeffizienten a_j der Linearkombination für $f(x)$ abhängt. Wählt man für die Wahrscheinlichkeitsfunktionen $p_j(x)$ in Gleichung (4.2) den Ansatz

$$p_j(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_{j-1} < x < x_j \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad j = 1, \dots, m \quad (4.6)$$

dann repräsentieren die Komponenten $a_j =: f_j$ direkt ein Histogramm der Lösung $f(x)$ mit den in Gleichung (4.6) angegebenen Intervallgrenzen.

Vorausgesetzt die Intervalle Δx , Δy der Histogramme g , b und f werden so gewählt, daß die limitierte Akzeptanz gegenüber der begrenzten Auflösung überwiegt, dann können in der Detektormatrix A alle Nebendiagonalelemente ($A_{ij} = 0$ für $i \neq j$) vernachlässigt werden. Wird mit dem Detektor eine Verteilung \hat{g} gemessen, dann ergeben sich die Komponenten des Lösungsvektors \hat{f} einfach durch Auflösung der Gleichung (4.5) nach \hat{f} gemäß

$$\hat{f}_i = \frac{\hat{g}_i - b_i}{A_{ii}}, \quad (4.7)$$

wobei die Hauptdiagonalelemente A_{ii} die Akzeptanzwahrscheinlichkeit für das i -te Intervall angeben. Sie können mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation bestimmt werden. Hierzu werden Ereignisse mit x -Werten entsprechend einer vorgegebenen Verteilung $\check{f}(x)$ generiert und für diese generierten Ereignisse die Reaktion des Detektors $\check{g}(y)$ simuliert. Füllt man diese Ereignisse in entsprechende Histogramme \check{g} und \check{f} , dann ist der Wert A_{ii} für das i -te Intervall durch das Verhältnis \check{g}_i/\check{f}_i gegeben und Gleichung (4.7) schreibt sich:

$$\hat{f}_i = (\hat{g}_i - b_i) \left(\frac{\check{f}_i}{\check{g}_i} \right). \quad (4.8)$$

Die Lösung \hat{f} nach Gleichung (4.8) ist unter diesen Voraussetzungen unabhängig von der Wahl der generierten Verteilung \check{f} , da es keine Migrationen zwischen den gewählten Intervallen gibt. Dies gilt nicht mehr, wenn aufgrund der begrenzten Auflösung des Detektors die Migrationen nicht mehr vernachlässigt werden können ($A_{ij} \neq 0$ für $i \neq j$). Die Gültigkeit der Gleichung (4.8) ist für diesen Fall nur dann gegeben, wenn die gewählte Verteilung $\check{f}(x)$ bereits der wahren Verteilung $f(x)$ entspricht, denn dann gilt innerhalb der statistischen Fehler $\check{g}_i = \hat{g}_i - b_i$. Ist dies nicht der Fall, so ist die gefundene Lösung \hat{f} zumindest eine bessere Approximation der wahren Verteilung $f(x)$ als \check{f} . In einem nächsten Schritt können Monte-Carlo-Ereignisse entsprechend der approximierten Lösung \hat{f} generiert und simuliert werden. Man erhält ein iteratives Verfahren

$$\hat{f}_i^{(k+1)} = (\hat{g}_i - b_i) \left(\frac{\check{f}_i^{(k)}}{\check{g}_i^{(k)}} \right), \quad (4.9)$$

in dem die approximierte Lösung $\hat{f}^{(k)}$ gegen die wahre Lösung f konvergiert

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{f}^{(k)} = f. \quad (4.10)$$

Die Information über die Korrelationen der entfalteten Datenpunkte geht bei diesem Lösungsverfahren jedoch verloren.

Die Anwendung der Gleichung (4.8) auf die Messung der Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ erfolgt schrittweise. Zunächst werden in der kinematischen x - Q^2 -Ebene zweidimensionale Histogramme mit den Bereichen $\square := \Delta x \Delta Q^2$ gewählt. \hat{g} entspricht dann dem in diesen Bereichen mit dem Detektor gemessenen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{rek}(\square)$, der sich wie folgt definiert:

$$\hat{\sigma}_{rek}(\square) := \frac{\widehat{N}_{rek}}{L_{int}}. \quad (4.11)$$

Zu seiner Bestimmung wird die in einem Intervall $\square = \Delta x \Delta Q^2$ gemessene Ereigniszahl \widehat{N}_{rek} auf die integrierte Luminosität L_{int} der Daten normiert. Anschließend ist der nach Gleichung (4.11) bestimmte Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{rek}(\square)$ um den verbleibenden Photo-produktionsuntergrund $\sigma_{rek}^{\gamma p}(\square)$ (entspricht dem Untergrund b) zu korrigieren, der mit dem Monte-Carlo-Programm PHOJET abgeschätzt wird. Die Bestimmung der Akzeptanzfaktoren erfolgt mit einer Monte-Carlo-Simulation. Hierzu werden in der kinematischen x - Q^2 -Ebene tiefunelastische Streueignisse entsprechend einem Wirkungsquerschnitt $d^2\check{\sigma}/dx dQ^2$ generiert und die Reaktion des Detektors simuliert. Für die gewählten $\Delta x \Delta Q^2$ -Bereiche ergeben sich analog zur Definition von $\hat{\sigma}_{rek}(\square)$ die Wirkungsquerschnitte $\check{\sigma}(\square)$ und $\check{\sigma}_{rek}(\square)$; sie entsprechen den Größen \check{f} und \check{g} . Mit dem Einsetzen dieser Größen in Gleichung (4.7) ergibt sich für den entfalteten Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}(\square)$ der tiefunelastischen Streuung folgender Ausdruck:

$$\hat{\sigma}(\square) = \frac{\hat{\sigma}_{rek}(\square) - \sigma_{rek}^{\gamma p}(\square)}{\check{\sigma}_{rek}(\square)} \check{\sigma}(\square). \quad (4.12)$$

Um die Ergebnisse für den entfalteten Wirkungsquerschnitt bzw. später F_2 besser vergleichen zu können, ist es sinnvoll, ihn für einen bestimmten Wert x, Q^2 innerhalb des $\Delta x \Delta Q^2$ -Bereiches anzugeben. Dies erfordert eine Zentralwertkorrektur C_{BC} :

$$C_{BC}(x, Q^2) = \frac{\check{\sigma}(x, Q^2)}{\int_{\square} \check{\sigma} dx dQ^2} \quad \text{mit} \quad \check{\sigma} := \frac{d^2 \check{\sigma}}{dx dQ^2}. \quad (4.13)$$

Der Zusammenhang zwischen F_2 und dem Wirkungsquerschnitt ist in Gleichung (3.10) gegeben. Unter der Annahme, daß der kinematische Faktor $\kappa(R)$, der Strahlungskorrekturfaktor $(1 + \delta_{RC})$ und die Zentralwertkorrektur C_{BC} für den in der Monte-Carlo-Simulation benutzten Wirkungsquerschnitt $\check{\sigma}$ und für die gefundene Lösung $\hat{\sigma}$ näherungsweise gleich sind, kürzen sich diese Faktoren in Gleichung (4.12) und man erhält direkt einen Ausdruck für F_2 :

$$\widehat{F}_2(x, Q^2) = \frac{1}{\epsilon} \frac{\hat{\sigma}_{rek} - \sigma_{rek}^{\gamma p}}{\check{\sigma}_{rek}} \check{F}_2(x, Q^2). \quad (4.14)$$

Mit dem zusätzlich eingeführten Faktor ϵ in obiger Gleichung können Effizienzen berücksichtigt werden, die nicht in der benutzten Monte-Carlo-Simulation der tiefunelastischen Streuung enthalten sind (z.B. die Triggereffizienz).

Die Messung des Wirkungsquerschnittes $\hat{\sigma}_{rek}(\square)$ in einem Intervall $\square = \Delta x \Delta Q^2$ basiert nach Gleichung (4.11) auf einer Messung der Ereigniszahl \widehat{N}_{rek} . Wird eine Gauß-Verteilung vorausgesetzt, ergibt sich für \widehat{N}_{rek} ein statistischer Fehler von $\delta_{stat} = (\widehat{N}_{rek})^{0.5}$

und für F_2 ein relativer statistischer Fehler von $(\widehat{N}_{rek})^{-0.5}$. Die Bestimmung der Strukturfunktion F_2 nach Gleichung (4.14) wird in der H1-Kollaboration auch als „Monte-Carlo“-Methode bezeichnet.

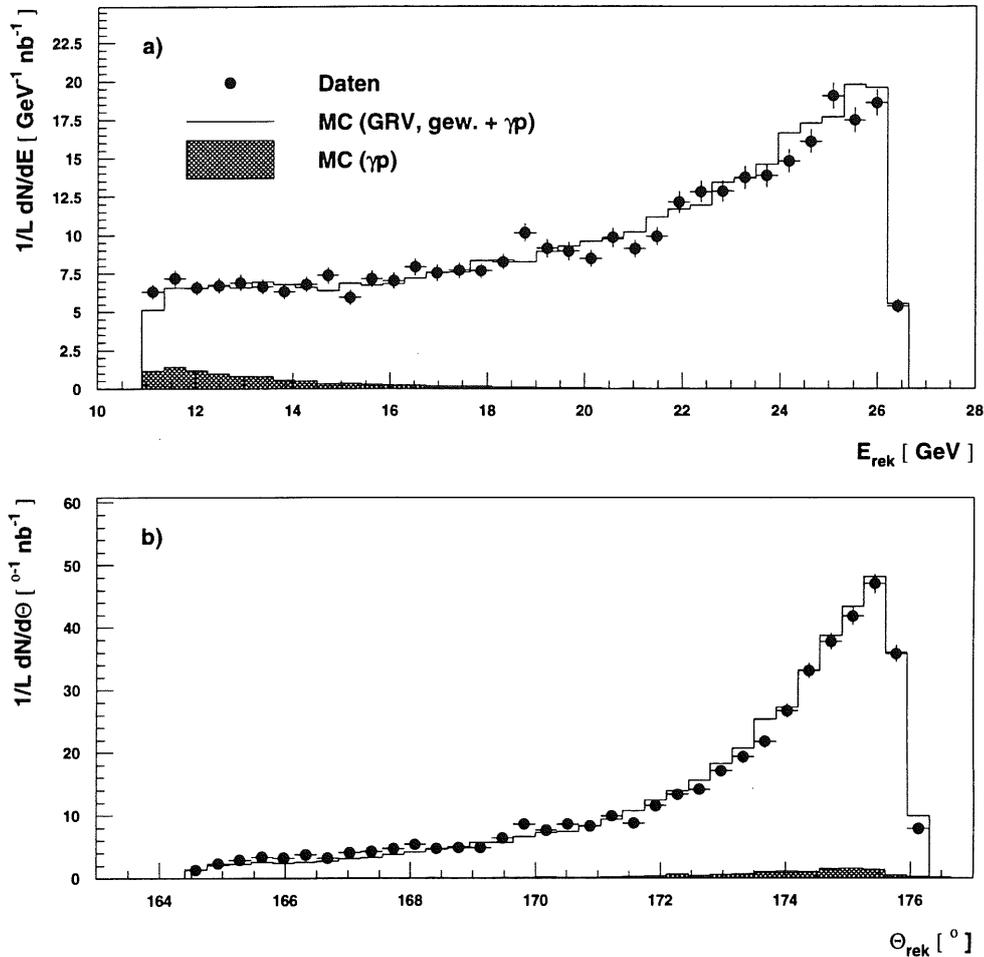


Abbildung 4.1: Energie- und Winkelspektrum des gestreuten Elektrons nach den Analyseschnitten: Die gemessenen Spektren (Punkte) lassen sich gut durch die Summe der Monte-Carlo-Simulationen der tiefunelastischen Streuung (DJANGO6) und der Photoproduktion (PHOJET) beschreiben. Alle Verteilungen sind absolut auf die Luminosität normiert; die tiefunelastischen Streuereignisse sind entsprechend dem QCD-Fit (siehe Gleichung (4.15)) umgewichtet worden.

In der Analyse wurden die tiefunelastischen Monte-Carlo-Ereignisse mit Hilfe des Programms DJANGO6 mit eingeschalteten Kanälen ISR und FSR generiert. Dadurch wurden Ereignisse mit und ohne Abstrahlung reeller Photonen erzeugt. Zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes σ wurde in diesem Programm die in Tabelle 2.3 angegebene Parametrisierung der Partondichten nach Glück, Reya und Vogt [GRV93], [PDF94] gewählt. Die Reaktion des Detektors auf die generierten Ereignisse wurde mit Hilfe des Programms H1SIM, einer modellhaften Repräsentation des H1-Detektors, simuliert. Die Variablen x und Q^2 wurden mit der in Kapitel 2.2.4 beschriebenen Elektron-Methode aus dem im

Detektor gemessenen Polarwinkel Θ_{rek} und der Energie E_{rek} des gestreuten Elektrons bestimmt.

Unter Berücksichtigung der NLO-DGLAP-Entwicklungsgleichungen wurde mit den Datenpunkten der nach Gleichung (4.14) bestimmten Strukturfunktion ein numerischer QCD-Fit mit dem Resultat $F_2^{Fit}(x, Q^2)$ durchgeführt [ZOM95]. Für eine Iteration der Gleichung (4.14) analog zur Gleichung (4.9) müßten Monte-Carlo-Ereignisse entsprechend der aus den Daten bestimmten Parametrisierung $F_2^{Fit}(x, Q^2)$ generiert und simuliert werden. Aus Zeitgründen wurde auf solch eine neue Simulation verzichtet. Man behilft sich stattdessen, indem jedes der vorhandenen Monte-Carlo-Ereignisse unter Verwendung der hadronischen Variablen x und Q^2 der Gleichung (3.11) entsprechend dem Verhältnis $F_2^{Fit}(x, Q^2)/\tilde{F}_2(x, Q^2)$ neu gewichtet wird. Mit dem umgewichteten Wirkungsquerschnitt $\tilde{\sigma}_{rek}^{Fit}$ erhält man als Näherung der Iteration folgende Gleichung:

$$F_2^{(2)}(x, Q^2) = \frac{1}{\epsilon} \frac{\hat{\sigma}_{rek} - \sigma_{rek}^{\gamma P}}{\tilde{\sigma}_{rek}^{Fit}} F_2^{Fit}(x, Q^2). \quad (4.15)$$

Abbildung 4.1 zeigt, daß das mit dem H1-Detektor gemessene Energie- und Winkel-spektrum gut mit der Summe aus der umgewichteten Monte-Carlo-Simulation der tiefunelastischen Streuung und der Monte-Carlo-Simulation zur Modellierung der Photoproduktion beschrieben werden kann.

In den bisherigen Veröffentlichungen der H1-Kollaboration wurden zur Bestimmung der Strukturfunktion F_2 die Gleichungen (4.14) und (4.15) verwendet [H1C95b], [H1C96b]. Der Schwerpunkt der vorliegenden Analyse liegt auf der im folgenden Abschnitt beschriebenen Entfaltungsmethode mit Regularisierung.

4.1.2 Die Entfaltungsmethode mit Regularisierung

Im Gegensatz zur Monte-Carlo-Methode wird in der Entfaltungsmethode mit Regularisierung [BLO84] bei der Bestimmung der Lösung \hat{f} aus der Matrixgleichung 4.5 die gesamte Information der Detektormatrix A , inklusive der Nebendiagonalelemente, berücksichtigt.

Die Komponenten der Detektormatrix A_{nm} können mit Hilfe der Ereignisse einer Monte-Carlo-Simulation bestimmt werden; ein Ereignis mit dem Wert x und einem rekonstruierten Wert der Detektorvariable y im i -ten Intervall erhöht jeweils die Komponenten $A_{i1} \dots A_{im}$ um die Werte $p_1(x) \dots p_m(x)$. Als Ansatz für die Wahrscheinlichkeitsfunktionen $p_j(x)$ in Gleichung (4.2) werden nicht die der Gleichung (4.6), sondern *kubische B-Splines* der Ordnung $k = 4$ [BOO78] gewählt. Die $p_j(x)$ sind nunmehr glatte Funktionen mit besseren Integrationseigenschaften.

Wie bereits erwähnt, weicht der gemessene Datenvektor \hat{g} von dem erwarteten Datenvektor $g(a)$ aufgrund statistischer Fluktuationen ab. Man erhält den Lösungsvektor \hat{a} durch einen Fit des linearen Ausdrucks $Aa + b$ an den Datenvektor \hat{g} . Unter der Annahme, daß jede Komponente des Datenvektors \hat{g} der *Poisson-Statistik* gehorcht, ist die Wahrscheinlichkeit, für die k -te Komponente des Datenvektors bei einem Erwartungswert $g_k(a)$ den Wert \hat{g}_k zu messen, durch

$$P_{poisson}(g_k(a), \hat{g}_k) = e^{-g_k} \frac{g_k^{\hat{g}_k}}{\hat{g}_k!} \quad (4.16)$$

gegeben. Unter der Voraussetzung der statistischen Unabhängigkeit der einzelnen Komponenten des Datenvektors \hat{g} ergibt sich die *Likelihood*-Funktion

$$L(a, \hat{g}) = \prod_{k=1}^n P_{\text{poisson}}(g_k(a), \hat{g}_k). \quad (4.17)$$

Entsprechend der *Maximum-Likelihood*-Methode [EAD71] wird für den Vektor a der Wert \hat{a} bestimmt, für den die Funktion $L(a, \hat{g})$ maximal wird. Dies entspricht einer Suche nach dem Minimum des negativen Logarithmus der *Likelihood*-Funktion mit folgender Definition:

$$\begin{aligned} S(a, \hat{g}) &:= -\ln(L(a, \hat{g})) \\ \Rightarrow S(a, \hat{g}) &= \sum g_k(a) - \sum \hat{g}_k \ln(g_k(a)). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Letztere Gleichung ergibt sich durch Vernachlässigung aller Terme, die unabhängig von a sind.

Durch Anwendung eines iterativen Algorithmus, der auf der quadratischen Approximation der Funktion $S(a, \hat{g})$ beruht, wird in der Regel nach wenigen Iterationen der Lösungsvektor \hat{a} gefunden. Es kann gezeigt werden, daß die *Kovarianzmatrix* $V(\hat{a})$ in guter Näherung der inversen *Hesse-Matrix* $H^{-1}(\hat{a})$ gleicht, die folgendermaßen definiert ist:

$$H_{jl} = \left. \frac{\partial^2 S}{\partial a_j \partial a_l} \right|_{a=\hat{a}}. \quad (4.19)$$

Die Komponenten des Lösungsvektors \hat{a} , die der Darstellung der entfalteten Lösung $\hat{f}(x)$ dienen, können somit interpretiert werden als die wahrscheinlichsten Koeffizienten bezüglich der gewählten Basis von *B-Splines* $p_k(x)$:

$$\hat{f}(x) = \sum_{k=1}^m \hat{a}_k p_k(x). \quad (4.20)$$

Allerdings können in der Lösung $\hat{f}(x)$ der Gleichung (4.20) störende Oszillationen auftreten, die insbesondere durch solche Komponenten verursacht werden, die statistisch nicht signifikant sind. Ein besseres Verständnis dieser Tatsache wird durch eine spezielle lineare Transformation der Basis $\{p_k(x)\}$ möglich, die im folgenden beschrieben wird.

Aufgrund der Symmetrie der Hesse-Matrix H kann eine lineare Transformation Q gefunden werden, die H in die Einheitsmatrix I transformiert:

$$QHQ^t = I. \quad (4.21)$$

Entsprechend seien \hat{a}' und $p'_k(x)$ die Transformationen von \hat{a} und $p_k(x)$. Die Kovarianzmatrix $V(\hat{a}') = QV(\hat{a})Q^t = QH^{-1}(\hat{a})Q^t = I$ transformiert sich ebenfalls in die Einheitsmatrix. Bezüglich dieser neuen Basis haben somit alle Komponenten \hat{a}'_k des Lösungsvektors Varianzen von Eins ($\sigma_k^2 = 1 = V_{kk}$). Zudem sind sie statistisch unabhängig, da V keine von Null verschiedenen Nebendiagonalelemente besitzt. Dies erlaubt eine unabhängige Prüfung der statistischen Signifikanz jeder einzelnen Komponente \hat{a}'_k , wobei diese angenähert Gauß-verteilt sind. Für die Quadrate $(\hat{a}'_k)^2$ ergibt sich eine χ^2 -Verteilung mit

einem Freiheitsgrad. Auf einem Konfidenzniveau von 95 % können diejenigen Komponenten \hat{a}'_k mit Null verträglich betrachtet werden, für die $(\hat{a}'_k)^2 < 3.84$ gilt. Diese statistisch nicht signifikanten Komponenten können in der Lösung ignoriert werden. In der Linearkombination zur Darstellung der Funktion $\hat{f}(x)$ werden nur solche m' Eigenvektoren der Hesse-Matrix berücksichtigt, deren entsprechende $(\hat{a}'_k)^2 \geq 3.84$ sind. Im Gegensatz zum ersten Ausdruck in Gleichung (4.20) schreibt sich die Lösung $\hat{f}(x)$ nunmehr als

$$\hat{f}(x) = \sum_{k=1}^{m'} \hat{a}'_k p'_k(x). \quad (4.22)$$

Allerdings können auch bei dieser Lösung aufgrund des scharfen Abschneidens der Linearkombination bei dem Index m' unerwünschte Oszillationen entstehen, die in der Theorie der Fourier-Analyse als *Gibbs-Phänomen* bekannt sind.

Regularisierung und entfaltete Datenpunkte

Die Oszillationen, die bei den bisherigen Lösungen der Entfaltungsmethode (Gleichungen (4.20) und (4.22)) auftreten können, werden durch einen weichen Abschneideparameter vermieden, wie er bei der *Regularisierung* [BLO84] vorgesehen ist. Für die Bestimmung dieses weichen Abschneideparameters wird eine Größe benötigt, die die Stärke der Oszillationen quantitativ erfaßt. Eine Möglichkeit stellt z.B. die Messung der totalen Krümmung r der Funktion $f(x)$ dar:

$$\begin{aligned} r &:= \int [f''(x)]^2 dx, \\ r(a) &= a^t C a. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Aufgrund der Wahl von kubischen *B-Splines* $p_k(x)$ für die Parametrisierung von $f(x)$ ist letztere algebraische Darstellung der totalen Krümmung $r(a)$ mit Hilfe einer symmetrischen, positiv semidefiniten Matrix C möglich, wobei a der Koeffizientenvektor der Gleichung (4.2) ist.

Für die Entfaltung mit Regularisierung wird eine neue Funktion $R(a)$ definiert, in der die totale Krümmung $r(a)$, gewichtet mit dem Regularisierungsparameter τ , der zu minimierenden Funktion $S(a, \hat{g})$ der Gleichung (4.18) hinzugefügt wird

$$R(a) = S(a, \hat{g}) + \frac{1}{2} \tau r(a). \quad (4.24)$$

Mit diesem zusätzlichen Regularisierungsterm ($\tau \cdot r(a)$) liefert die Entfaltung daher Lösungen $\hat{f}(x)$ mit geringerer totaler Krümmung. Regularisierung kann deshalb interpretiert werden als Nutzung von *a priori* Information, und zwar der Glattheit der erwarteten Lösung $f(x)$. Für $\tau \rightarrow 0$ verschwindet der Effekt der Regularisierung. Bezüglich der Basis $\{p'_k(x)\}$ sind die Komponenten des regularisierten Lösungsvektors $\hat{a}'^{(\tau)}$ verglichen mit denen der unregularisierten Lösung \hat{a}' um den Faktor $\omega_k(\tau)$ abgeschwächt

$$\begin{aligned} \omega_k(\tau) &= \frac{1}{1 + \tau \tilde{C}_{kk}} \\ \hat{a}'^{(\tau)}_k &= \omega_k(\tau) \hat{a}'_k. \end{aligned} \quad (4.25)$$

In der obigen Gleichung bezeichnen die Komponenten \tilde{C}_{kk} die Eigenwerte der Matrix $C' = Q C Q^t$, die sich aus der in Gleichung (4.21) beschriebenen Transformation der Krümmungsmatrix C ergibt. Darüberhinaus werden die Eigenwerte \tilde{C}_{kk} in aufsteigender Reihenfolge angeordnet.

Grundsätzlich kann die Regularisierung zu einer systematischen Beeinflussung des entfalteten Ergebnisses führen. Der Regularisierungsparameter τ kann jedoch so klein gewählt werden, daß der Effekt der Regularisierung gegenüber dem statistischen Fehler der regulierten Lösung vernachlässigbar ist. Dies wird gewährleistet, wenn in der Bestimmungsgleichung für τ

$$m_0 = \sum_{j=1}^m \omega_j(\tau) \quad (4.26)$$

der Parameter m_0 so groß gewählt wird, daß keine statistisch signifikanten Amplituden bedämpft werden. Der Parameter m_0 kann als effektive Anzahl unabhängiger Beiträge zur Lösung von \hat{f} interpretiert werden.

Zur Bestimmung der endgültigen, entfalteten Datenpunkte \hat{f}_k werden Intervalle $[x_{k-1}, x_k]$, $k = 1, \dots, l$ gewählt, in denen die entfaltete Lösung $\hat{f}(x)$ gemittelt wird. Der k -te entfaltete Datenpunkt, welcher auf dem Intervall $[x_{k-1}, x_k]$ definiert ist, ergibt sich dann zu

$$\begin{aligned} \hat{f}_k &= \frac{1}{x_k - x_{k-1}} \int_{x_{k-1}}^{x_k} \hat{f}(x) dx \\ \underline{\text{(i)}} & \frac{1}{x_k - x_{k-1}} \sum_{j=1}^m \hat{a}_j \int_{x_{k-1}}^{x_k} p_j(x) dx \\ \underline{\text{(ii)}} & \frac{1}{x_k - x_{k-1}} \sum_{j=1}^{m'} \hat{a}'_j \int_{x_{k-1}}^{x_k} p'_j(x) dx \\ \underline{\text{(iii)}} & \frac{1}{x_k - x_{k-1}} \sum_{j=1}^m \hat{a}'_j \omega_j(\tau) \int_{x_{k-1}}^{x_k} p'_j(x) dx, \end{aligned} \quad (4.27)$$

wobei die obigen Gleichungen für die unregularisierte Lösung (i), für die Lösung mit scharfem Abschneideparameter m' (ii) und schließlich für die Lösung mit Regularisierung (iii) angegeben sind.

Die zu den endgültigen Datenpunkten \hat{f}_k gehörende Kovarianzmatrix $V_{ii}^{(dp)}$ ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung und kann leicht bestimmt werden, weil $V(\hat{a}') = I$ die Einheitsmatrix ist und die Datenpunkte \hat{f}_k lineare Funktionen der Koeffizienten \hat{a}'_j sind:

$$V_{ki}^{(dp)} = \sum_{j=1}^m p_{kj} p_{ij} \quad (4.28)$$

mit

$$p_{kj} := \frac{1}{x_k - x_{k-1}} \omega_j(\tau) \int_{x_{k-1}}^{x_k} p'_j(x) dx \quad ; \quad k = 1 \dots l \quad ; \quad j = 1 \dots m. \quad (4.29)$$

Die letztere Gleichung, die nur für die Lösung mit Regularisierung gilt, läßt erkennen, daß die statistischen Fehler und die Korrelationen der Datenpunkte \hat{f}_k von den Intervallgrenzen

$[x_{k-1}, x_k]$ abhängen. Eine Wahl von mehr Datenpunkten als Freiheitsgraden ($l > m_0$) führt zu einem Anstieg der Korrelationen.

Da die Komponenten der Detektormatrix A_{ij} mit einer Monte-Carlo-Simulation bestimmt werden, sind diese mit statistischen Fehlern behaftet. Diese Fehler werden in dem Entfaltungsprogramm RUN [BLO84], das in der vorliegenden Analyse verwendet wurde, nicht berücksichtigt. Eine Benutzung dieses Programms erfordert deshalb eine sehr viel höhere Statistik als die der Daten. Ein akzeptabler Faktor ist 5:1.

4.1.3 Entfaltung von F_2

Für die Bestimmung der Strukturfunktion F_2 mit Hilfe der im vorherigen Abschnitt beschriebenen regularisierten Entfaltungsmethode wird der Wirkungsquerschnitt $\sigma(x, Q^2)$ der tiefunelastischen Streuung aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{rek}(x_{rek}, Q_{rek}^2)$ unter Berücksichtigung der Tatsache, daß in den endgültig selektierten Daten der tiefunelastischen ep-Streuung ein Photoproduktionsuntergrund $\sigma_{rek}^{\gamma p}(x_{rek}, Q_{rek}^2)$ enthalten ist, entfaltet. Die rekonstruierten Variablen x_{rek}, Q_{rek}^2 werden entsprechend der Elektron-Methode (Kapitel 2.2.4, Gleichung (2.7)) mit dem im Detektor gemessenen Streuwinkel Θ_{rek} und der Energie E_{rek} des Elektrons bestimmt. Die Definitionen für die hadronischen Variablen x und Q^2 sind in Gleichung (3.11) gegeben. Die Integralgleichung (4.1) kann damit wie folgt umgeschrieben werden

$$\sigma_{rek}(x_{rek}) = \int A(x_{rek}, x) \sigma(x) dx + \sigma_{rek}^{\gamma p}(x_{rek}). \quad (4.30)$$

Der Zusammenhang zwischen dem doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt und der Strukturfunktion F_2 ist in Gleichung (3.10) gegeben. Wenn die beiden in dieser Gleichung auftretenden Faktoren, einerseits der Faktor $(1 + \delta_{RC})$ für die Strahlungskorrekturen und andererseits der kinematische Faktor $\kappa(R)$ in die Detektorfunktion $A(x_{rek}, x)$ absorbiert werden, kann nach Gleichung (4.31) die Strukturfunktion $F_2(x)$ direkt entfaltet werden¹:

$$\begin{aligned} \sigma_{rek}(x_{rek}) &= \int A(x_{rek}, x) F_2(x) dx + \sigma_{rek}^{\gamma p}(x_{rek}) \\ \Rightarrow \sigma_{rek,i}(x_{rek}) &= A_{ij}(x_{rek}, x) a_j + \sigma_{rek,i}^{\gamma p}(x_{rek}), \end{aligned} \quad (4.31)$$

wobei letzterer Ausdruck der Gleichung (4.5) entspricht. Die Antwortfunktion $A(x_{rek}, x)$ bzw. die entsprechende Matrix A_{ij} enthält damit nicht nur die reinen Detektor-, sondern zusätzlich die Strahlungseffekte und den kinematischen Faktor $\kappa(R)$. Es sind zwei Strahlungseffekte zu unterscheiden. Erstens verringert sich die Korrelation zwischen der hadronischen Variable x und der entsprechend der Elektron-Methode rekonstruierten Variable x_{rek} . Dies erkennt man in Abbildung 4.2 an der sich verschlechternden Auflösung der Variablen x . Zweitens unterscheidet sich der Wirkungsquerschnitt unter Berücksichtigung der Strahlungskorrekturen in Ordnung α von dem der Born-Näherung um den Faktor $(1 + \delta_{RC})$. In dem kinematischen Bereich $y < 0.6$, der sich in der vorliegenden Analyse aus dem Energieschnitt $E > 11$ GeV ergibt, liegt der Korrekturfaktor δ_{RC} unter 4% [SPI91a].

¹Aufgrund der starken Variation des Wirkungsquerschnittes als Funktion von x über mehrere Größenordnungen werden für die Entfaltung mit dem Programm RUN nicht die Variablen x und x_{rek} , sondern deren Logarithmen $\log(x)$ und $\log(x_{rek})$ benutzt.

Dem Mangel, daß der Wirkungsquerschnitt $\sigma(x, Q^2)$ mit dem in der Analyse benutzten Programm RUN nur in einer der beiden Variablen x, Q^2 entfaltet werden kann, wird begegnet, indem die Intervallgrenzen für die Variable Q^2 so groß gewählt werden, daß die Migrationen in Q^2 vernachlässigbar sind. Dies wird in der Analyse dadurch gewährleistet, daß bei einer Auflösung in Q^2 von ca. 6% acht äquidistante Intervalle in $\log(Q^2)$ pro Dekade gewählt werden (siehe Abbildung 4.3). Im Gegensatz zur guten Auflösung in Q^2 ist die Auflösung in x , wie in Abbildung 4.2 ersichtlich, erheblich schlechter ($\approx 25\%$).

$$Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$$

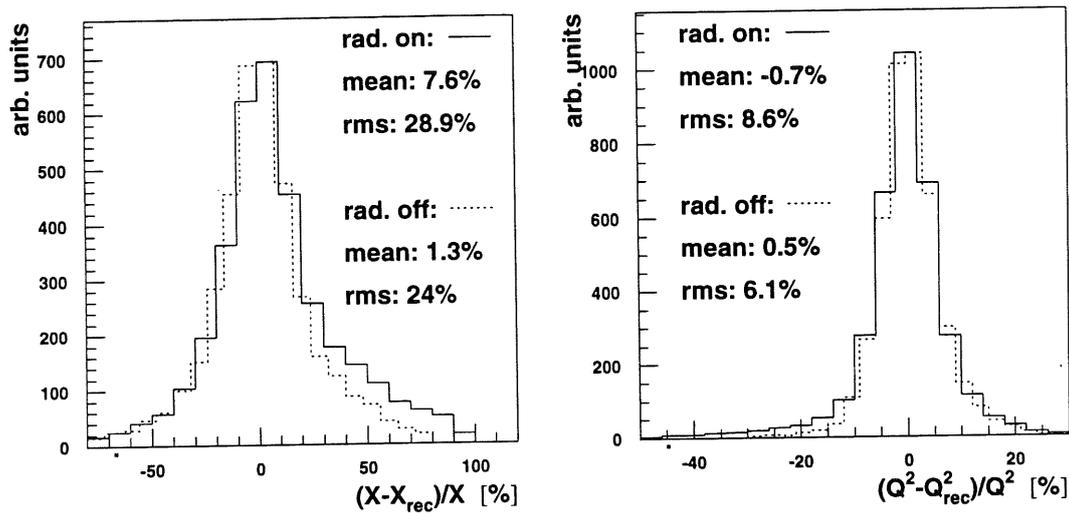


Abbildung 4.2: Gezeigt ist die Auflösung der Variablen x, Q^2 für das Q^2 -Intervall mit dem Zentralwert $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$, die mit einer Monte-Carlo-Simulation (DJANGO6) bestimmt wurde, in der Streueignisse mit Abstrahlung von Photonen (ISR, FSR) enthalten sind. Werden diese Ereignisse zusätzlich berücksichtigt, verschlechtert sich die Auflösung in beiden Variablen. Anhand des längeren Ausläufers in der Auflösung von x erkennt man den Trend: $x_{rek} < x$. Dies spiegelt die Relation $x_l < x$ wider.

Die Wahl des endgültigen Rasters in der kinematischen x - Q^2 -Ebene, wie es in Abbildung 4.3 zu sehen ist, wird im wesentlichen von der Statistik der Daten und der Auflösung des Detektors beeinflusst. Es wird deutlich, daß die Auflösung in Q^2 im Vergleich zu der gegebenen Größe der Q^2 -Intervalle ausreichend gut ist und sich somit eine Entfaltung in dieser Variable erübrigt. Für jedes der Q^2 -Intervalle erfolgt eine völlig unabhängige Entfaltung in x entsprechend Gleichung (4.31). Für die Variable x ist das Verhältnis der Größe der Intervalle zur Auflösung deutlich schlechter, so daß hier die Entfaltung notwendig wird. Zudem ist ersichtlich, daß sich die Auflösung in x mit zunehmenden x verschlechtert. Hierin spiegelt sich das für die Elektron-Methode charakteristische $\frac{1}{y}$ -Verhalten des relativen Fehlers in x wider. Die Gründe für die Wahl der Intervallgrenzen in x werden im folgenden detailliert am Beispiel des vierten Q^2 -Intervalls mit dem Zentralwert $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ besprochen, das sich von $Q^2 = 4.2$ bis 5.6 GeV^2 erstreckt.

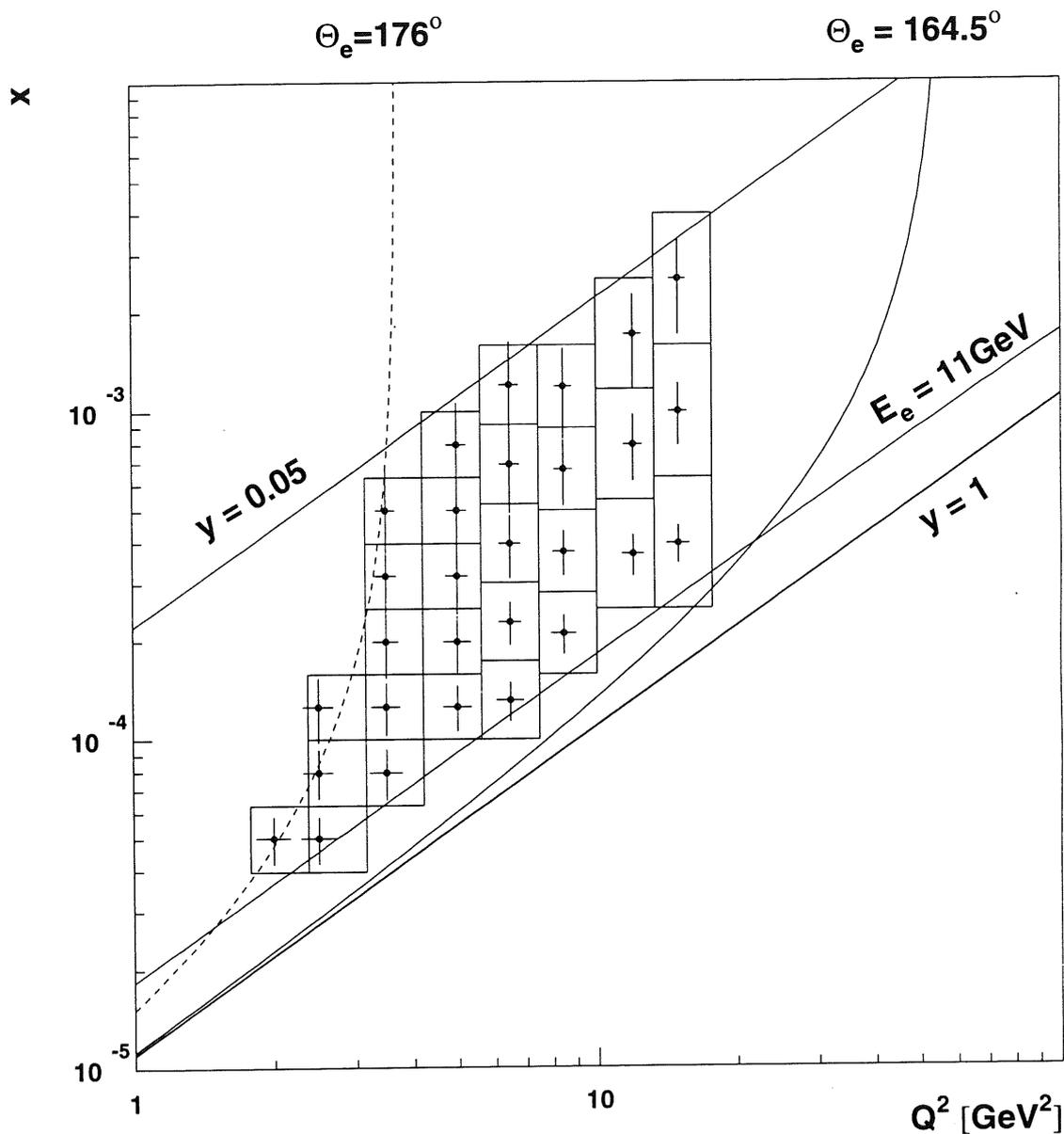


Abbildung 4.3: Gewähltes Raster in der kinematischen x - Q^2 -Ebene. Die Position der Kreuze kennzeichnet die Zentralwerte. Die Länge der Kreuze gibt die Auflösungen der kinematischen Variablen x , Q^2 an; diese wurde entsprechend Abbildung 4.2 mit Monte-Carlo-Ereignissen (DJANGO6) bestimmt, in denen keine Photonen abgestrahlt wurden.

Detaillierte Diskussion der Entfaltung am Beispiel des Intervalls mit Zentralwert $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$

Für die Bestimmung der Komponenten der Matrix $A_{ij}(x_{rek}, x)$ in Gleichung (4.31) wurden in diesem Q^2 -Intervall etwa 8900 tiefunelastische Monte-Carlo-Streuereignisse selektiert. Diese Ereignisse haben erstens die Selektionskriterien erfüllt, wie sie in Kapitel 3 beschrieben wurden und zweitens liegt ihr Wert für Q_{rek}^2 innerhalb der oben angegebenen Grenzen des Q^2 -Intervalls. Wie in der iterativen Faktormethode beschrieben, wurden diese tiefunelastischen Monte-Carlo-Ereignisse zunächst mit Hilfe des Programms DJANGO6 generiert. Anschließend wurde für diese generierten Ereignisse das Ansprechverhalten des Detektors mit dem Programm H1SIM simuliert; folglich stehen für jedes Ereignis neben den generierten Größen x, x_l, \dots auch die rekonstruierten Größen x_{rek}, \dots zur Verfügung, wobei letztere mit Hilfe der Elektron-Methode (Kapitel 2.2.4) bestimmt wurden.

Unterwirft man die experimentellen Daten den gleichen Selektionskriterien, verbleiben etwa 1550 Ereignisse, so daß für die Ereigniszahlen das Verhältnis von Monte-Carlo zu Daten mit 5.7 : 1 den Anforderungen der Entfaltungsmethode genügt. Zur Abschätzung des in den experimentellen Daten enthaltenen Photoproduktionsuntergrund $\sigma_{rek}^{\gamma p}(x_{rek}, Q_{rek}^2)$ wurde wie in der Monte-Carlo-Methode die im Kapitel 3.2.2 beschriebene Monte-Carlo-Simulation PHOJET [PHO95] benutzt.

Die Entfaltung besteht hier in der Anpassung des linearen Ausdrucks der Gleichung (4.31) für den erwarteten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{rek}(x_{rek})$ an den gemessenen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{rek}(x_{rek})$ durch Minimierung der in Gleichung (4.24) definierten Funktion mit Hilfe der *Maximum-Likelihood*-Methode. Für ein gegebenes Q^2 -Intervall bestimmen sich die Wirkungsquerschnitte $\sigma_{rek,i}(x_{rek})$ und $\hat{\sigma}_{rek,i}(x_{rek})$ nach Gleichung (4.11) mit den Intervallgrenzen $\Delta x_{rek} = x_i - x_{i-1}$ und $\Delta Q_{rek}^2 = Q_{max}^2 - Q_{min}^2$.

Das Ergebnis der Anpassung liefert den entfalteten Koeffizientenvektor \hat{a} und definiert damit eine von x abhängige Umgewichtungsfunktion. Werden die tiefunelastischen Monte-Carlo-Ereignisse entsprechend der entfalteten Lösung umgewichtet, dann sollten sie zusammen mit dem Photoproduktionsuntergrund den mit den Daten gemessenen Wirkungsquerschnitt im Rahmen der statistischen Fehler gut beschreiben. Dies ist in Abbildung 4.4 a) zu sehen, welche den gemessenen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{rek}(x_{rek})$ für das betrachtete Q^2 -Intervall zeigt. Die aus der Entfaltung gewonnene Umgewichtung kann aber auch auf andere rekonstruierte Größen der Monte-Carlo-Simulation angewendet werden, wie z.B. Q^2, E, Θ . Die gute Übereinstimmung der resultierenden Spektren mit den Daten in Abbildung 4.4 läßt erkennen, daß auch diese Größen durch dieselbe Umgewichtungsfunktion beschrieben werden können. Eine konsistente Beschreibung der verschiedenen rekonstruierten Größen mit Hilfe der verwendeten Monte-Carlo-Simulationen ist also gegeben.

Für die Entfaltung innerhalb dieses Q^2 -Intervalls wurden folgende Parameter gewählt: die Zahl der Intervalle für $\sigma(x_{rek})$ wurde auf $n = 25$ gesetzt, die Zahl m der Spline-Funktionen $p_j(x)$ auf 20 und die Zahl m_0 der effektiven Freiheitsgrade auf 6 (siehe Gleichungen (4.2), (4.4) und (4.26))². Die Wahl der Parameter n und m ist ein Kompromiß zwischen der limitierten Statistik der Monte-Carlo-Simulation zur Bestimmung der Detektormatrix A_{ij} und dem Wunsch nach einer möglichst hohen Auflösung.

²Die wichtigen Ereigniszahlen sowie die Steuerparameter für die verschiedenen Q^2 -Intervalle sind am Ende des Abschnitts in Tabelle 4.1 aufgeführt.

$$Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$$

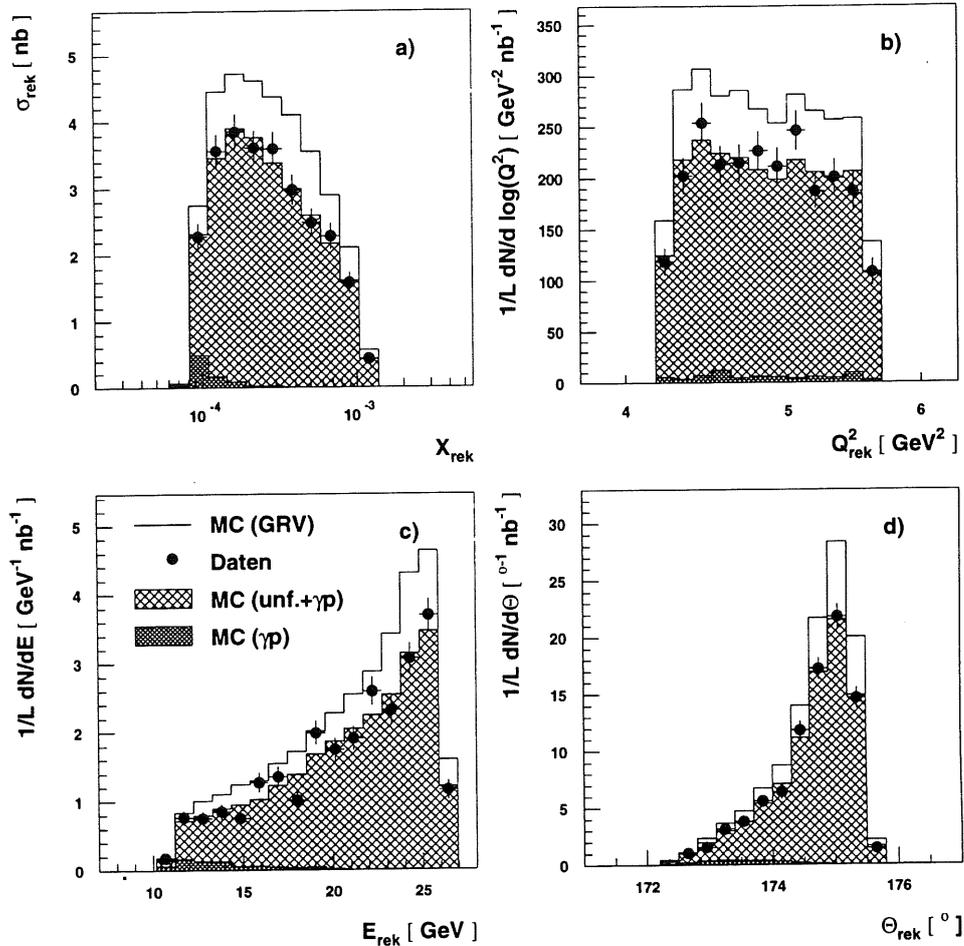


Abbildung 4.4: Ergebnis der Entfaltung für das Q^2 -Intervall mit Zentralwert $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ anhand von Verteilungen, die mit dem Detektor gemessen wurden. Das tiefunelastische Monte-Carlo GRV (volle Linie) liegt in allen vier Verteilungen deutlich über den Daten (Punkte). **a)** zeigt das Ergebnis des *Maximum-Likelihood-Fits*, der mit dem Wirkungsquerschnitt $\sigma(x_{rek})$ nach Gleichung (4.11) durchgeführt worden ist. Die Summe aus umgewichteten Monte-Carlo und γp -Untergrund beschreibt die Daten gut (leicht schattiertes Histogramm). Der γp -Untergrund (dunkel schattiertes Histogramm) konzentriert sich auf den Bereich niedriger x . Die weiteren drei Verteilungen **b)** - **d)** für Q^2 , E und Θ zeigen nach der Umgewichtung ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den Daten, obwohl diese Größen nicht in dem Fit enthalten sind. Hieran erkennt man die Konsistenz und korrekte Simulation der Monte-Carlo-Ereignisse.

Die Komponenten \hat{a}'_k der unregularisierten Lösung $\hat{F}_2(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2)$ sind in Abbildung 4.5 a) zu erkennen. Während die Amplitude der ersten Komponente deutlich signifikant ist, sind die Amplituden der restlichen Komponenten innerhalb eines Konfidenzniveaus von 95 % annähernd mit Null verträglich. Die Komponenten \hat{a}'_k sind nach steigenden Eigenwerten der transformierten Krümmungsmatrix C' angeordnet. Dies erkennt man in

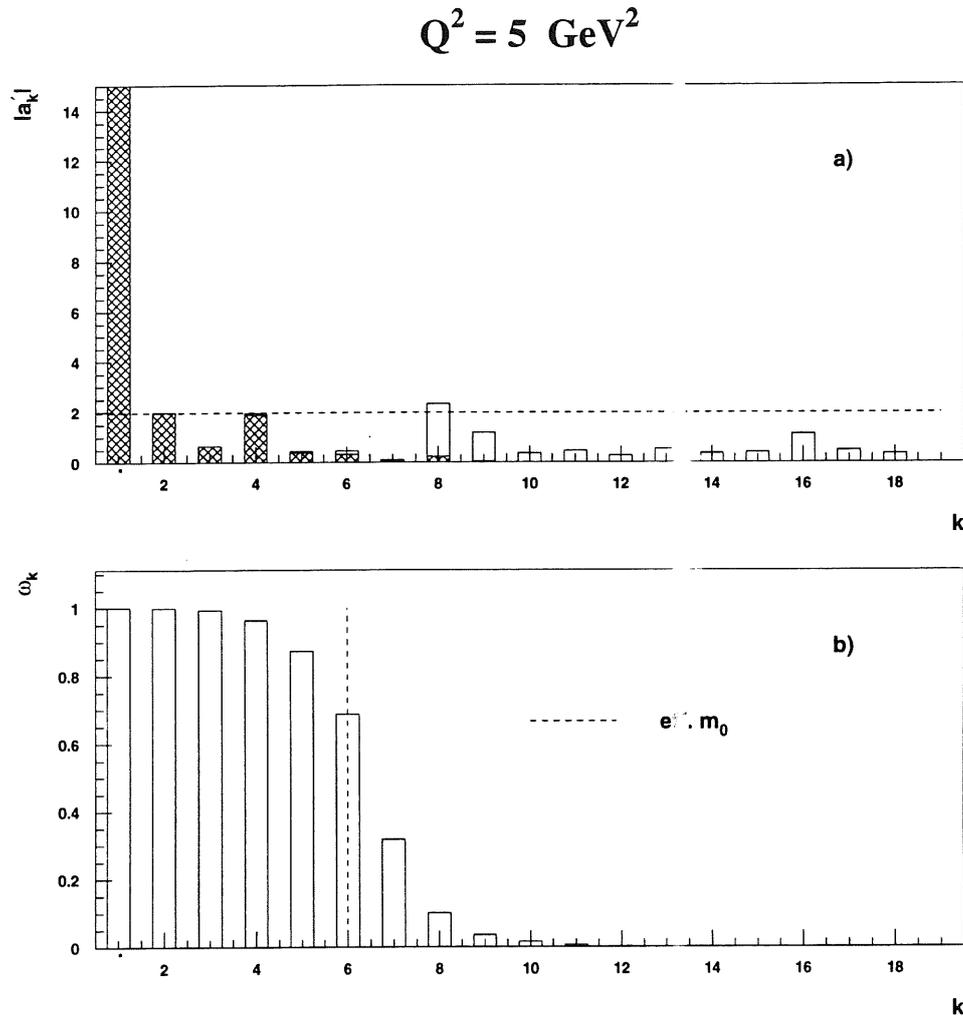


Abbildung 4.5: a) Graphische Repräsentation der Komponenten $|\hat{a}'_k|$ der unregularisierten Lösung $\hat{F}_2(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2)$ und im Vergleich dazu schattiert die entsprechenden Beträge der Komponenten $|\hat{a}'^{(\tau)}_k|$ der regularisierten Lösung $\hat{F}_2^{(\tau)}$. Die gestrichelte Linie trennt die signifikanten Komponenten von denen, die innerhalb eines Konfidenzniveaus von 95 % als mit Null verträglich betrachtet werden können. b) Die Abschwächungsfaktoren $\omega_k(\tau)$ der Gleichung (4.25) fallen nach Durchlaufen einer schmalen Übergangsregion um $k = m_0 (= 6)$ schnell auf Null ab.

Abbildung 4.5 b) an den Faktoren $\omega_k(\tau)$ der Gleichung (4.25), die die Abschwächung der Komponenten $\hat{a}'^{(\tau)}_k$ der regularisierten Lösung angeben. Aufgrund der Tatsache, daß die Eigenwerte \tilde{C}_{kk} der transformierten Krümmungsmatrix C'' über mehrere Größenordnungen anwachsen, zeigt die Abschwächung einen ziemlich steilen Abfall in einer Übergangsregion um den Wert $k = m_0$, der für dieses Q^2 -Intervall auf $m_0 = 6$ gesetzt wurde. Bei dieser Wahl der Steuerparameter ergibt sich dann für den Regularisierungsparameter τ nach Gleichung (4.26) ein Wert von $1/\tau = 28.2$. Die kontinuierlich anwachsende Dämpfung

der nicht signifikanten Komponenten mit starker Krümmung verhindert das im vorherigen Abschnitt erwähnte *Gibbs-Phänomen*.

$$Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$$

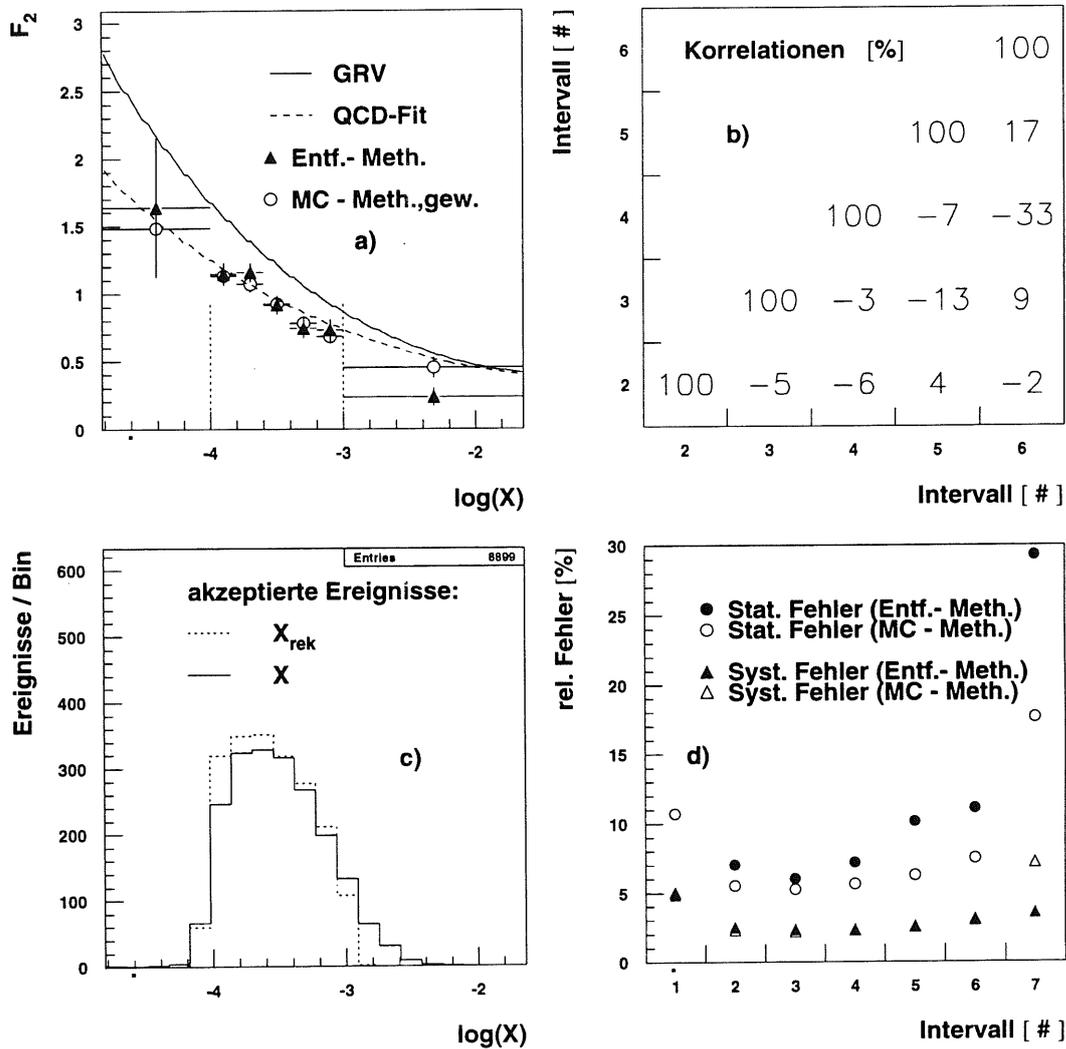


Abbildung 4.6: a) zeigt $\hat{F}_2(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2)$ für beide Methoden: die Monte-Carlo-Methode mit dem entsprechend dem QCD-Fit umgewichteten Monte-Carlo (offene Kreise) und die Entfaltungsmethode mit Regularisierung (Dreiecke). Die Verteilungen für x_{rek} und x der Monte-Carlo-Ereignisse sind in c) zu sehen. Die beiden großen Intervalle an den Rändern leiden unter niedriger Statistik und werden deshalb nicht in dem Ergebnis berücksichtigt. Die Matrix in b) beschreibt die Korrelationen der inneren fünf entfaltenen Datenpunkte. In d) sind die relativen Fehler der beiden Analysemethoden für alle sieben Intervalle dargestellt, sowohl die statistischen Fehler (Kreise) als auch die systematische Fehlerkomponente (Dreiecke), die von der endlichen Monte-Carlo-Statistik herrührt.

Die geeignete Wahl des Parameters m_0 ergibt sich aus folgendem Kompromiß: einerseits

darf er nicht zu klein gewählt werden, damit signifikante Amplituden nicht unterdrückt werden, andererseits führt eine zu große Wahl von m_0 zu einer zu geringen Dämpfung der nicht signifikanten Komponenten, woraus wiederum starke Oszillationen der entfalteten Lösung resultieren. Aufgrund der begrenzten Auflösung des Detektors können stark oszillierende Lösungen für \hat{F}_2 nicht aufgelöst werden. Die Dämpfung der für die Oszillationen verantwortlichen, nicht signifikanten Amplituden mit Hilfe des Regularisierungsterm in Gleichung (4.24) bedeutet daher nur, daß man von den mit der Auflösung des Detektors verträglichen Lösungen für \hat{F}_2 eine möglichst glatte wählt. Als Kompromiß zwischen diesen Forderungen wurde für das betrachtete Q^2 -Intervall der Wert $m_0 = 6$ gewählt. Zur Bestimmung der endgültigen Datenpunkte müssen entsprechend Gleichung (4.27) die Anzahl l der Datenpunkte und deren Intervallgrenzen in x festgelegt werden. Möglichst niedrige Korrelationen der entfalteten Datenpunkte werden erreicht, wenn deren Anzahl nicht höher als die effektive Anzahl von Freiheitsgraden m_0 gewählt wird.

Die entfaltete Lösung für die Strukturfunktion $\hat{F}_2^{(r)}(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2)$ zeigt Abbildung 4.6 a). Man erkennt sieben entfaltete Datenpunkte in einem Wertebereich für $\log(x)$ von -4.8 bis -1.6. Diese Grenzen bestimmen sich aus den Extremwerten für die Variable x der Monte-Carlo-Ereignisse, die der Bestimmung der Matrix $A_{ij}(x_{rek}, x)$ dienen. Die Verteilungen für die Variablen x_{rek} und x dieser Monte-Carlo-Ereignisse sind darunter in Abbildung 4.6 c) mit der gleichen Skala für x_{rek} und x dargestellt. Nur in dem Bereich von $\log(x) = -4.0 \dots -3.0$ (senkrechte gestrichelte Linien) ist die Statistik zur Bestimmung der Matrix $A_{ij}(x_{rek}, x)$ ausreichend hoch und dementsprechend die entfaltete Lösung stabil, so daß nur die fünf Datenpunkte innerhalb dieser Grenzen als Ergebnis gewertet werden. Zum Vergleich der Analysemethoden ist in Abbildung 4.6 a) zusätzlich das Ergebnis der Monte-Carlo-Methode gemäß Gleichung (4.15) abgebildet, wobei das GRV-Monte-Carlo entsprechend dem eingezeichneten QCD-Fit umgewichtet wurde. Beide Analysemethoden zeigen gute Übereinstimmung innerhalb des markierten Bereichs.

Die Korrelationen der inneren fünf Datenpunkte sind, wie in der Korrelationsmatrix (Abbildung 4.6 b)) ersichtlich, hinreichend klein ($< 20\%$). Die einzige Ausnahme bildet die Korrelation zwischen dem dritten und dem fünften Datenpunkt in Höhe von -33% mit der Bedeutung, daß eine Verschiebung des dritten Datenpunktes um eine Standardabweichung $\sqrt{\sigma_{33}}$ eine Verschiebung des fünften Datenpunktes um 33% von $\sqrt{\sigma_{55}}$ in die entgegengesetzte Richtung bewirkt. Die Korrelationsmatrix ergibt sich aus der Kovarianzmatrix, die sich nach Gleichung (4.28) berechnet.

Abbildung 4.6 d) zeigt einen Vergleich der relativen Fehler aller sieben Intervalle für beide Analysemethoden. Die endliche Statistik der experimentellen Daten resultiert in der Entfaltungsmethode in einem deutlich größeren statistischen Fehler (siehe Gleichung (4.28)) im Vergleich zu dem statistischen Fehler der Monte-Carlo-Methode, weil in letzterer Methode der Verlust an statistischer Genauigkeit aufgrund der begrenzten Detektorauflösung vernachlässigt wird. Die Auflösung verringert sich mit zunehmenden x . Folglich vergrößert sich entsprechend die Diskrepanz zwischen den statistischen Fehlern der beiden Methoden. Außerdem zeigt Abbildung 4.6 d) denjenigen Beitrag zum systematischen Fehler, der sich aus der endlichen Statistik der Monte-Carlo-Ereignisse ergibt. Bei der Monte-Carlo-Methode wurde hierfür die Statistik für x_{rek} und bei der Entfaltungsmethode die für x zugrundegelegt. Die sich ergebenden Fehler sind für beide Methoden annähernd gleich und liegen deutlich unter dem statistischen Fehler der experimentellen

Daten.

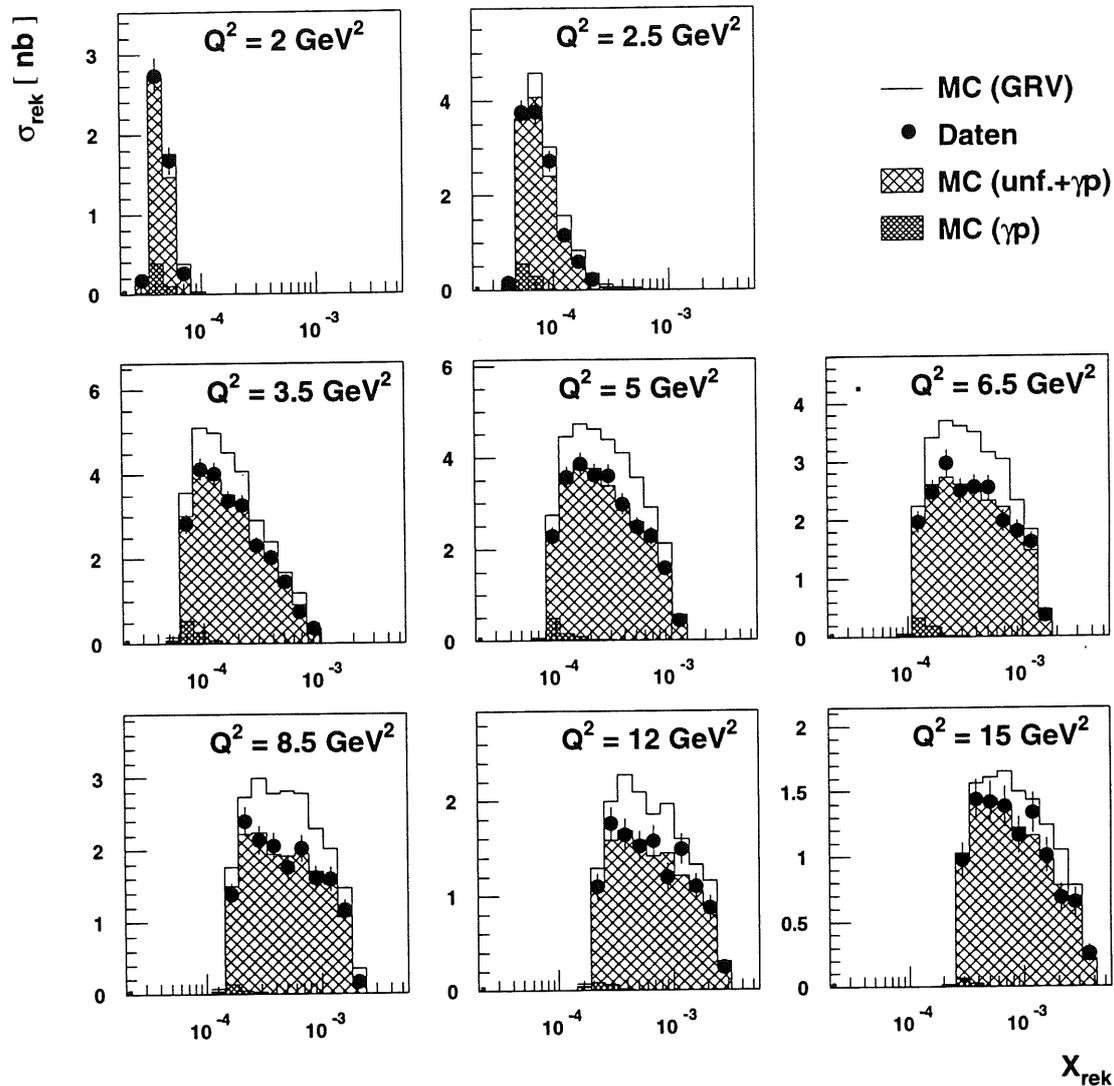


Abbildung 4.7: Ergebnis des *Maximum-Likelihood*-Fit für alle acht Q^2 -Intervalle.

Abbildung 4.7 zeigt, daß der erwartete Wirkungsquerschnitt $\sigma_{rek}(x_{rek})$ für alle acht Q^2 -Intervalle mit Hilfe der *Maximum-Likelihood*-Methode erfolgreich an den gemessenen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{rek}(x_{rek})$ angepaßt werden kann.

Die Steuerparameter und Ereigniszahlen sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Die Migrationen in der letzten Spalte der Tabelle kennzeichnen den prozentualen Anteil von Monte-Carlo-Ereignissen, deren generiertes Q^2 außerhalb des gegebenen Q^2 -Intervalls liegt. Sie variieren von 17.5 bis 35.8 %.

Steuerparameter und Ereigniszahlen für die Entfaltung								
Q^2 [GeV ²]	Grenzen [GeV ²]	l	m_0	n	m	GRV-Monte-Carlo	H1-Daten	Migr. [%]
2.0	1.8 - 2.4	1 + 2	2	20	25	1211	283	35.8
2.5	2.4 - 3.2	3 + 2	3	20	25	3641	727	29.1
3.5	3.2 - 4.2	5 + 2	6	20	25	7956	1444	23.4
5.0	4.3 - 5.6	5 + 2	6	20	25	8887	1558	20.4
6.5	5.6 - 7.5	5 + 2	6	20	25	7118	1220	19.3
8.5	7.5 - 10.0	4 + 2	6	20	25	5736	956	17.5
12	10.0 - 13.3	3 + 2	6	20	25	4140	734	18.3
15	13.3 - 17.8	3 + 2	6	20	25	3144	603	18.7

Tabelle 4.1: Steuerparameter und Ereigniszahlen für die Entfaltung.

4.1.4 Prüfung der Entfaltungsmethoden

Die Analysemethoden können geprüft werden, indem zur Bestimmung der Strukturfunktion F_2 nicht die mit dem H1-Detektor gemessenen Daten, sondern simulierte Daten benutzt werden. Im Idealfall sollte die Strukturfunktion F_2 reproduziert werden, deren gemäß Gleichung (3.10) zugehöriger Wirkungsquerschnitt der Simulation zugrundegelegt worden ist.

Das Ergebnis eines solchen Tests zeigt Abbildung 4.8. Als „Daten“ diente eine Monte-Carlo-Simulation, deren Ereignisse entsprechend der MRS(D⁰)-Parametrisierung [MRS93] generiert worden sind. Mit Hilfe der GRV-Monte-Carlo-Simulation wurde die Strukturfunktion F_2 zum einen mit der Entfaltungsmethode, zum anderen mit der Monte-Carlo-Methode bestimmt. Man erkennt eine gute Übereinstimmung der entfaltenen Datenpunkte mit der MRS(D⁰)-Parametrisierung, obwohl diese stark von der GRV-Parametrisierung [GRV93] der zur Entfaltung benutzten Monte-Carlo-Simulation abweicht³. Allerdings zeigt sich in den ersten drei Q^2 -Intervallen, daß die gewonnenen Werte für F_2 im Bereich niedriger x systematisch über denen der MRS(D⁰)-Parametrisierung liegen. Dieser Effekt erklärt sich im folgenden.

Einfluß von $R(x, Q^2)$

Der Zusammenhang zwischen dem kinematischen Faktor $\kappa(R)$ und dem Wirkungsquerschnitt σ der tiefunelastischen Streuung ist in Gleichung (1.15) gegeben. In beiden Analysemethoden (siehe Gleichungen (4.14) und (4.31)) wird vorausgesetzt, daß dem gemessenen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}$ und dem in der Monte-Carlo-Simulation verwendeten Wirkungsquerschnitt $\check{\sigma}$ näherungsweise der gleiche kinematische Faktor $\kappa(R)$ zugrundeliegt. Abbildung 4.9 zeigt jedoch, daß dieser gerade in dem Bereich niedriger x und Q^2 empfindlich von R abhängt. Für die beiden stark voneinander abweichenden Parametrisierungen

³Für die Monte-Carlo-Simulation der tiefunelastischen Streueignisse wurde die Parametrisierung GRV (5.03) gewählt (siehe Tabelle 2.3). Diese \overline{MS} -Parametrisierung wird in dem Programm DJANGO6 wie eine DIS-Parametrisierung behandelt, d.h. die Berechnung der Strukturfunktion F_2 erfolgt nach Gleichung (1.35).

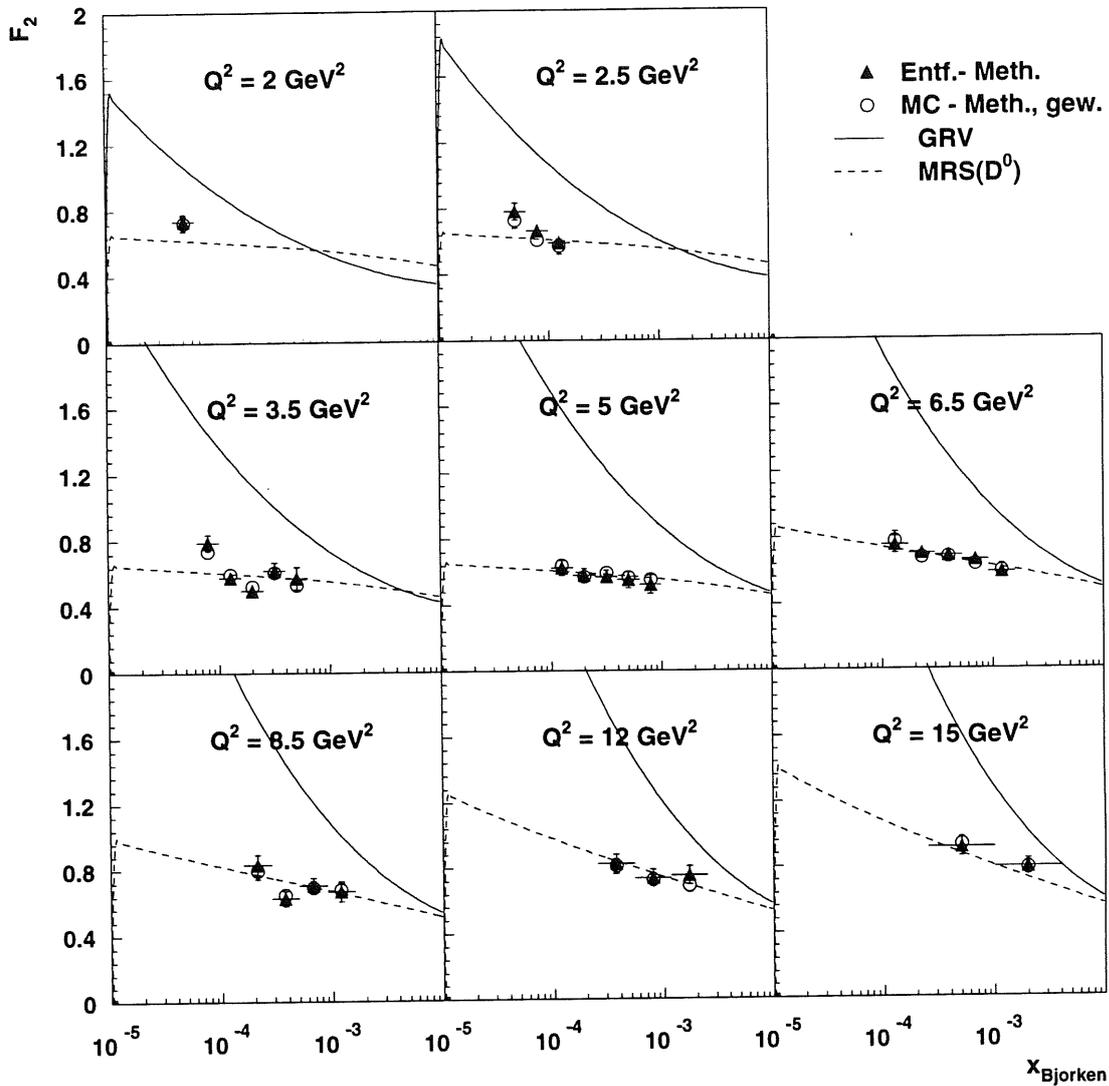


Abbildung 4.8: Zur Prüfung der Analysemethoden wird die Strukturfunktion F_2 nicht aus den wirklich gemessenen Daten, sondern aus Monte-Carlo-Ereignissen entfaltet, die gemäß Gleichung (3.10) mit der Strukturfunktion $MRS(D^0)$ generiert worden sind.

$MRS(D^0)$ und GRV gilt:

$$R_{MRS(D^0)} < R_{GRV} \Leftrightarrow \kappa(R_{MRS(D^0)}) > \kappa(R_{GRV}).$$

Damit wird das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte $\sigma_{GRV}/\sigma_{MRS(D^0)}$ kleiner als das Verhältnis der Strukturfunktionen $F_2^{GRV}/F_2^{MRS(D^0)}$. Der Wert $(\sigma_{MRS(D^0)}/\sigma_{GRV}) \cdot F_2^{GRV}$ liegt demnach über $F_2^{MRS(D^0)}$. Genau diesen Effekt erkennt man in Abbildung 4.8.

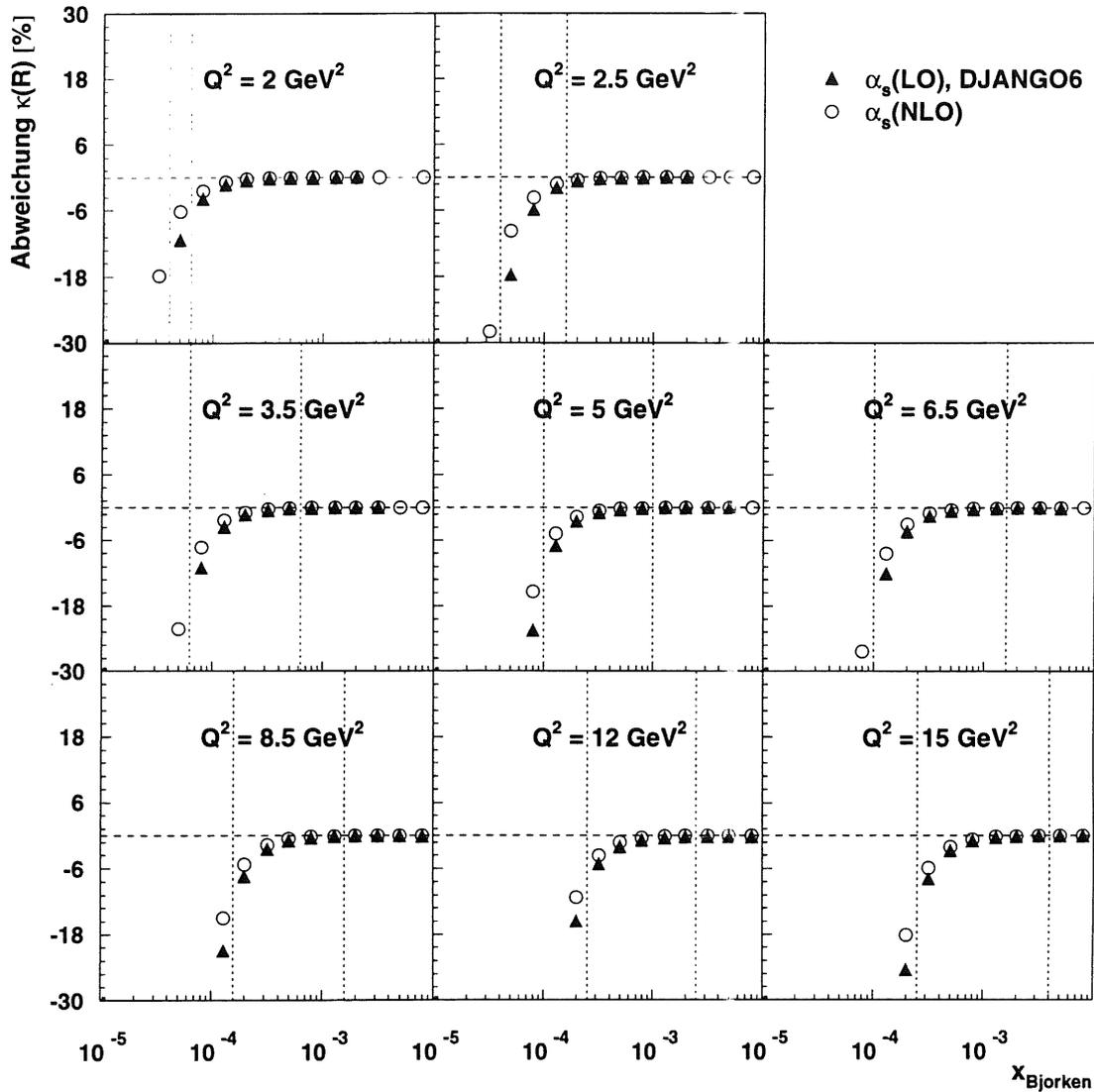


Abbildung 4.9: Einfluß von R auf den kinematischen Faktor $\kappa(R)$ der Gleichung (1.15). Als Referenz (gestrichelte Linie) dient $\kappa(R = 0)$. Die Kreise zeigen die prozentuale Abweichung des Faktors $\kappa(R)$ für R , das gemäß Gleichung (1.36) und Gleichung (1.13) mit einem $\alpha_s^{(NLO)}$ berechnet wurde. Die entsprechende Abweichung für das in dem Programm DJANGO6 benutzte R dessen Berechnung mit $\alpha_s^{(LO)}$ erfolgte, wird durch die Dreiecke dargestellt. Man erkennt einen starken Einfluß von R auf $\kappa(R)$ und damit auf den Wirkungsquerschnitt σ im Bereich niedriger x und Q^2 , also großer y . Die senkrechten, gestrichelten Linien kennzeichnen den Akzeptanzbereich der vorliegenden Analyse.

Die Strukturfunktion F_2 läßt sich im Bereich kleiner x und Q^2 , also großer y , nicht unabhängig von einer Annahme über R bestimmen. Deshalb sind in den Tabellen 4.4 und 4.5 die Werte für F_2 zusammen mit den angenommenen Werten für R angegeben. Die

Berechnung der Werte für R erfolgt nach Gleichung (1.13). Die longitudinale Strukturfunktion F_L wurde mit dem NLO-Ausdruck der Gleichung (1.36) bestimmt, wobei für die Partondichtefunktionen die GRV(5.03)-Parametrisierung und für die Kopplungskonstante $\alpha_s^{(NLO)}$ gemäß Gleichung (1.21) ein $\Lambda = 263 \text{ MeV}$ [VIR92] gewählt wurde. Die Kreise in Abbildung 4.9 zeigen die Abweichung des sich daraus ergebenden kinematischen Faktors $\kappa(R)$ verglichen mit $\kappa(R = 0)$.

Das in der GRV-Monte-Carlo-Simulation (DJANGO6) benutzte R basiert auf einer Rechnung für F_L mit einem $\alpha_s^{(LO)}$, das verglichen mit dem $\alpha_s^{(NLO)}$ deutlich größer ist (siehe Gleichung (1.21)) und damit zu größeren Werten für R , d.h. kleineren Werten für $\kappa(R)$, führt. Die entsprechende Abweichung des kinematischen Faktors $\kappa(R)$ mit diesem im Generator DJANGO6 benutzten R wird durch die Dreiecke in Abbildung 4.9 dargestellt. Sie liegen im Bereich niedriger x und Q^2 deutlich unter den Kreisen, die aus der oben angegebenen NLO-Rechnung für R resultieren und dessen Werte in den Tabellen 4.4 und 4.5 aufgeführt sind. Daraus läßt sich folgern, daß die tiefunelastischen Streueignisse in der Monte-Carlo-Simulation mit einem deutlich höheren Wirkungsquerschnitt generiert worden wären, wenn bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes die in Tabelle 4.4 angegebenen Werte für R zugrundegelegt hätten. Aus diesem Grund wurden die Monte-Carlo-Ereignisse unter Verwendung der hadronischen Variablen x und Q^2 der Gleichung (3.11) entsprechend dem Verhältnis $\kappa(R_{(NLO)})/\kappa(R_{(LO)})$ umgewichtet.

4.2 Meßergebnisse für F_2

Die Proton-Strukturfunktion F_2 wird mit den beschriebenen Analysemethoden bestimmt; zum einen mit der Monte-Carlo-Methode (Gleichung (4.15)) und zum anderen mit der Entfaltungsmethode mit Regularisierung (Gleichung (4.27)).

4.2.1 Systematik

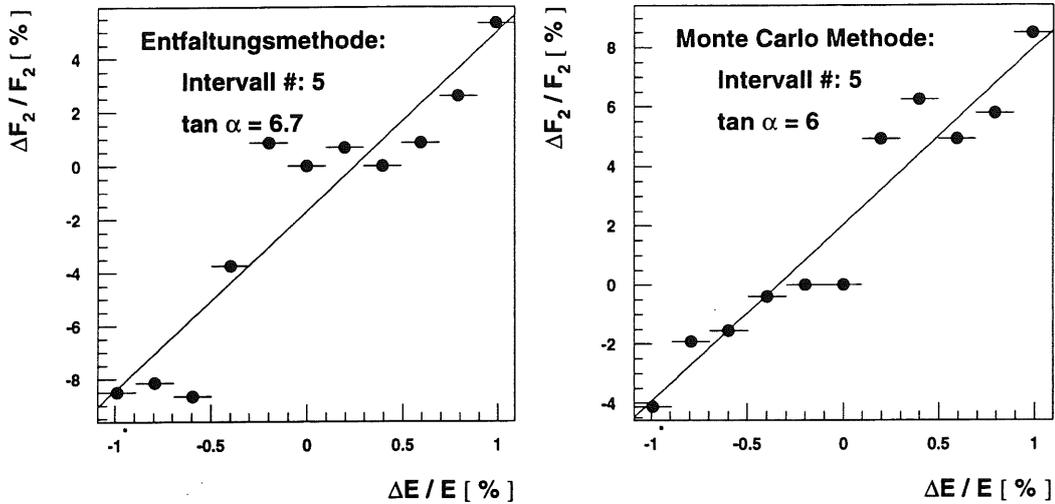
Bei beiden Analysemethoden erfolgt die Rekonstruktion der lorentzinvarianten Größen x und Q^2 nach der Elektron-Methode durch Messung des Polarwinkels θ und der Energie E des gestreuten Elektrons. Zur Bestimmung der dominierenden systematischen Fehler dieser Rekonstruktionsmethode wurden die folgenden Effekte berücksichtigt und untersucht.

i) Eine mögliche globale Mißkalibration des BEMC von $\pm 1\%$

Sie wurde aus einem Vergleich der mit dem BEMC gemessenen Energie mit der aus der Doppelwinkelmethode bestimmten Energie abgeschätzt [H1C95a] (vergleiche Kapitel 2.2.5). Die Bestimmung des systematischen Fehlerbeitrages einer möglichen Mißkalibration des BEMC von $\pm 1\%$ erfolgt, indem die Kalibrationskonstante in der Selektion entsprechend variiert wird. Die Änderung des Ergebnisses für F_2 bestimmt dann den systematischen Fehler und kann mit dem Ausdruck

$$\frac{\Delta F_2}{\Delta E/E} = \frac{F_2(E \cdot (1 + \epsilon)) - F_2(E \cdot (1 - \epsilon))}{2\epsilon} \quad (4.32)$$

$$Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$$



$$Q^2 = 3.5 \text{ GeV}^2$$

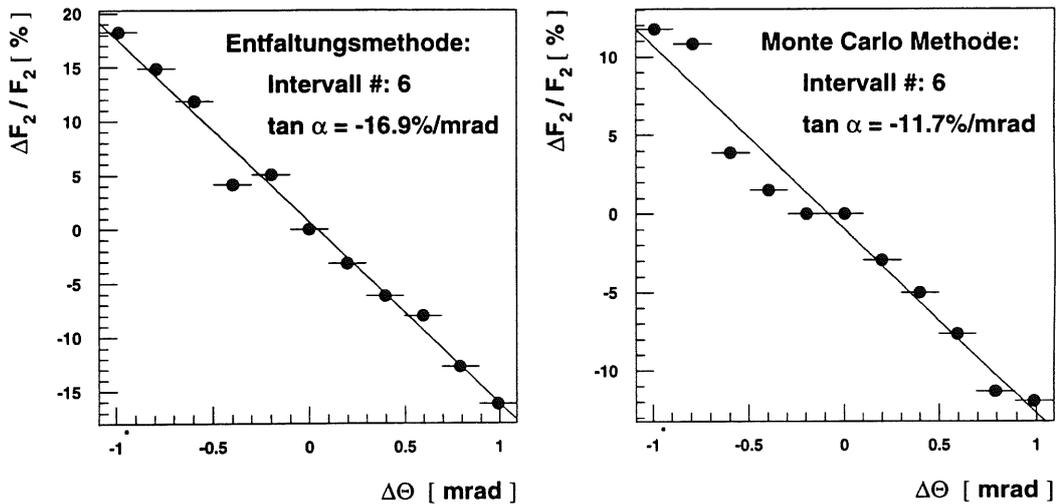


Abbildung 4.10: Regressionsgeraden für die Bestimmung systematischer Fehlerbeiträge.

approximiert werden. Bei der Variation ϵ der Kalibrationskonstanten ergeben sich nach der Selektion unterschiedliche Ereigniszahlen; die Änderung des Ergebnisses für F_2 unterliegt in einigen Intervallen starken statistischen Schwankungen. Um den Einfluß dieser statistischen Komponente in dem Ausdruck der Gleichung (4.32) zu reduzieren, erfolgt die Variation ϵ der Kalibrationskonstanten in elf äquidistanten Schritten innerhalb des

Bereichs von $\pm 1\%$ [STI95] mit den Werten:

$$\frac{F_2(E \cdot (1 + \epsilon_i)) - F_2(E)}{F_2(E)} \quad -1\% \leq \epsilon_i \leq 1\%. \quad (4.33)$$

Das Ergebnis dieser Energievariation ist in Abbildung 4.10 (oben) für beide Analysemethoden exemplarisch für den vierten⁴ Datenpunkt im Q^2 -Intervall mit dem Zentralwert $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ dargestellt. Bei der Bestimmung der eingezeichneten Regressionsgeraden werden die einzelnen Datenpunkte gleichberechtigt behandelt, d.h. ihre Fehler werden nicht berücksichtigt. Die statistischen Schwankungen können weitestgehend eliminiert werden, indem der Betrag der Steigung der Geraden ($|\tan(\alpha)|$ in Abbildung 4.10) als systematischer Fehlerbeitrag gewertet wird⁵. Für den angegebenen Datenpunkt beträgt die Steigung der Regressionsgeraden für die Entfaltungsmethode 6.7% und für die Monte-Carlo-Methode 6%. Die Gleichung (4.32) und der Ausdruck für die Steigung der Regressionsgeraden stimmen für den einfachen Fall zweier Datenpunkte mit $\epsilon_{1,2} = \pm 1\%$ überein.

ii) Eine mögliche Verschiebung des Polarwinkels θ von ± 1 mrad

Für die Bestimmung des systematischen Einflusses einer möglichen Verschiebung des Polarwinkels θ von ± 1 mrad [H1C96b] wird das gleiche Verfahren angewendet wie bei der Bestimmung des systematischen Fehlers einer möglichen Mißkalibration des BEMC. Hierzu wird eine Variation ϵ der Verschiebung in elf äquidistanten Schritten durchgeführt, und zwar innerhalb des Bereichs von ± 1 mrad mit den Werten:

$$\frac{F_2(\theta + \epsilon_i) - F_2(\theta)}{F_2(\theta)} \quad -1 \text{ mrad} \leq \epsilon_i \leq 1 \text{ mrad}. \quad (4.34)$$

Man erkennt in der unteren Abbildung 4.10, daß für den angegebenen Datenpunkt mit der Entfaltungsmethode ein Fehler von 16.9% bestimmt wird; dieser ist deutlich höher als der Wert der Monte-Carlo-Methode (11.7%). Für die angeschnittenen Intervalle (vergleiche Abbildung 4.3) dominiert dieser Fehlerbeitrag den gesamten systematischen Fehler, wie in den Tabellen 4.2 und 4.3 ersichtlich ist.

iii) Ein möglicher Fehler in der Normierung des Photoproduktionsbeitrages von $\pm 30\%$

Zur Bestimmung des systematischen Einflusses einer falschen Normierung des Photoproduktionsuntergrundes von $\pm 30\%$ (Kapitel 3.2.2) wurde die Normierung in fünf äquidistanten Schritten variiert. Wie Abbildung 4.7 zeigt, konzentriert sich der Untergrund an Photoproduktionsereignissen in den selektierten Daten in dem Bereich niedriger x und Q^2 und beträgt dort bis zu 14% (Tabelle 4.4). Bei diesen Datenpunkten kann sich aus der Unsicherheit in der Normierung ein Fehler bis zu 6% ergeben, für die übrigen Datenpunkte ist er jedoch vernachlässigbar klein.

⁴Der vierte Datenpunkt entspricht dem fünften x -Intervall, weil die Randpunkte nicht als Ergebnis gewertet werden (vergleiche Abbildung 4.6).

⁵Die Steigung, inklusive Vorzeichen, kann dazu genutzt werden, eine Kovarianzmatrix für den systematischen Fehlerbeitrag zu definieren [STI95]. Hierauf wurde in der vorliegenden Analyse verzichtet. Stattdessen wurden die Absolutbeträge der einzelnen Fehlerbeiträge quadratisch addiert.

iv) **Der statistische Fehler, der durch die endliche Anzahl der Monte-Carlo-Ereignisse gegeben ist**

Während bei der Monte-Carlo-Methode die Anzahl der Monte-Carlo-Ereignisse zugrundegelegt wird, die in dem gegebenen Intervall *rekonstruiert* worden sind, ist bei der Entfaltungsmethode die Anzahl der *generierten* Ereignisse maßgeblich. Ein Vergleich zeigt jedoch, daß der Unterschied im resultierenden Fehler kleiner als 1 % ist. Selbst in den Intervallen mit niedriger Statistik beträgt dieser Fehlerbeitrag maximal 4 % und liegt damit deutlich unter dem statistischen Fehler der experimentellen Daten.

v) **Die Unsicherheit in der Effizienz für die Rekonstruktion eines Vertex**

Die Unsicherheit in der Effizienz für die Rekonstruktion eines Vertex beträgt $\pm 4\%$ für $Q^2 < 10 \text{ GeV}^2$ und $\pm 2\%$ für höhere Q^2 -Werte. Dabei wurde die Effizienz nicht nur aus den Daten [PAN96], sondern außerdem durch einen Vergleich zweier Monte-Carlo-Simulationen bestimmt, in denen die Hadronisation verschieden modelliert wurde [H1C96b] (vergleiche Kapitel 3.2.1).

vi) **Ein systematischer Fehler der im Generator DJANGO6 implementierten Strahlungskorrekturen**

Ein systematischer Fehler der im Generator DJANGO6 implementierten Strahlungskorrekturen von $\pm 2\%$ ergibt sich durch einen Vergleich mit den Resultaten der analytischen Programme HELIOS [HEL91] und HECTOR [HEC95], [H1C96b] (vergleiche Kapitel 3.3).

Die Tabellen 4.2 und 4.3 zeigen die verschiedenen Beiträge zum systematischen Fehler für die beiden Analysemethoden, wobei folgende Abkürzungen verwendet werden:

- **E:** Eine mögliche Mißkalibration des BEMC.
- **θ :** Ein möglicher Fehler in der Messung des Polarwinkels.
- **γp :** Ein möglicher Fehler in der Normierung des Photoproduktionsbeitrages.
- **MC:** Beitrag zum systematischen Fehler aufgrund der endlichen Statistik der Monte-Carlo-Ereignisse.
- **VE:** Unsicherheit in der Rekonstruktionseffizienz eines Vertex.
- **RC:** Unsicherheit der Strahlungskorrekturen.

Der gesamte systematische Fehler wurde berechnet durch die quadratische Addition der Einzelbeiträge unter Vernachlässigung der Korrelationen. Im Vergleich wird erkennbar, daß bei den verschiedenen studierten Fehlerquellen für die Entfaltungsmethode tendenziell größere systematische Fehler ermittelt werden als für die Monte-Carlo-Methode.

4.2.2 Resultate für F_2 und Diskussion

Die Proton-Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ wurde mit den in diesem Kapitel beschriebenen Analysemethoden für acht Q^2 -Intervalle zwischen $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ und 15 GeV^2 bestimmt. Der Wertebereich für x erstreckt sich von 0.00005 bis 0.00251. Abbildung 4.11 zeigt die Ergebnisse für beide Methoden, die Entfaltungsmethode mit Regularisierung (Gleichung

Beiträge zum systematischen Fehler Entfaltungsmethode mit Regularisierung								
Q^2	x	E	θ	γ_p	MC	VE	RC	total [%]
2.0	0.00005	2	11	4	4	4	2	13.3
2.5	0.00005	1	4	5	3	4	2	8.3
	0.00008	2	4	2	3	4	2	7.5
	0.00013	4	18	0	4	4	2	18.9
3.5	0.00008	2	5	5	3	4	2	9.4
	0.00013	2	2	0	2	4	2	5.7
	0.00020	2	2	0	2	4	2	6.0
	0.00032	4	7	0	3	4	2	9.2
	0.00050	8	17	0	4	4	2	19.5
5.0	0.00013	4	2	2	3	4	2	7.0
	0.00020	4	2	0	2	4	2	6.6
	0.00032	3	2	0	2	4	2	6.2
	0.00050	7	8	0	3	4	2	11.4
	0.00079	7	6	0	3	4	2	10.5
6.5	0.00013	3	2	6	3	4	2	9.1
	0.00023	2	3	0	2	4	2	6.5
	0.00040	2	3	0	2	4	2	6.3
	0.00069	7	3	0	3	4	2	9.1
	0.00120	9	1	0	3	4	2	10.9
8.5	0.00021	2	1	2	3	4	2	5.9
	0.00038	5	1	0	3	4	2	7.4
	0.00067	8	2	0	3	4	2	10.0
	0.00119	8	5	0	3	4	2	11.2
12.0	0.00037	2	3	1	3	2	2	5.5
	0.00079	5	3	0	3	2	2	7.0
	0.00171	5	2	0	3	2	2	7.0
15.0	0.00040	5	1	1	3	2	2	6.3
	0.00100	5	2	0	3	2	2	6.8
	0.00251	4	2	0	4	2	2	6.3

Tabelle 4.2: Verschiedene Beiträge zum systematischen Fehler jeweils in Prozent, bestimmt mit der Entfaltungsmethode mit Regularisierung. Der totale systematische Fehler wird durch quadratische Addition der Einzelbeiträge berechnet.

(4.27)) und die Monte-Carlo-Methode (Gleichung (4.15)); sie sind zudem in den Tabellen 4.4 und 4.5 angegeben.

Die Daten zeigen einen starken Anstieg zu kleinen Werten von x . Dieser Anstieg wird in allen Q^2 -Intervallen von dem QCD-Fit [ZOM95], der auf den NLO-DGLAP-Gleichungen basiert, korrekt beschrieben. Die GRV(5.03)-Parametrisierung [GRV93] liegt deutlich über den Daten. Diese Parametrisierung diente gemäß Gleichung (3.10) zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittes der Monte-Carlo-Simulation der tiefunelastischen Streuung, die zur

Beiträge zum systematischen Fehler Monte-Carlo-Methode								
Q^2	x	E	θ	γ_P	MC	VE	RC	total [%]
2.0	0.00005	1	11	3	3	4	2	12.7
2.5	0.00005	4	3	5	3	4	2	8.9
	0.00008	3	8	2	2	4	2	10.1
	0.00013	3	16	0	4	4	2	17.0
3.5	0.00008	1	6	5	2	4	2	9.1
	0.00013	3	3	0	2	4	2	6.6
	0.00020	2	2	0	2	4	2	5.8
	0.00032	8	10	0	3	4	2	14.0
	0.00050	6	12	0	4	4	2	14.3
5.0	0.00013	2	3	2	2	4	2	6.5
	0.00020	4	2	0	2	4	2	6.7
	0.00032	3	2	0	2	4	2	6.1
	0.00050	6	4	0	3	4	2	8.9
	0.00079	3	4	0	3	4	2	7.4
6.5	0.00013	2	3	5	3	4	2	8.0
	0.00023	5	3	0	2	4	2	7.5
	0.00040	2	5	0	2	4	2	7.2
	0.00069	6	3	0	3	4	2	8.4
	0.00120	7	1	0	3	4	2	9.0
8.5	0.00021	4	1	1	3	4	2	7.0
	0.00038	3	2	0	3	4	2	6.3
	0.00067	5	3	0	3	4	2	8.0
	0.00119	6	3	0	3	4	2	8.8
12.0	0.00037	2	1	0	3	2	2	4.6
	0.00079	4	4	0	3	2	2	6.4
	0.00171	5	3	0	3	2	2	7.2
15.0	0.00040	3	1	1	3	2	2	5.2
	0.00100	5	2	0	3	2	2	6.3
	0.00251	4	1	0	4	2	2	6.4

Tabelle 4.3: Verschiedene Beiträge zum systematischen Fehler jeweils in Prozent, bestimmt mit der Monte-Carlo-Methode. Der totale systematische Fehler wird durch quadratische Addition der Einzelbeiträge berechnet.

Entfaltung von F_2 benutzt wurde.

Für einen besseren Vergleich der Analysemethoden zeigt Abbildung 4.12 die Werte für F_2 als prozentuale Abweichung von dem QCD-Fit [ZOM95], der als Referenz dient. Die Ergebnisse der beiden Methoden differieren in fast allen Punkten weniger als 5%. Diese Unterschiede sind mit dem angegebenen Fehlern verträglich. Die systematischen Fehler sind abgesehen von den angeschnitten Intervallen unter 10% und damit vergleichbar mit dem statistischen Fehler (Tabellen 4.4 und 4.5). Letztere werden in der Monte-Carlo-Me-

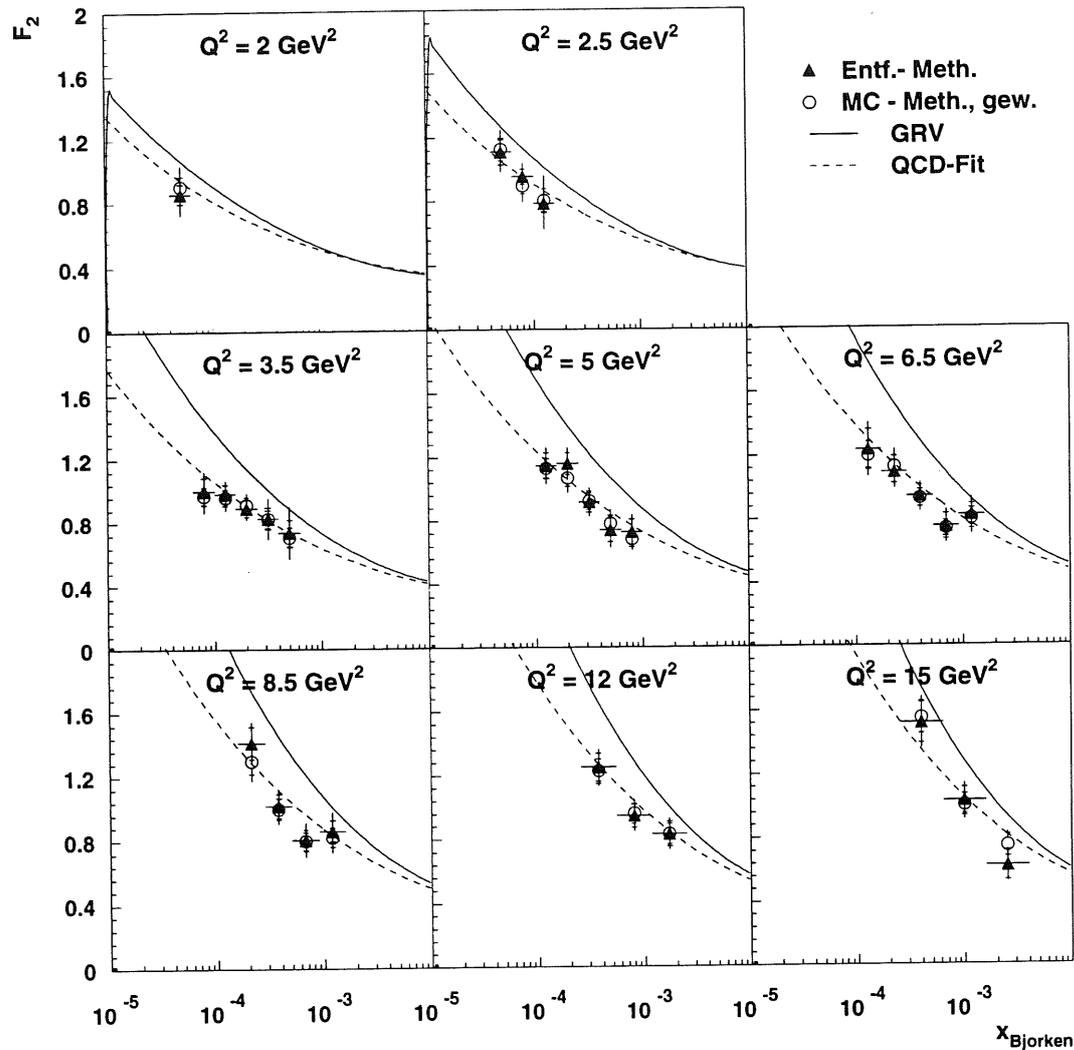


Abbildung 4.11: Meßergebnis für die Proton-Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ für die Entfaltungsmethode (Dreiecke) und die Monte-Carlo-Methode (Kreise). Zusätzlich eingezeichnet sind die Strukturfunktionen des QCD-Fits [ZOM95] und der GRV(5.03)-Parametrisierung. Letztere diente gemäß Gleichung (3.10) zur Generierung der Monte-Carlo-Ereignisse, die zur Entfaltung von F_2 benutzt worden sind (vergleiche Tabelle 2.3 in Kapitel 2.2.3). Diese ist nicht zu verwechseln mit der in Kapitel 1.3.3 beschriebenen und Abbildung 4.13 gezeigten Parametrisierung GRV(94).

thode unterschätzt, weil in dieser Methode die Migrationen nicht berücksichtigt werden (siehe Abbildung 4.6 d)).

Kovarianz- und Korrelationsmatrizen des statistischen Fehlers

Die Entfaltungsmethode liefert im Gegensatz zur Monte-Carlo-Methode für jedes Q^2 -Intervall neben den entfaltenen Datenpunkten gemäß Gleichung (4.28) die Kovarianzmatrix

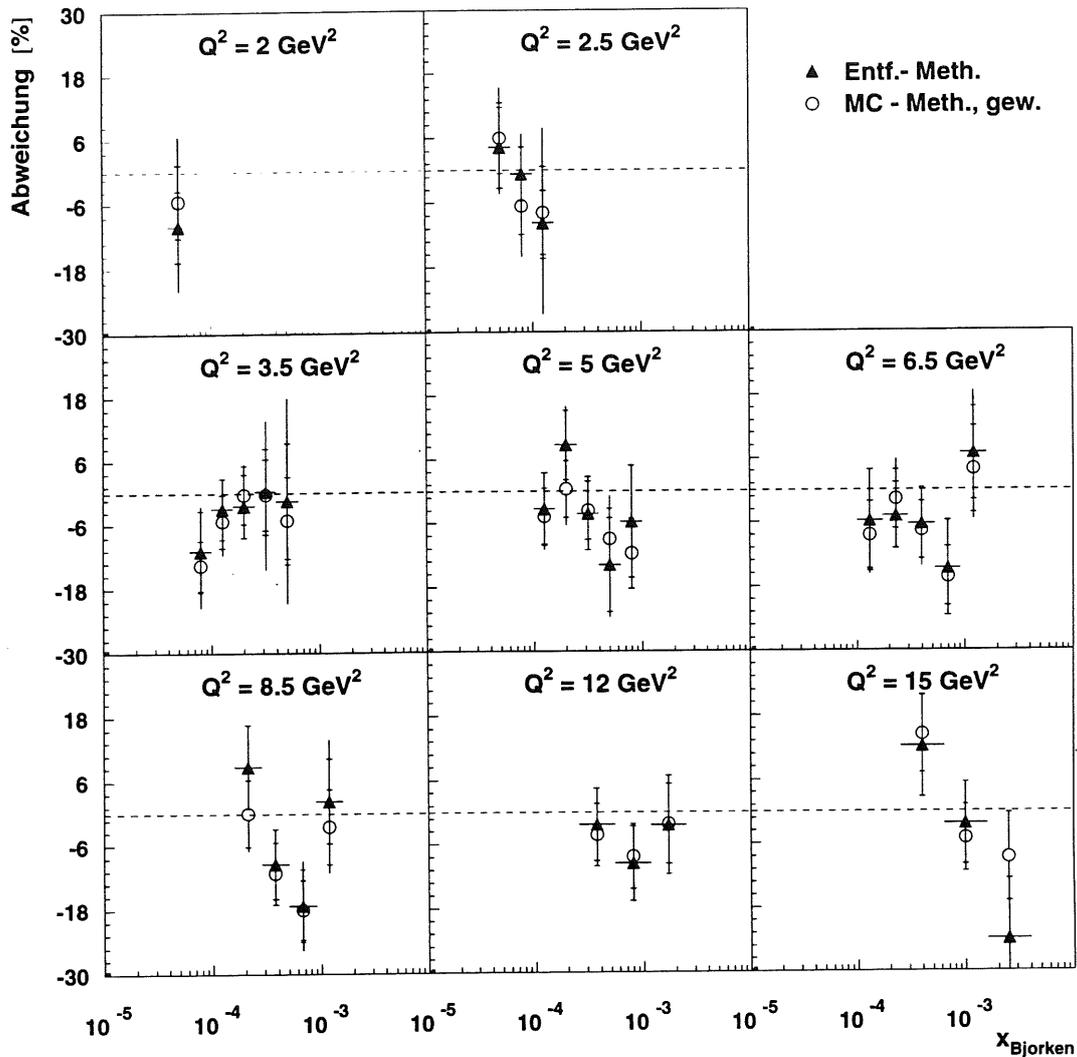


Abbildung 4.12: Als Referenz (gestrichelte Linie) dient der QCD-Fit [ZOM95]. Die Abweichungen der Meßergebnisse sind mit den Fehlern gut verträglich. Die inneren Fehlerbalken kennzeichnen den statistischen Fehler und die äußeren den Gesamtfehler; letzterer wird berechnet durch quadratische Addition des statistischen und systematischen Fehlers. Die globale Unsicherheit der Luminositätsmessung von 3.9% [H1C96b] bleibt hier unberücksichtigt.

V , wobei die Quadratwurzeln der Hauptdiagonalelemente σ_{ii} den in Tabelle 4.4 angegebenen statistischen Fehlern entsprechen. Die Komponenten ρ_{ij} der zugehörigen Korrelationsmatrix K ergeben sich aus denen der Kovarianzmatrix V gemäß

$$\rho_{ij} := \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii}\sigma_{jj}}} \quad (4.35)$$

mit $-1 \leq \rho_{ij} \leq 1$. Die Kenntnis der Kovarianzmatrix ist von großem Vorteil, wenn die Daten z.B. für einen χ^2 -Fit verwendet werden, da negativ korrelierte Datenpunkte

($\rho_{ij} < 0$) den Spielraum des Fits gegenüber positiv korrelierten Datenpunkten ($\rho_{ij} > 0$) deutlich einengen.

Nachstehend ist für jedes der acht Q^2 -Intervalle die Kovarianzmatrix V mit zugehöriger Korrelationsmatrix K aufgeführt. Die Komponenten der angegebenen Matrizen beziehen sich auf die in Tabelle 4.4 angegebenen Datenpunkte. Die Korrelationen, deren Angabe in den Korrelationsmatrizen K in Prozent erfolgt, sind bis auf zwei Datenpunkte geringer als 40 % und können damit als klein betrachtet werden.

$$\underline{Q^2 = 2.0 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{2.0} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 0.399 \end{pmatrix} \quad K_{2.0} = \begin{pmatrix} 100.0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{2.5} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 0.645 & \dots \\ 0.150 & 0.230 & \\ -0.099 & 0.122 & 0.267 \end{pmatrix} \quad K_{2.5} = \begin{pmatrix} 100.0 & \dots \\ 38.9 & 100.0 & \\ -23.8 & 49.2 & 100.0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Q^2 = 3.5 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{3.5} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 0.727 & \dots \\ 0.026 & 0.333 & \\ -0.090 & 0.041 & 0.299 \\ 0.068 & -0.112 & 0.089 & 0.452 \\ -0.022 & 0.050 & -0.183 & 0.227 & 0.662 \end{pmatrix}$$

$$K_{3.5} = \begin{pmatrix} 100.0 & \dots \\ 5.3 & 100.0 & \\ -19.2 & 13.1 & 100.0 & \\ 11.9 & -28.9 & 24.1 & 100.0 & \\ -3.2 & 10.6 & -41.2 & 41.5 & 100.0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Q^2 = 5.0 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{5.0} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 0.650 & \dots \\ -0.029 & 0.484 & \\ -0.035 & -0.017 & 0.433 \\ 0.030 & -0.069 & -0.035 & 0.567 \\ -0.017 & 0.053 & -0.180 & 0.108 & 0.657 \end{pmatrix}$$

$$K_{5.0} = \begin{pmatrix} 100.0 & \dots \\ -5.1 & 100.0 & \\ -6.5 & -3.8 & 100.0 & \\ 4.9 & -13.3 & -7.1 & 100.0 & \\ -2.6 & 9.3 & -33.8 & 17.7 & 100.0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Q^2 = 6.5 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{6.5} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 1.531 & & & & \dots \\ -0.065 & 0.494 & & & \\ -0.001 & -0.023 & 0.443 & & \\ -0.013 & 0.007 & -0.102 & 0.613 & \\ -0.009 & -0.001 & -0.083 & -0.074 & 0.453 \end{pmatrix}$$

$$K_{6.5} = \begin{pmatrix} 100.0 & & & & \dots \\ -7.5 & 100.0 & & & \\ -0.2 & -4.9 & 100.0 & & \\ -1.4 & 1.4 & -19.5 & 100.0 & \\ -1.1 & -0.1 & -18.5 & -14.0 & 100.0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Q^2 = 8.5 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{8.5} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 1.009 & & & \dots \\ -0.025 & 0.538 & & \\ -0.011 & -0.026 & 0.433 & \\ -0.011 & -0.059 & 0.034 & 0.449 \end{pmatrix}$$

$$K_{8.5} = \begin{pmatrix} 100.0 & & & \dots \\ -3.4 & 100.0 & & \\ -1.7 & -5.4 & 100.0 & \\ -1.7 & -12.0 & 7.6 & 100.0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Q^2 = 12 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{12} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 0.759 & & & \dots \\ -0.061 & 0.533 & & \\ 0.031 & -0.091 & 0.616 & \end{pmatrix} \quad K_{12} = \begin{pmatrix} 100.0 & & \dots \\ -9.6 & 100.0 & \\ 4.5 & -15.9 & 100.0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Q^2 = 15 \text{ GeV}^2} :$$

$$V_{15} = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 1.653 & & & \dots \\ -0.053 & 0.650 & & \\ 0.185 & -0.154 & 0.842 & \end{pmatrix} \quad K_{15} = \begin{pmatrix} 100.0 & & \dots \\ -5.1 & 100.0 & \\ 15.7 & -20.8 & 100.0 \end{pmatrix}$$

Die Tabellen 4.4 und 4.5 zeigen die Ergebnisse der beiden Analysemethoden für die Proton-Strukturfunktion F_2 mit Angabe der statistischen und systematischen Fehler. Zusätz-

Messung der Strukturfunktion F_2 Entfaltungsmethode mit Regularisierung						
			Fehler			Untergrund
Q^2	x	F_2	δ_{stat}	δ_{sys}	R	γ_p [%]
2.0	0.00005	0.86	0.06	0.11	0.69	9.8
2.5	0.00005	1.11	0.08	0.09	0.62	14.0
	0.00008	0.95	0.05	0.07	0.80	5.0
	0.00013	0.78	0.05	0.15	0.80	-
3.5	0.00008	1.00	0.09	0.09	0.64	14.0
	0.00013	0.98	0.06	0.06	0.64	1.5
	0.00020	0.89	0.05	0.05	0.64	0.1
	0.00032	0.83	0.07	0.08	0.64	0.3
	0.00050	0.74	0.08	0.14	0.64	-
5.0	0.00013	1.14	0.08	0.08	0.54	6.6
	0.00020	1.16	0.07	0.08	0.54	1.2
	0.00032	0.92	0.07	0.06	0.54	0.3
	0.00050	0.74	0.08	0.08	0.53	0.1
	0.00079	0.73	0.08	0.08	0.53	-
6.5	0.00013	1.23	0.12	0.11	0.49	13.4
	0.00023	1.09	0.07	0.07	0.48	1.5
	0.00040	0.94	0.07	0.06	0.48	0.3
	0.00069	0.75	0.08	0.07	0.47	-
	0.00120	0.82	0.07	0.09	0.46	-
8.5	0.00021	1.41	0.10	0.08	0.44	3.7
	0.00038	1.02	0.07	0.08	0.44	0.3
	0.00067	0.81	0.07	0.08	0.43	-
	0.00119	0.86	0.07	0.10	0.42	-
12.0	0.00037	1.25	0.09	0.07	0.39	1.5
	0.00079	0.94	0.07	0.07	0.38	-
	0.00171	0.83	0.08	0.06	0.36	-
15.0	0.00040	1.52	0.13	0.10	0.36	2.2
	0.00100	1.03	0.08	0.07	0.35	-
	0.00251	0.62	0.09	0.04	0.33	-

Tabelle 4.4: Ergebnis der Entfaltungsmethode für die Messung der Proton-Strukturfunktion F_2 mit statistischen und systematischen Fehlern sowie R und subtrahierten Photoproduktionsuntergrund (abgeschätzt mit PHOJET).

lich werden in den Tabellen neben den Ergebnissen für F_2 die angenommenen Werte für R aufgeführt. Sie wurden mit den Ausdrücken der Gleichungen (1.13) und (1.36) mit den Partondichteverteilungen der GRV(5.03)-Parametrisierung [GRV93] berechnet. Die Kopplungskonstante $\alpha_s(Q^2)$ wird mit dem in Gleichung (1.21) angegebenen Ausdruck in nächstführender Ordnung (NLO) mit $n_f = 4$ und einem $\Lambda = 263 \text{ MeV}$ [VIR92] bestimmt. Die Rechnung liefert in dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse Werte für R ,

Messung der Strukturfunktion F_2 Monte-Carlo-Methode						
			Fehler			Untergrund
Q^2	x	F_2	δ_{stat}	δ_{sys}	R	γp [%]
2.0	0.00005	0.90	0.06	0.12	0.69	9.8
2.5	0.00005	1.13	0.07	0.10	0.62	14.0
	0.00008	0.90	0.05	0.09	0.80	5.0
	0.00013	0.80	0.07	0.14	0.80	-
3.5	0.00008	0.97	0.05	0.09	0.64	14.0
	0.00013	0.96	0.05	0.06	0.64	1.5
	0.00020	0.91	0.05	0.05	0.64	0.1
	0.00032	0.82	0.06	0.12	0.64	0.3
	0.00050	0.71	0.06	0.10	0.64	-
5.0	0.00013	1.13	0.06	0.07	0.54	6.6
	0.00020	1.07	0.06	0.07	0.54	1.2
	0.00032	0.92	0.05	0.06	0.54	0.3
	0.00050	0.78	0.05	0.07	0.53	0.1
	0.00079	0.68	0.05	0.05	0.53	-
6.5	0.00013	1.20	0.08	0.10	0.49	13.4
	0.00023	1.13	0.06	0.08	0.48	1.5
	0.00040	0.93	0.05	0.07	0.48	0.3
	0.00069	0.74	0.05	0.06	0.47	-
	0.00120	0.80	0.06	0.07	0.46	-
8.5	0.00021	1.30	0.08	0.09	0.44	3.7
	0.00038	1.00	0.06	0.06	0.44	0.3
	0.00067	0.80	0.05	0.06	0.43	-
	0.00119	0.82	0.06	0.07	0.42	-
12.0	0.00037	1.22	0.08	0.06	0.39	1.5
	0.00079	0.96	0.06	0.06	0.38	-
	0.00171	0.83	0.06	0.06	0.36	-
15.0	0.00040	1.55	0.10	0.08	0.36	2.2
	0.00100	1.00	0.07	0.06	0.35	-
	0.00251	0.74	0.07	0.05	0.33	-

Tabelle 4.5: Ergebnis der Monte-Carlo-Methode für die Messung der Proton-Strukturfunktion F_2 mit statistischen und systematischen Fehlern sowie R und subtrahierten Photoproduktionsuntergrund (abgeschätzt mit PHOJET).

die zwischen 0.33 und 0.69 liegen. In Kapitel 4.1.4 wurde aufgezeigt, daß der Wirkungsquerschnitt der tiefunelastischen ep-Streuung im Bereich kleiner x und Q^2 stark von R abhängt. Die Ergebnisse für F_2 sind also nur im Zusammenhang mit den angegebenen Werten für R gültig. Deshalb wurde die theoretische Unsicherheit in der Berechnung von R nicht in einem zusätzlichen systematischen Fehlerbeitrag berücksichtigt.

Die letzte Spalte der Tabelle 4.4 zeigt den Photoproduktionsuntergrund, der mit der

Monte-Carlo-Simulation PHOJET [PHO95] abgeschätzt wurde. Er konzentriert sich im Bereich niedriger x und Q^2 (siehe Abbildung 4.7), beträgt aber in keinem der Intervalle mehr als 14 %.

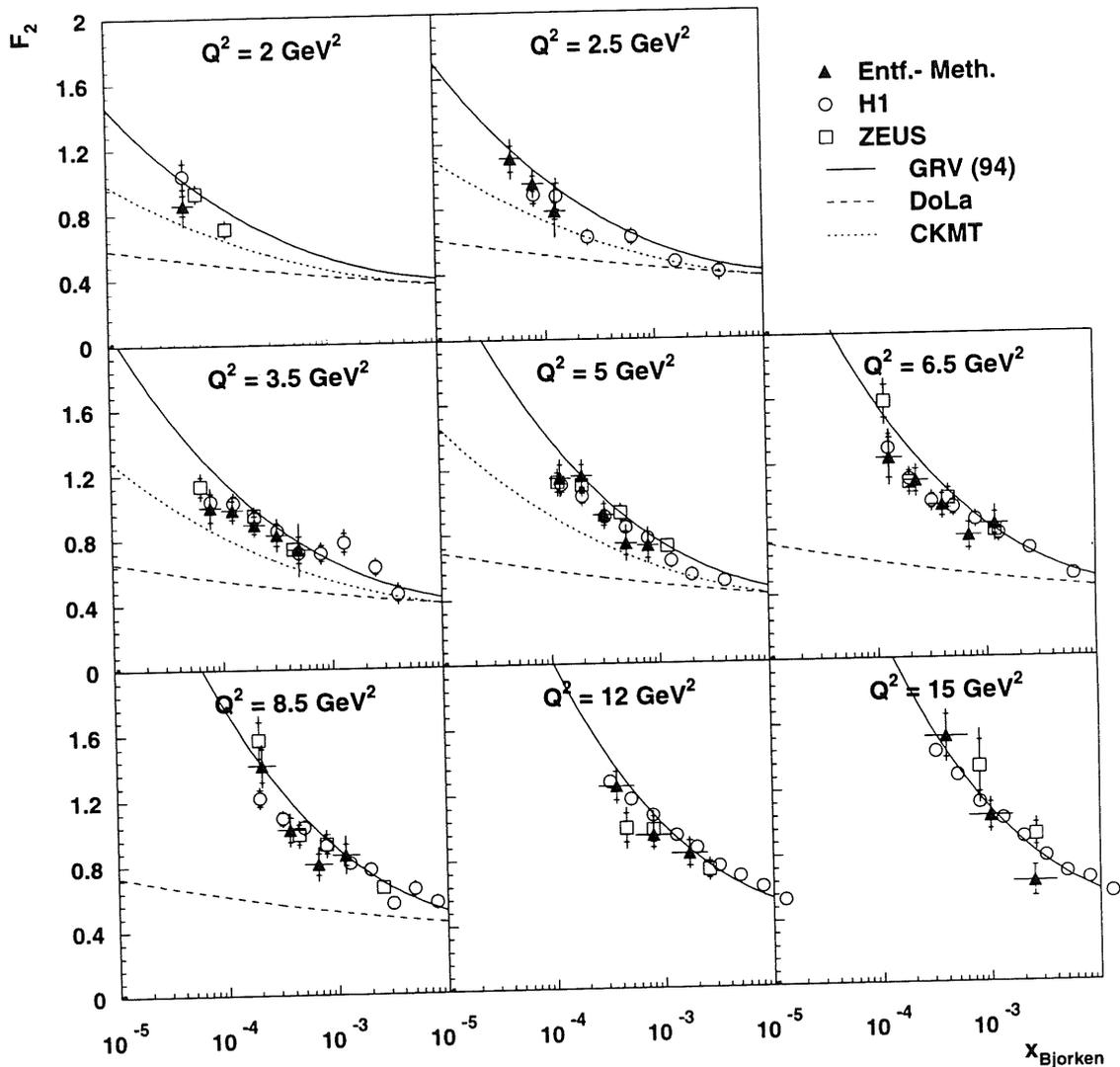


Abbildung 4.13: Meßergebnis für die Proton-Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ für die Entfaltungsmethode (Dreiecke) im Vergleich mit den von H1 [H1C96b] (Kreise) und ZEUS [ZEUS95] (Quadrate) veröffentlichten Daten. Die für die $Q^2 = 3.5, 5.0$ und 6.5 GeV^2 gezeigten ZEUS-Daten sind Messungen bei $Q^2 = 3.0, 4.5, 6.0 \text{ GeV}^2$. Ein Vergleich der Daten mit der GRV(94)-Parametrisierung [GRV95], die auf einer DGLAP-Entwicklung beruht, zeigt gute Übereinstimmung. Die beiden auf der Regge-Theorie basierenden Parametrisierungen DoLa [DOLA94] und CKMT [CKMT94] können den starken Anstieg von F_2 mit abnehmenden x nicht bzw. nur unzureichend beschreiben.

Vergleich mit anderen Messungen

Einen Vergleich der Resultate dieser Analyse mit denen der publizierten H1-Analyse [H1C96b] zeigt Abbildung 4.13. Die Werte für F_2 stimmen innerhalb der angegebenen Fehler gut überein. Die Meßergebnisse der veröffentlichten H1-Analyse, die mit der Monte-Carlo-Methode bestimmt wurden, basieren auf den gesamten Daten des Jahres 1994, d.h. sowohl den Daten mit verschobenem (58 nb^{-1}) als auch denen mit nominellem (0.27 pb^{-1}) Wechselwirkungspunkt. Desweiteren wurden Ereignisse analysiert, in denen von dem einlaufenden Elektron ein hochenergetisches Photon abgestrahlt wurde und damit die Messung von F_2 bei extrem niedrigen Q^2 ermöglicht (siehe auch Abbildung 4.14). Die geringeren Fehler und die höhere Anzahl von Datenpunkten in der veröffentlichten H1-Analyse erklären sich im wesentlichen durch die deutlich höhere Statistik, insbesondere in dem Bereich höherer Q^2 . Zusätzlich sind die Meßwerte der ZEUS-Kollaboration [ZEUS95] eingezeichnet; sie stimmen ebenfalls gut mit den Ergebnissen dieser und der publizierten H1-Analyse überein.

Vergleich mit Partondichte-Parametrisierungen

Vergleicht man in Abbildung 4.13 die experimentell bestimmten Werte für F_2 mit den in Kapitel 1.3.3 beschriebenen Parametrisierungen, dann zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit der als „GRV(94)“ gekennzeichneten Parametrisierung von Glück, Reya und Vogt [GRV95], die auf einer NLO-DGLAP-Entwicklung beruht. Die auf der Regge-Theorie basierende Parametrisierung von Donnachie und Landshoff (DoLa) [DOLA94] kann mit dem Austausch eines weichen Pomerons die x -Abhängigkeit von F_2 nicht beschreiben. Hingegen wird mit dem Ansatz eines effektiven Q^2 -abhängigen Pomeron Interzepts, wie er in der Parametrisierung von Capella, Kaidalov, Merino und Tran Thanh Van (CKMT) [CKMT94] gewählt wurde, der steile Anstieg von F_2 für $x \rightarrow 0$ deutlich besser, wenn auch nicht im ausreichenden Maße, wiedergegeben.

Es zeigt sich also, daß in dem analysierten kinematischen Bereich der DGLAP-Formalismus immer noch erfolgreich zur Beschreibung der Daten angewendet werden kann. Dies gilt sowohl für den QCD-Fit [ZOM95] als auch für die GRV(94)-Parametrisierung [GRV95]. Der Ansatz in der GRV(94)-Parametrisierung, die Partondichten ab einer extrem niedrigen Skala $Q_0 \simeq 0.5 \text{ GeV}$ störungstheoretisch mit Hilfe der NLO-DGLAP-Gleichungen zu höheren Q^2 -Werten entwickeln zu können, wird experimentell bestätigt.

Für den starken Anstieg von F_2 bei kleinen x ist insbesondere die Gluondichte verantwortlich. Aus Gründen der Unitarität (vergleiche Kapitel 1.3.1) müssen bei sehr kleinen x ab einem bestimmten x_0 Sättigungs- bzw. Rekombinationseffekte einsetzen, die ein weiteres Ansteigen der Gluondichte verhindern. Dies könnte zu einer Abflachung der F_2 -Kurve führen, die in den Daten jedoch nicht beobachtet werden kann.

Die Ergebnisse der vorliegenden Analyse decken nur einen kleinen Ausschnitt der kinematischen x - Q^2 -Ebene ab, in der die Proton-Strukturfunktion F_2 bis zum jetzigen Zeitpunkt gemessen worden ist. In Abbildung 4.14 werden die Ergebnisse für F_2 von dem Experiment H1 am Speicherring HERA und den Experimenten BCDMS und NMC, bei denen das Lepton an einem stationärem Target gestreut wird, kombiniert. Der kinematische Bereich, der bei den Experimenten mit stationärem Target auf Werte $x > 10^{-2}$ und $Q^2 < 200 \text{ GeV}^2$ beschränkt war, konnte mit Hilfe der HERA-Experimente H1 und

ZEUS entscheidend erweitert werden. Insgesamt wurde F_2 nunmehr in einem Bereich $0.00005 \leq x \leq 1$ und $1.5 \leq Q^2 \leq 5000 \text{ GeV}^2$ gemessen.

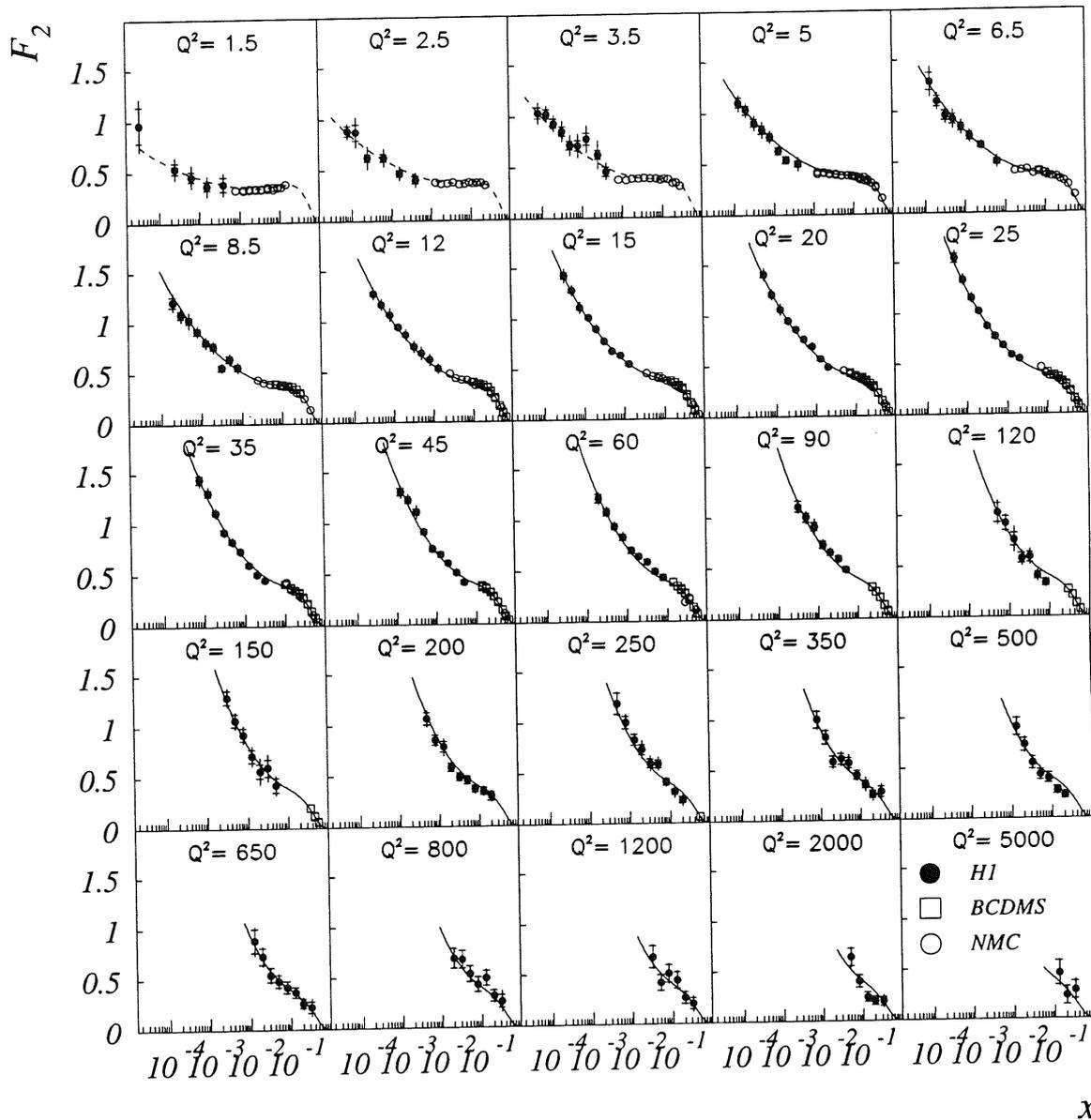


Abbildung 4.14: Dargestellt sind die Ergebnisse der Messung der Proton-Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ in einem kinematischen Bereich $0.00005 \leq x \leq 1$ und $1.5 \leq Q^2 \leq 5000 \text{ GeV}^2$. Hierzu wurden die Daten des HERA-Experimentes H1 (schwarze Kreise) und die Daten der Experimente mit stationärem Target, BCDMS (weiße Quadrate) und NMC (weiße Kreise), kombiniert. Zusätzlich eingezeichnet ist das Ergebnis des QCD-Fits [ZOM95].

Das Ergebnis des QCD-Fits

Der QCD-Fit [ZOM95] basiert auf den NLO-DGLAP-Gleichungen, wobei in dem Ansatz für die Anfangsparametrisierungen der Partondichten bei $Q_0^2 = 5 \text{ GeV}^2$

$$\begin{aligned}
 xg(x) &= A_g x^{B_g} (1-x)^{C_g}, \\
 xu_v(x) &= A_u x^{B_u} (1-x)^{C_u} (1 + D_u x + E_u \sqrt{x}), \\
 xd_v(x) &= A_d x^{B_d} (1-x)^{C_d} (1 + D_d x + E_d \sqrt{x}), \\
 xS(x) &= A_S x^{B_S} (1-x)^{C_S} (1 + D_S x + E_S \sqrt{x})
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

neben der Gluondichte $g(x)$ nur die drei leichten Quarksorten u , d und s berücksichtigt werden. Für den „See“ S gilt die Annahme: $S/2 := \bar{u}_s = u_s = \bar{d}_s = d_s = 4\bar{s}_s = 4s_s$. Die schweren Quarks werden dynamisch in dem Annihilationsprozeß des Gluons ($\gamma g \rightarrow c\bar{c}$) mit einer angenommenen „Charm“-Masse $m_c = 1.5 \text{ GeV}$ erzeugt. Die Bestimmung

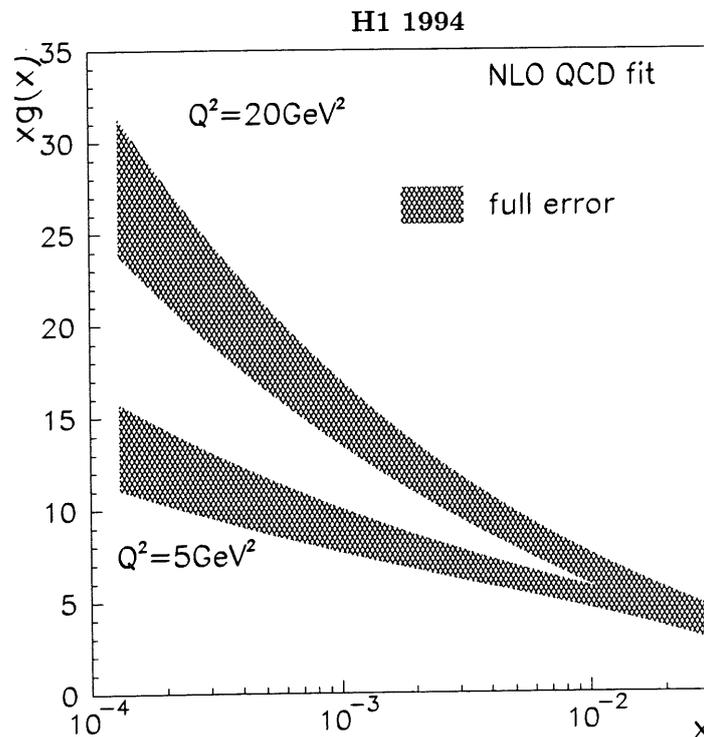


Abbildung 4.15: Dargestellt ist die Gluondichte $xg(x)$ für $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$ und $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$ mit zugehörigem Fehlerband, wie sie sich aus dem QCD-Fit [ZOM95] ergibt.

der Partondichten der Gleichung (4.36) erfolgte mit Hilfe eines χ^2 -Fits, in dem diese unter Verwendung der NLO-DGLAP-Gleichungen an die Datenpunkte für F_2 angepaßt wurden. In dem Fit wurden neben den H1-Daten auch die Daten der Experimente BCDMS und NMC verwendet, um die Freiheit der Valenzquarkdichten auch im Bereich hoher x einzuengen. Zur Vermeidung möglicher „higher twist“-Effekte wurden in dem Fit die Daten mit $Q^2 < 5 \text{ GeV}^2$ sowie $Q^2 < 15 \text{ GeV}^2$ mit $x > 0.5$ nicht verwendet.

Abbildung 4.14 zeigt, daß mit dem Ergebnis des Fits die Daten des gesamten kinematischen Bereichs gut beschrieben werden können, d.h. auch die Entwicklung zu kleineren Q^2 -Werten ($< Q_0^2 = 5 \text{ GeV}^2$) beschreibt die gemessenen Daten gut, obwohl diese in dem Fit nicht benutzt worden sind. Neben den Quarkdichten, die hauptsächlich die Proton-Strukturfunktion F_2 bestimmen, wurde mit diesem QCD-Fit auch die Gluondichte $g(x)$ extrahiert. Sie ist in Abbildung 4.15 für $Q^2 = 20, \text{ GeV}^2$ und $Q^2 = 80 \text{ GeV}^2$ mit dem zugehörigen Fehlerband gezeigt.

Übergang der tiefunelastischen Streuung zur Photoproduktion

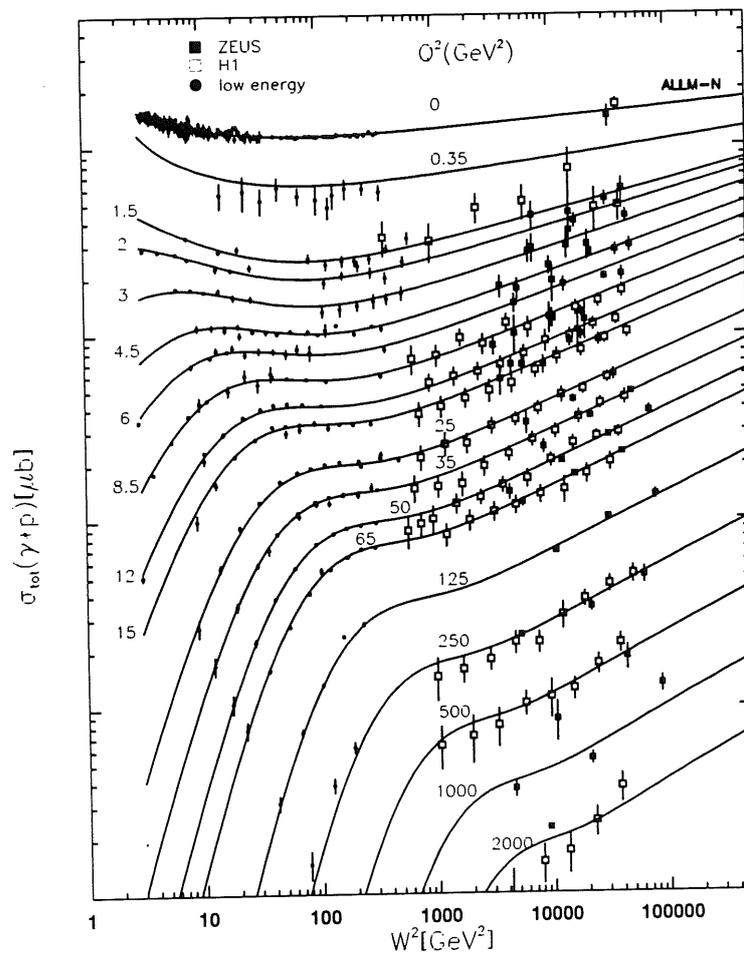


Abbildung 4.16: Gezeigt ist der nach Gleichung (4.37) bestimmte Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma^*p}$ als Funktion von W^2 für verschiedene Q^2 , parametrisiert nach [ABR91]. Für $Q^2 \simeq 0$ ist zusätzlich der gemessene Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$ mit der Parametrisierung von Donnachie und Landshoff [DOLA92] eingezeichnet.

Der totale Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma^*p}$ für den Prozeß ($\gamma^*p \rightarrow X$) kann näherungsweise mit dem Ausdruck

$$\sigma_{\text{tot}}^{\gamma^*p}(W^2, Q^2) \simeq \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} F_2(x, Q^2) \quad (4.37)$$

durch die Proton-Strukturfunktion F_2 ausgedrückt werden. Abbildung 4.16 zeigt den nach Gleichung (4.37) bestimmten Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma^*p}$ als Funktion von W^2 für verschiedene Q^2 -Werte. Die eingezeichneten Kurven ergeben sich aus der Parametrisierung von Abramowicz [ABR91]. Zum Vergleich ist außerdem der bei $Q^2 \simeq 0$ gemessene Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma p}$ eingezeichnet [H1C95e], der sich mit der eingezeichneten Parametrisierung von Donnachie und Landshoff [DOLA92] gut beschreiben läßt.

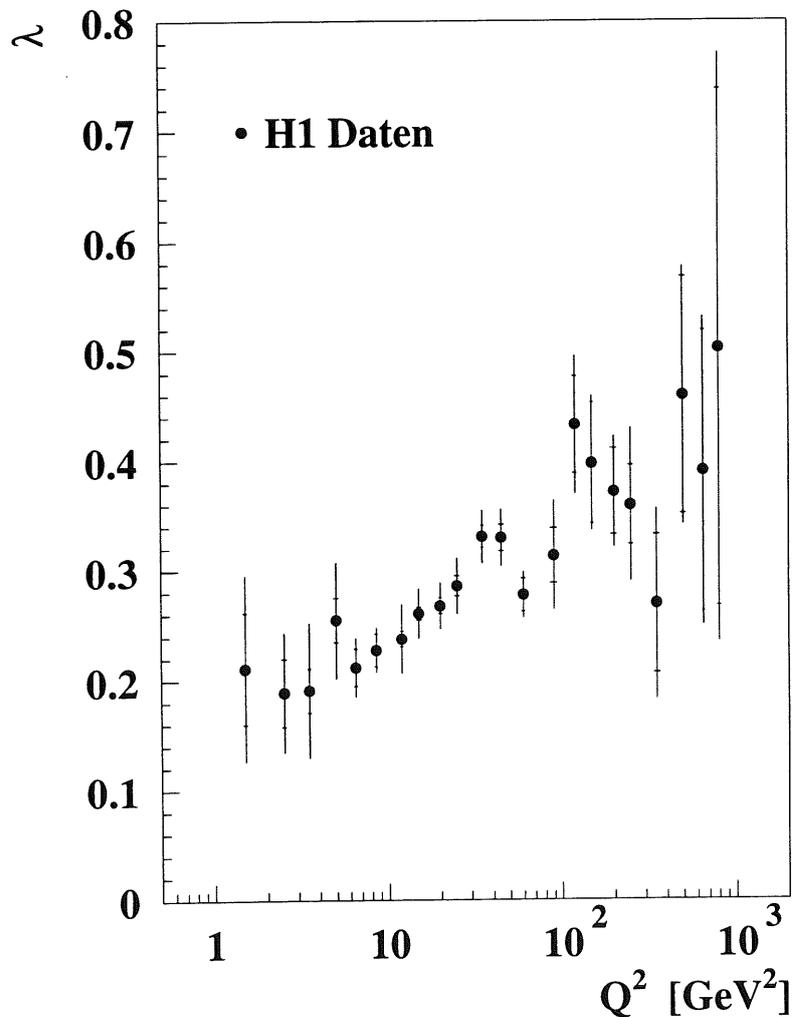


Abbildung 4.17: Der Parameter λ , der den Anstieg von F_2 bei kleinen x beschreibt, als Funktion von Q^2 (entnommen aus [H1C96b]).

Der Anstieg für F_2 bei kleinen x kann, wie in Kapitel 1.3.3 erläutert wurde, näherungsweise mit dem Ansatz $F_2 \propto x^{-\lambda}$ beschrieben werden. Der Parameter λ ist Q^2 -abhängig und sinkt, wie in Abbildung 4.17 zu sehen ist, von $\lambda \simeq 0.4$ für $Q^2 = 1000 \text{ GeV}^2$ auf $\lambda \simeq 0.2$ für $Q^2 = 1.5 \text{ GeV}^2$. Der letztere Wert für λ ist immer noch deutlich höher als $\lambda = 0.08$, jener Wert, der sich aus der Parametrisierung von Donnachie und Landshoff [DOLA92] zur Beschreibung des gemessenen Photoproduktionsquerschnittes $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma\text{p}}$ ergibt.

Wie Abbildung 4.16 zeigt, ist der Übergangsbereich von der tiefunelastischen Streuung zur Photoproduktion, der zwischen $0.02 < Q^2 < 1.5 \text{ GeV}^2$ liegt, bisher mit dem H1-Detektor experimentell nicht zugänglich gewesen. Eine deutliche Erweiterung der Akzeptanz in diesem kinematischen Bereich wird durch die im Ausblick beschriebene, umfangreiche Neugestaltung des rückwärtigen Detektorbereiches zwischen den Strahlzeiten der Jahre 1994 und 1995 möglich, in der u.a. das BEMC durch das neue „Spaghetti“-Kalorimeter SPACAL ersetzt wurde.

Kapitel 5

Ausblick

Die integrierte Luminosität des Jahres 1995 konnte, wie der Tabelle 2.1 zu entnehmen ist, gegenüber dem Vorjahr 1994 etwa um den Faktor 3 erhöht werden. Eine starke Reduzierung des statistischen Fehlers ist daher mit den Daten des Jahres 1995 nicht erreicht worden. Von entscheidender Bedeutung für die Datennahme 1995 war vielmehr die völlige Neugestaltung des rückwärtigen Detektorbereichs zwischen den Strahlzeiten der Jahre 1994 und 1995. Dabei wurde, wie in Abbildung 5.1 zu erkennen ist, das BEMC durch das neue „Spaghetti“-Kalorimeter SPACAL [H1C96c] ersetzt.

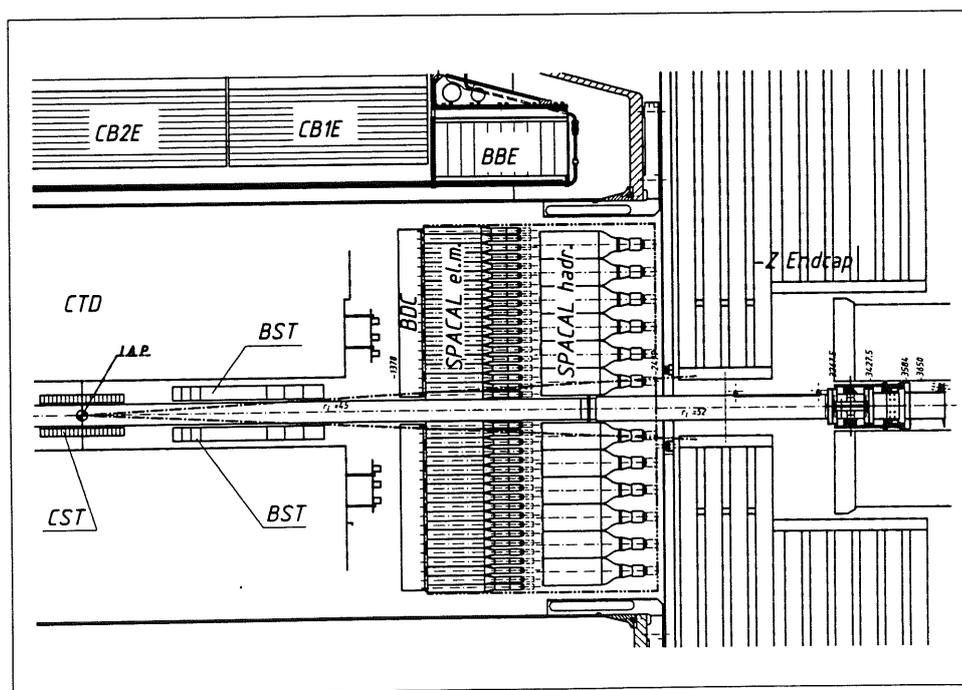


Abbildung 5.1: Neugestaltung des rückwärtigen Detektorbereichs 94/95:

Das Kernstück bildet das „Spaghetti“-Kalorimeter, bestehend aus einer elektromagnetischen- und einer hadronischen Sektion, mit denen eine deutlich bessere e/π -Separation möglich wird [H1C96d]. Das SPACAL übernimmt aufgrund seiner hervorragenden Zeitauflösung (< 1 ns) die Funktionen des ehemaligen ToF-Systems. Die rückwärtige Vieldraht-Proportionalkammer BPC ist durch eine Driftkammer BDC ersetzt worden.

Die Basismodule dieses neuen Kalorimeters bestehen, wie Abbildung 5.2 zeigt, aus jeweils zwei Zellen mit den Abmessungen $40.5 \times 40.5 \times 250 \text{ mm}^3$. Sie setzen sich aus einer Matrix von 52 Bleiplatten und szintillierenden Fasern mit einem Durchmesser von $\varnothing = 0.5 \text{ mm}$ zusammen. Das gewählte Verhältnis von Blei zu Fasern (2.27 : 1) ergibt einen Molière-Radius von 2.5 cm (Vergleich BEMC: 3.81 cm) und entspricht 22.5 Strahlungslängen X_0 (Vergleich BEMC: 21.59 X_0).

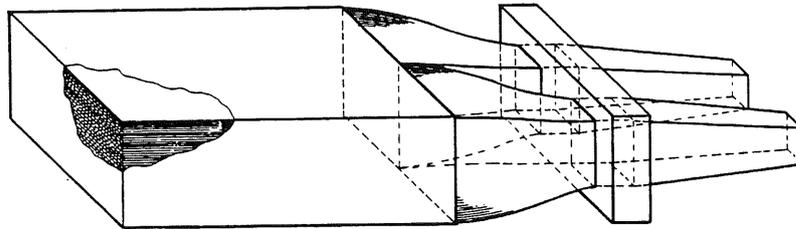


Abbildung 5.2: Schematische Darstellung eines Submoduls (SPACAL):

Das Szintillatorlicht der Fasern einer quadratischen Fläche von $40.5 \times 40.5 \text{ mm}^2$ (hadronische Sektion: $80 \times 80 \text{ mm}^2$) wird auf einen Lichtmischer geführt. Dieser hat neben der Funktion der Lichtmischung außerdem die Aufgabe, das Licht auf die Querschnittsfläche ($1''$) der Photokathode des Photomultipliers¹ zu bündeln. Im Gegensatz zu den Photodioden des BEMC wird mit den schnellen Signalen der Photomultiplier eine Zeitauflösung von $< 1 \text{ ns}$ erreicht. Dadurch ist das SPACAL selbst in der Lage, anhand der Flugzeitdifferenzen den strahlinduzierten Untergrund auf der ersten Triggerstufe L_1 zu erkennen. Das ToF-Flugzeitsystem (siehe Abbildung 2.3) wurde damit überflüssig, wodurch der Platz für die hadronische Sektion ($\simeq 1 \lambda$) geschaffen wurde.

Mit der feinen Sampling-Struktur des aktiven Materials wird mit dem SPACAL eine Energieauflösung

$$\sigma(E)/E = 0.07/\sqrt{E[\text{GeV}]} \oplus 0.01$$

erreicht, die deutlich besser ist als die des BEMC:

$$\sigma(E)/E = 0.1/\sqrt{E[\text{GeV}]} \oplus 0.39/E[\text{GeV}] \oplus 0.017.$$

Der Rauschpegel der Photomultiplier ist so niedrig, daß der Rauschterm in der Auflösung vernachlässigbar klein ist, und das Signal minimal ionisierender Teilchen (*Mip-peak*) nachgewiesen und zur Kalibration verwendet werden kann. Mit der gegebenen Auflösung des SPACAL können selbst extrem niedrige Energien ($E \simeq 2 \text{ GeV}$) mit einem relativen Fehler von weniger als 6 % gemessen werden. Zudem kann mit dieser Auflösung der kinematische Bereich für die Elektron-Methode zu kleineren Werten für y ausgedehnt werden.

¹Als Photomultiplier wurde ein spezieller Typ (Hamamatsu R-5505) mit Maschen-Dynoden ausgewählt; bei diesem Typ ist die Funktionsfähigkeit auch in einem Magnetfeld von $\simeq 1 \text{ T}$ gewährleistet.

Der Schauerschwerpunkt kann mit dem SPACAL aufgrund des kleineren Molière-Radius von 2.5 cm und der feineren Segmentierung auf wenige Millimeter genau bestimmt werden und stellt damit ebenfalls eine Verbesserung gegenüber dem BEMC ($\approx 1\text{cm}$) dar.

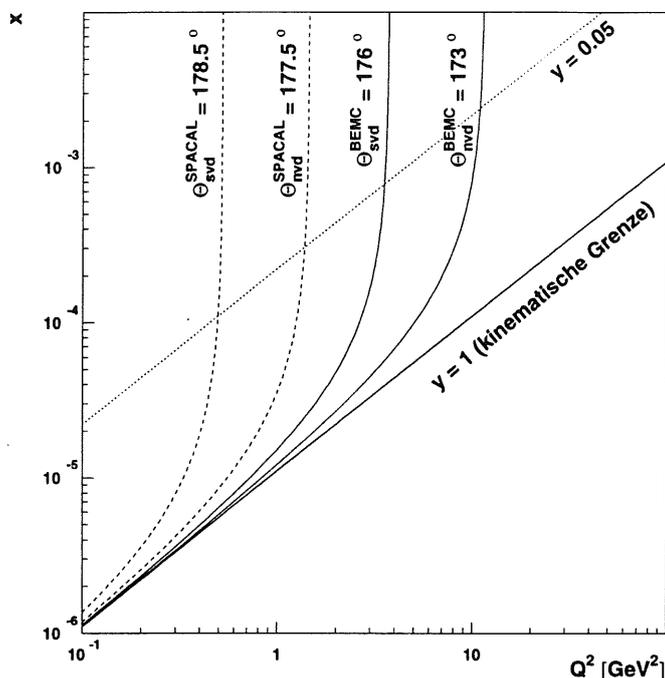


Abbildung 5.3: Kinematischer Akzeptanzbereich des SPACAL im Vergleich zum BEMC. (nvd/svd: Akzeptanzgrenze für Daten mit nominellem/verschobenem Wechselwirkungspunkt)

Mit einem engeren Strahlrohr konnte der geometrische Akzeptanzbereich des SPACAL-Kalorimeters erweitert werden. Wie Abbildung 5.3 zeigt, deckt das SPACAL den kinematischen Bereich, der mit dem BEMC nur mit den verschobenen Vertex-Daten zugänglich war ($\theta = 176^\circ$), bereits mit den Daten des nominellen Wechselwirkungspunktes ab ($\theta = 177.5^\circ$). Mit den verschobenen Vertex-Daten des Jahres 1995 ($\approx 150\text{nb}^{-1}$) kann der Akzeptanzbereich des SPACAL um ein weiteres Grad auf $\theta = 178.5^\circ$ ausgedehnt werden.

Eine bessere Unterdrückung des Photoproduktionsuntergrundes erfordert eine sehr gute e/π -Separation. Hierzu bietet das SPACAL aufgrund der longitudinalen Segmentierung in eine elektromagnetische und eine hadronische Sektion die besten Voraussetzungen. In Teststrahlungsmessungen wurde ein Trennungsvermögen für geladene Pionen von $\epsilon_e/(1 - \epsilon_\pi) > 100$ bestimmt [H1C96d]. Ein Teil des Photoproduktionsuntergrundes besteht aus dem Zerfallskanal $\pi_0 \rightarrow \gamma\gamma$ mit anschließender Konversion in ein Elektron. Diese Untergrundereignisse versucht man, mit zusätzlicher Hilfe der Driftkammer BDC zu erkennen. Insgesamt können mit diesen neuen Detektoren entschieden bessere Estimatoren zur Identifizierung des Elektrons entwickelt werden, so daß der verbleibende Photoproduktionsuntergrund, in dem hadronisch initiierte Cluster als Elektronen mißidentifiziert werden, erst bei deutlich größeren Werten für y bedeutsam wird.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Proton-Strukturfunktion F_2 aus den Daten der tief-unelastischen Elektron-Proton-Streuung bestimmt, die mit dem H1-Detektor beim Speicherring HERA aufgezeichnet wurden. Die Analyse basiert auf der Messung des inklusiven Wirkungsquerschnittes $\sigma(ep \rightarrow eX)$; hierfür werden tiefunelastische Streueignisse, in denen das Elektron in das rückwärtige Kalorimeter (BEMC) gestreut wurde, selektiert. Die Selektion beschränkt sich auf spezielle Daten von 1994, bei denen der ep-Wechselwirkungspunkt ca. 60 cm in Protonstrahlrichtung verschoben war, mit einer integrierten Luminosität von $L_{int} = 58.4 \text{ nb}^{-1}$. Diese Daten ermöglichen eine Messung kleinerer Elektronstreuwinkel mit dem BEMC und führen damit zu einer erweiterten Akzeptanz in x und Q^2 mit folgendem Wertebereich: $0.00005 \leq x \leq 0.00251$ und $2.0 \leq Q^2 \leq 15.0 \text{ GeV}^2$.

Der selektierte Datensatz wurde auf einen möglichen Anteil verbleibender Untergrundergebnisse untersucht. Eine Studie mit Daten, bei denen die Elektron- bzw. Protonpakete nicht gefüllt waren, liefert keinen Hinweis auf einen strahlinduzierten Untergrund. Allerdings sind in den selektierten tiefunelastischen Streueignissen Photoproduktionsereignisse ($Q^2 \simeq 0$) enthalten, die sich dadurch auszeichnen, daß ein Cluster im BEMC, der vom hadronischen Endzustand eines γp -Prozesses herrührt, fälschlicherweise als gestreutes Elektron identifiziert wird. Dieser Photoproduktionsuntergrund wurde mit einer Monte-Carlo-Simulation (PHOJET) abgeschätzt und beträgt in keinem der gewählten $\Delta x \Delta Q^2$ -Intervalle mehr als 14 %. In einem Vergleich mit speziell selektierten Photoproduktionsereignissen wurde gezeigt, daß die Monte-Carlo-Simulation PHOJET die mit dem Detektor gemessenen Verteilungen gut beschreibt.

Die Rekonstruktion der kinematischen Variablen x und Q^2 erfolgt in der vorliegenden Analyse mit dem Polarwinkel θ und der Energie E des gestreuten Elektrons. Die Bestimmungsgrößen für die Auflösung sind bei dieser Rekonstruktionsmethode neben den Unsicherheiten in der Energie- und Winkelmessung mit dem Detektor zusätzlich die Strahlungseffekte, die von der Abstrahlung reeller Photonen vom ein- bzw. auslaufenden Elektron herrühren. Für Q^2 wird mit dieser Rekonstruktionsmethode eine gute Auflösung von etwa 6 % erreicht. Im Gegensatz dazu ist die Auflösung in x deutlich geringer; sie ist abhängig von y und beträgt etwa 25 %. In der Monte-Carlo-Simulation (DJANGO6) werden nicht nur die reinen Detektor-, sondern auch die Strahlungseffekte berücksichtigt, so daß mit dieser Simulation die Verschmierungen des Meßprozesses und die Akzeptanz des H1-Detektors korrigiert werden können.

Nach Subtraktion des verbleibenden Photoproduktionsuntergrundes wird die Proton-Strukturfunktion F_2 direkt mittels einer regularisierten Entfaltung durch einen Vergleich des experimentell gemessenen mit dem von der Monte-Carlo-Simulation vorhergesagten

Wirkungsquerschnitt bestimmt. Dieses Verfahren setzt eine Annahme über die Funktion R voraus, weil der Wirkungsquerschnitt der tiefunelastischen Streuung neben F_2 von R abhängt. Insbesondere im Bereich niedriger x und Q^2 ist die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von R signifikant. In dem kinematischen Bereich der vorliegenden Analyse ergeben sich aus einer NLO-QCD-Rechnung Werte für R zwischen 0.33 und 0.69.

Bei der Wahl des endgültigen Rasters in der kinematischen x - Q^2 -Ebene wurden die Intervallgrenzen für die Variable Q^2 so groß gewählt, daß die Migrationen in Q^2 vernachlässigbar sind. Die Entfaltung in der Variablen x zeigt, daß mit den gewählten Intervallgrenzen die Korrelationen der entfalteten Datenpunkte für F_2 als klein betrachtet werden können.

Alternativ zur Entfaltungsmethode mit Regularisierung wurde F_2 mit einer iterativen Faktormethode („Monte-Carlo-Methode“) bestimmt, die im wesentlichen auf einer Akzeptanzkorrektur beruht. Ein Vergleich der Ergebnisse dieser beiden Methoden zeigt, daß die Werte für F_2 innerhalb der Fehler gut übereinstimmen. Die statistischen Fehler werden in der Monte-Carlo-Methode jedoch unterschätzt, weil die Migrationen der entfalteten Datenpunkte nicht berücksichtigt werden. Zudem liefert die Entfaltungsmethode neben den entfalteten Datenpunkten die gesamte Kovarianzmatrix und damit auch die Korrelationen der Datenpunkte. Diese Informationen gehen in der Monte-Carlo-Methode verloren.

Das Ergebnis der Messung zeigt für alle Q^2 -Intervalle einen deutlichen Anstieg der Proton-Strukturfunktion F_2 mit abnehmenden x . Die entfalteten Datenpunkte können gut durch die Parametrisierung von Glück, Reya und Vogt [GRV95] und einen QCD-Fit [ZOM95] beschrieben werden, die beide auf den NLO-DGLAP-Entwicklungsgleichungen beruhen. Es kann somit geschlossen werden, daß diese Entwicklungsgleichungen selbst in dem untersuchten kinematischen Bereich sehr kleiner x und Q^2 erfolgreich zur Beschreibung der Proton-Strukturfunktion F_2 verwendet werden können.

Der Ansatz von Donnachie und Landshoff [DOLA94], der im Rahmen der Regge-Theorie aus der Parametrisierung des totalen Photoproduktionsquerschnitts [DOLA92] abgeleitet wird und auf dem Austausch eines weichen Pomerons beruht, kann die x -Abhängigkeit von F_2 nicht beschreiben. Ein Sättigungsverhalten des Anstiegs der Proton-Strukturfunktion F_2 mit abnehmenden x , welches sich aus Rekombinationseffekten der Gluondichte ergeben könnte, kann in den Daten nicht beobachtet werden.

Ein Vergleich der Ergebnisse dieser Messung mit den Resultaten der H1- [H1C96b] und ZEUS-Kollaboration [ZEUS95], die beide die Monte-Carlo-Methode zur Bestimmung von F_2 verwendet haben, zeigen gute Übereinstimmung innerhalb der angegebenen Fehler.

Anhang A

DIS- und $\overline{\text{MS}}$ -Schema

In der NLO-Rechnung ergibt sich im $\overline{\text{MS}}$ -Schema für $F_2(x, Q^2)$ folgender Ausdruck:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} F_2^{\overline{\text{MS}}}(x, Q^2) &= \sum_{q=u,d,s} e_q^2 \left\{ q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} [C_{q,2} * (q + \bar{q}) + 2C_{g,2} * g] \right\} \\ &\quad + \frac{1}{x} F_2^c(x, Q^2, m_c^2) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

mit folgenden „Wilson-Koeffizienten“

$$C_{q,2} = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{1-z} \left(\ln \frac{1-z}{z} - \frac{3}{4} \right) + \frac{1}{4}(9+5z) \right]_+, \quad (\text{A.2})$$

$$C_{g,2} = \frac{1}{2} \left[(z^2 + (1-z)^2) \ln \frac{1-z}{z} - 1 + 8z(1-z) \right]. \quad (\text{A.3})$$

Die Faltung (*) ist wie üblich definiert:

$$C * q = \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} C \left(\frac{x}{\xi} \right) q(\xi, Q^2). \quad (\text{A.4})$$

Der Beitrag $F_2^c(x, Q^2, m_c^2)$ des schweren „Charm“-Quarks in A.1 kann in LO ($\gamma^* g \rightarrow c\bar{c}$) berechnet und additiv dem Ausdruck für $F_2^{\overline{\text{MS}}}(x, Q^2)$ in A.1 hinzugefügt werden¹.

Aus der Forderung, daß erstens der Ausdruck für $F_2(x, Q^2)$ im DIS-Schema den bekannten LO-Ausdruck

$$\frac{1}{x} F_2^{\text{DIS}}(x, Q^2) = \sum_{q=u,d,s} e_q^2 \left[q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2) \right] + \frac{1}{x} F_2^c \quad (\text{A.5})$$

annimmt und zweitens die Impulserhaltung

$$\int_0^1 x \left[\sum_{q=u,d,s} (q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2)) + g(x, Q^2) \right] dx = 1 \quad (\text{A.6})$$

¹Eine NLO Rechnung für $F_2^c(x, Q^2, m_c^2)$ existiert seit kurzem.

gelten muß, ergibt sich für die Partondichten folgende Umrechnung vom $\overline{\text{MS}}$ - in das DIS-Schema:

$$q^{\text{DIS}}(x, Q^2) = q(x, Q^2) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[C_{q,2} * q + 2C_{g,2} * g \right] + \mathcal{O}(\alpha_s)^2, \quad (\text{A.7})$$

$$g^{\text{DIS}}(x, Q^2) = g(x, Q^2) - \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[C_{q,2} * \sum_{q=u,d,s} (q + \bar{q}) + 2C_{g,2} * g \right] + \mathcal{O}(\alpha_s)^2. \quad (\text{A.8})$$

Die Ausdrücke für die Antiquarkdichten $\bar{q}^{\text{DIS}}(x, Q^2)$ ergeben sich in A.7 durch die Ersetzung $q(x, Q^2) \rightarrow \bar{q}(x, Q^2)$.

Abbildungsverzeichnis

0.1	Kinematischer Akzeptanzbereich der vorliegenden Analyse	2
1.1	Feynman-Graph der tiefunelastischen e^+p -Streuung	5
1.2	QPM-Graph der tiefunelastischen Streuung	8
1.3	Feynman-Graphen der reellen Prozesse in niedrigster Ordnung α_s	10
1.4	Virtuelle QCD-Korrekturen der $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$	11
1.5	Feynman-Graphen der Verzweigungsfunktionen der $\mathcal{O}(\alpha_s)$	12
1.6	Gluon-„Leiterdiagramm“	14
1.7	Partondichtefunktionen der GRV(94)-Parametrisierung	17
2.1	Der Speicherring HERA und seine Vorbeschleuniger	18
2.2	Perspektivische Ansicht des H1-Detektors	21
2.3	Der rückwärtige Bereich des H1-Detektors	22
2.4	Das rückwärtige Kalorimeter BEMC	23
2.5	Luminositätssystem des H1-Detektors	26
2.6	Datenfluß und Programmstruktur beim H1-Experiment	30
2.7	Kinematische x - Q^2 -Ebene inkl. Linien konstanter Energie	33
2.8	Kalibration des BEMC	34
3.1	<i>H1 event display</i> für ein Ereignis mit verschobenem Wechselwirkungspunkt	37
3.2	Z_{Vertex} -Verteilung des rekonstruierten Vertex	38
3.3	Vergleich der Z_{Vertex} -Verteilungen zwischen Daten und MC-Simulation	41
3.4	Effizienz für die Rekonstruktion eines Vertex	42
3.5	Unterdrückung des strahlinduzierten Untergrundes	43
3.6	VDM-Anteil der „aufgelösten“ Photoproduktionsprozesse	44
3.7	Anomale Komponente der „aufgelösten“ Photoproduktionsprozesse	45
3.8	Direkte Prozesse der Photoproduktion	45
3.9	Koinzidenz von Photoproduktionsereignissen und Bethe-Heitler-Ereignissen	47
3.10	Vergleich der PHOJET Monte-Carlo-Simulation mit den Daten	49
3.11	Notation für die radiative ep -Streuung	50
3.12	Strahlungskorrekturen am leptonischen Vertex	51
3.13	Strahlungseffekte der ISR, FSR	53
3.14	Migrationen in der kinematischen x - Q^2 -Ebene aufgrund der ISR, FSR	54
3.15	Strahlungskorrekturfaktor $(1 + \delta_{RC})$ für die leptonischen Variablen x_l, Q_l^2	55
3.16	Die selektierten Ereignisse in der x - Q^2 -Ebene	58
4.1	Energie- und Winkelspektrum des gestreuten Elektrons	63

4.2	Auflösung der Variablen x, Q^2	69
4.3	Raster in der kinematischen x - Q^2 -Ebene einschließlich der Auflösungen . . .	70
4.4	Ergebnis des <i>Maximum-Likelihood</i> -Fits für das Q^2 -Intervall mit Zentralwert $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$	72
4.5	Graphische Repräsentation einiger Entfaltungparameter	73
4.6	Entfaltete Lösung für $\hat{F}_2^r(x, Q^2 = 5 \text{ GeV}^2)$	74
4.7	Ergebnis des <i>Maximum-Likelihood</i> -Fit für alle Q^2 -Intervalle	76
4.8	Überprüfung der Analysemethoden	78
4.9	Einfluß von R auf den kinematischen Faktor $\kappa(R)$	79
4.10	Regressionsgeraden für die Bestimmung systematischer Fehlerbeiträge . . .	81
4.11	Meßergebnis für die Proton-Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$	86
4.12	Vergleich der Ergebnisse für $F_2(x, Q^2)$ mit dem QCD-Fit	87
4.13	Vergleich der Ergebnisse für $F_2(x, Q^2)$ mit den veröffentlichten Daten von H1, ZEUS	92
4.14	Übersicht der Meßergebnisse für F_2 ($1.5 \leq Q^2 \leq 5000 \text{ GeV}^2$)	94
4.15	Gluondichte $xg(x)$ für $Q^2 = 5, 20 \text{ GeV}^2$	95
4.16	Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}}^{\gamma^*p}$ für verschiedene Q^2	96
4.17	Parameter λ als Funktion von Q^2	97
5.1	Neugestaltung des rückwärtigen Detektorbereichs	99
5.2	Schematische Darstellung eines Submoduls (SPACAL)	100
5.3	Kinematischer Akzeptanzbereich des SPACAL	101

Tabellenverzeichnis

2.1	Einige Parameter von HERA	19
2.2	Effizienz für den Subtrigger S_0	28
2.3	Liste der in der Analyse verwendeten Monte-Carlo-Datensätze	30
4.1	Steuerparameter und Ereigniszahlen für die Entfaltung	77
4.2	Beiträge zum systematischen Fehler (Entfaltungsmethode)	84
4.3	Beiträge zum systematischen Fehler (Monte-Carlo-Methode)	85
4.4	Proton-Strukturfunktion F_2 (Entfaltungsmethode)	90
4.5	Proton-Strukturfunktion F_2 (Monte-Carlo-Methode)	91

Literaturverzeichnis

- [ABR91] *H. Abramowicz et al.*, Phys. Lett. B269(1991)465, 1991
- [AHM92] *T. Ahmed et al.*, **Total Photoproduction Cross Section measurement at HERA energies**, DESY-92-160, Hamburg, November 1992 und Phys. Lett. B299(1993)374
- [ALT77] *G. Altarelli und G. Parisi*, **Asymptotic Freedom in Parton Language**, Nucl. Phys. B126(1977)298, 1977
- [ALT79] *G. Altarelli, R. K. Ellis und G. Martinelli*, **Large Perturbative Corrections to the Drell-Yang Process in QCD**, Nucl. Phys. B157(1979)461, 1977
- [ARI92] *L.Lönnblad*, **A Program for simulation of QCD cascades implementing the color dipole model**, DESY-92-046, Comput. Phys. Commun. 71, 1992
- [ARI94] *L.Lönnblad*, **Rapidity gaps and other final state properties in the color dipole model for deep inelastic scattering**, CERN-TH-7307-94, 1994
- [BAL78] *Y. Y. Balitzky und L. N. Lipatov*, **The Pomernanchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories**, Sov. J. Nucl. Phys. 28(1978)822, 1978
- [BCD89] *A. Benvenuti et al.*, Phys. Lett. 223B(1989)485, 1989
- [BLO84] *V. Blobel*, **Unfolding methods in high-energy physics experiments**, DESY 84/118, 1994, Lectures given at 1984 CERN School of Computing, Aiguablava, Spain, Sep 9-22, 1984; Published in CERN Comp. School 1984:88 (QA76:C2:1984)
- [BLOO69] *E. D. Bloom et al.*, Phys. Rev. Lett. 23, 1969, 930
- [BLU90] *J. Blümlein*, Z. Phys. C47, 1990
- [BOO78] *C. de Boor*, **A Practical Guide to Splines**, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1978
- [BRE69] *M. Breidenbach et al.*, Phys. Rev. Lett. 23, 1969, 935
- [BRO95] *R. Brock et al.*, **Handbook of Perturbative QCD, Version 1.0**, Rev. Mod. Phys. 67(1995)157, 1995

- [BRU93] *C. Brune*, **BEMC Calibration 1993**, DESY-94-352. Hamburg, 1993
- [BRU94] *C. Brune*, Dissertation in Vorbereitung
- [CKMT94] *A. Capella et al.*, **Structure functions and low x physics**, Phys. Lett. B337(1994)358, 1994
- [CAP94b] *A. Capella et al.*, Phys. Rep. 236(1994)227, 1994
- [COL82] *J. C. Collins und D. E. Soper*, **Parton Distribution and Decay Functions**, Nucl. Phys. B194(1982)445, 1982
- [CTEQ95] *CTEQ-Kollaboration*, **Global QCD Analysis and the CTEQ Parton Distributions**, Phys. Rev. D51(1995)4763, 1995
- [DJA91] *G.A. Schuler et H. Spiesberger*, **The Interface for the event generators HERACLES and LEPTO**, Proc. of the workshop 'Physics at HERA', DESY, Vol.3: 1419-1436, 1991
- [DJA93] *G.A. Schuler, H. Spiesberger und K. Charchula*, **Combined QED and QCD radiative effects in deep inelastic lepton proton scattering: the Monte Carlo Generator DJANGO6**, 1993
Comp. Phys. Commun. 81(1994)381, 1994
- [DOK77] *Y.L. Dokshitzer*, JETP 46(1977)641, 1977
- [DOLA92] *A. Donnachie und P. V. Landshoff*, Phys. Lett. B296(1992)227, 1992
- [DOLA94] *A. Donnachie und P. V. Landshoff*, **Proton structure function at small Q^2** , Z. Phys. C61(1994)139, 1994
- [EAD71] *W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos und B. Sadoulet*, **Statistical Methods in Experimental Physics**, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1971
- [FEY69] *R. Feynman*, Phys. Rev. Lett. 23(1969)1415, 1969
- [FPK95] *U. Bassler et al.*, **Event classification for Neutral Current events**, software note 52, Juni 1995
- [FRO61] *M. Froissart*, Phys. Rev. 123(1961)1053, 1961
- [GEA87] *R. Brun et al.*, **GEANT3 User's Guide**, CERN DD/EE/84-1, 1987
- [GEL61] *M. Gell-Mann und F. Zachariasen*, Phys. Rev. 124(1961)953, 1961
- [GLR81] *L.V. Gribov et al.*, **Singlet Structure Function at Small x : Unitarization of Gluon Ladders**, Nucl. Phys. B188(1981)555, 1981
- [GRI72] *V.N. Gribov und L.N. Lipatov*, Nucl. Phys. 15(1972)78, 1972

- [GRV93] *M. Glück, E. Reya und A. Vogt*, Phys. Lett. B306(1993)391, 1993
- [GRV95] *M. Glück, E. Reya und A. Vogt*, **Dynamical parton distributions of the proton and small-x physics**, Z. Phys. C67(1995)433
- [GUS88] *G. Gustafson und Ulf Pettersson*, Nucl. Phys. B306(1988)746, 1988
- [H1C92] *BEMC group*, **Calibration and Reconstruction of the BEMC**, DESY-92-234, DESY Hamburg, 1992
- [H1C93] *H1-Kollaboration*, **The H1 Detector at HERA**, DESY-93-103, DESY Hamburg, July 1993
- [H1C95a] *H1 BEMC group*, **The H1 Backward Calorimeter BEMC and its Inclusive Electron Trigger**, DESY 95-177, DESY Hamburg, September 1995
- [H1C95b] *H1-Kollaboration*, **A Measurement of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$** , DESY 95-177, DESY Hamburg, September 1995
- [H1C95c] *H1-Kollaboration*, Z. Phys. C66(1995)529, 1995
- [H1C95d] *H1-Kollaboration*, Z. Phys. C66(1995)525, 1995
- [H1C95e] *H1-Kollaboration*, **Measurement of the Total Photon Proton Cross Section and its Decomposition at 200 GeV² Centre of Mass Energy**, Z. Phys. C69(1995)27-38, 1995
- [H1C96a] *H1-Kollaboration*, **The H1 Detector at HERA**, DESY-H1-96-01, DESY Hamburg, März 1996
- [H1C96b] *H1-Kollaboration*, **A Measurement and QCD Analysis of the Proton Structure Function $F_2(x, Q^2)$ at HERA**, DESY Hamburg, Januar 1996
- [H1C96c] *H1 SPACAL group*, **Performance of an Electromagnetic Lead/Scintillating-Fibre Calorimeter for the H1 Detector**, DESY 95-165, September 1995
- [H1C96d] *H1 SPACAL group*, **Hadronic Response and e/π Separation with the H1 Lead/Fibre Calorimeter**, DESY 95-250, Dezember 1995
- [HAL84] *F. Halzen und A. D. Martin*, **Quarks & Leptons**, John Wiley & Sons, New York, 1984
- [HAN93] *D. Handschuh*, **Studie zum Protoninduzierten Untergrund am H1-Detektor und Entwicklung von Filteralgorithmen zu dessen Unterdrückung**, Dissertation, Universität Hamburg, 1993
- [HIL91] *W. Hildesheim und G. Bernardi*, **A Detailed Simulation of F_2 Measurability at HERA**, Proc. of the workshop 'Physics at HERA', DESY, Vol.1, 1991

- [HCS91] *H. Spiesberger et al.*, **An Event Generator for ep-Interactions at HERA Energies including Radiative Processes: Version 1.0**, DESY 90/041, 1991, Version 4.0: Comp. Phys. Commun. 69(1992)155
- [HEC95] *J. Blümlein et al.*, **HECTOR 1.00; A Program for the Calculation of QED, QCD and Electroweak Corrections to ep and $l^\pm N$ Deep Inelastic Neutral and Charged Current Scattering**, DESY 95-185, 1995
- [HEL91] *J. Blümlein*, **A program to calculate leading log QED corrections to ep scattering**, Proc. of the workshop 'Physics at HERA', DESY, Vol.3: 1270-1285, 1991
- [HER91] *G. Marchesini et al.*, **A Monte Carlo Event Generator for Simulating Hadron Emission Reactions with Interfering Gluons**, DESY 91-048, Cavendish-HEP-91/26
- [HERAB94] *HERA-B Kollaboration*, **HERA-B, An Experiment to study CP violation in the B system using an Internal target at the HERA Proton Ring, Proposal**, DESY-PRC 94/02, Mai 1994
- [HERMES95] *M. Düren*, **The HERMES Experiment: From the Design to the First Results**, Interner Bericht (DESY), HERMES-95-02, July 1995
- [IJR93] *I. Abt*, **Manual to IJRAY, a Monte Carlo generator shell to produce ep events for H1**, (Preprint) DESY-93-290, Hamburg, 1993
- [JAQ79] *A. Blondel und F. Jaquet*, **Proceedings of the study of an ep facility for Europe**, ed. von U. Amaldi, 79/48, 1997
- [JET92] *T. Sjöstrand und M. Benston*, Computer Phys. Comm. 43(1987)367, und für JETSET 7.3, CERN-TH-6488-92, 1992
- [KAS94] *P. Kasselmann*, **Untersuchungen zur Messung von Elektronen mit dem elektromagnetischen Rückwärtskalorimeter (BEMC) des H1-Detektors**, Dissertation, DESY-FH1K-94-07, Hamburg, 1994
- [KUR93] *T. Kurča*, **The H1 Trigger for Neutral Current Deep Inelastic Scattering Events at low Q^2** , Dissertation, Universität Hamburg, 1993
- [KUR94] *T. Kurča*, **Shifted Vertex Data 1994 Trigger Studies**, IEP SAS Košice, 1995
- [LAN94] *P. Lanius*, **The Hadronic Final State in Deep Inelastic Scattering at HERA**, Dissertation, Universität Hamburg, 1994
- [LEP91] *G. Ingelman*, **The Lund Monte Carlo for Deep Inelastic Lepton-Nucleon Scattering**, Proc. of the workshop 'Physics at HERA', DESY, Vol.3, 1991
- [LIP77] *L. N. Lipatov und V. S. Fadin*, **The Pomernanchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories**, Sov. Phys. JETP 45(1977)199, 1977

- [MRS93] *A. D. Martin, Roberts und Stirling, Parton Distributions updated*, Phys. Lett. B. 306(1,2): 145-150, 1993
- [MRS94] *A. D. Martin, Roberts und Stirling, Parton Distributions of the Proton*, Phys. Rev. D5(1994)6743, 1994
- [MUE94] *K. Müller, Measurement of the proton structure function F_2 at low Bjorken x at the H1 experiment*, Dissertation, Zürich, 1994
- [MUE95] *K. Müller, Vortrag in der ELAN-Gruppe im März 1995*
- [NAC86] *O. Nachtmann, Elementarteilchenphysik, Phänomene und Konzepte*, Vieweg-Verlag, 1986
- [NMC92] *P. Amaudruz et al.*, Phys. Lett. 295B(1992)159, 1992
- [PAN95b] *S. Levonian und A. Panitch, Treatment of the Proton Satellite Bunches in 1994 Data*, DESY-95-454, Hamburg, September 1995
- [PAN96] *A. Panitch*, Dissertation in Vorbereitung
- [PDF94] *H. Plochow-Besch, PDFLIB: Nucleon, Pion and Photon parton density functions and α_s calculations, User's manual*, CERN Pool W999 W5051/94, 03.11.1994, Version 4.17
- [PHO95] *R. Engel und A. Rostovtsev, PHOJET - A Monte Carlo event generator for Photoproduction*, DESY-95-420, Hamburg, 1995
- [REI94] *S. Reinshagen et al., Photoproduction as background in Deep Inelastic Scattering at low x* , DESY-94-380, Hamburg, 1994
- [REI95] *S. Reinshagen, Messung der Strukturfunktion F_2 bei kleinen Impulsüberträgen am H1-Experiment bei HERA*, Dissertation, DESY-FH1K-95-03, Hamburg, 1995
- [SAK60] *J.J. Sakurai*, Ann. Phys. 11(1960)1, 1960
- [STI95] *J. Stier, Messung der Gluondichte im Proton in der tief-inelastischen Elektron-Proton Streuung mit Multijet-Ereignissen bei HERA*, Dissertation, Hamburg, 1995
- [WEI34] *C. F. Weizsäcker*, Z. Phys. 88(1934)612, 1934
- [PYT94] *S. Sjöstrand, Pythia 5.7 and Jetset 7.4, Physics and Manual*, CERN-TH.7112/93, Feb. 94, revised version
- [PRO94] *R. Engel, Photoproduction within the two component dual parton model*, UL-HEP-94-1, 1994
- [RAP93] *H. Jung, Hard diffractive scattering in high-energy ep collisions and the Monte Carlo generator RAPGAP*, DESY-93-182, 1993

- [SJO86] *T. Sjöstrand*, Computer Phys. Comm. 39(1986)347;
T. Sjöstrand und M. Bengtsson, Computer Phys. Comm. 43(1987)367,
und JETSET 7.3, *T. Sjöstrand*, CERN-TH-6488-92, 1992
- [SPI91a] *H. Spiesberger et al.*, **Radiative corrections at HERA**,
Proc. of the workshop 'Physics at HERA', DESY, Vol.2: 798-839, 1991
- [SPI91b] *H. Spiesberger, A. Kwiatkowski und H.-J. Möhring*, Z. Phys. C50(1991)165,
1991
- [TER91] *A. Akhundov et al.*, **A program package for the calculation of the cross sections of deep inelastic NC and CC scattering at HERA**,
Proc. of the workshop 'Physics at HERA', DESY, Vol.3: 1285-1294, 1991
- [VIR92] *M. Virchaux und A. Mijsztajn*, Phys. Lett. B274(1992)221, 1992
- [WEB84] *B.R. Webber*, Nucl. Phys. B238(1984)492, 1984
- [WUL93] *N. Wulff*, **Tief inelastische Elektron Proton Streuung bei kleinen x -Bjorken**, Dissertation, Universität Hamburg, 1993
- [ZEUS95] *ZEUS-Kollaboration*, **Measurement of the Proton Structure Function F_2 at Low x and Low Q^2 at HERA**, DESY 95-193, Oktober 1995
- [ZOM95] *F. Zomer und C. Pascaud*, LAL preprint, LAL/94-42

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen herzlich bedanken, die durch ihre Unterstützung zum Gelingen meiner Doktorarbeit beigetragen haben.

Dem DESY-Direktorium danke ich dafür, daß es mir die Forschungsarbeit innerhalb der H1-Kollaboration ermöglicht hat.

Herrn Prof. Dr. Friedrich-W. Büßer danke ich herzlich für die Betreuung und Unterstützung meiner Arbeit sowie für die Begutachtung der Dissertation.

Herrn Prof. Dr. Volker Blobel danke ich sehr für die Begutachtung der Dissertation und die wichtigen Impulse, die diese Analyse geprägt haben.

Herrn Dr. Friedhelm Brasse danke ich für die interessante Aufgabenstellung dieser Arbeit und die Aufnahme in der SPACAL-Gruppe. Allen Mitgliedern dieser Arbeitsgruppe möchte ich für das freundliche Arbeitsklima und die gute Zusammenarbeit danken.

Herzlich bedanken möchte ich mich bei Herrn Dr. Jörg Gayler für seine permanente Hilfe und Unterstützung in allen Bereichen, die diese Arbeit betreffen.

Mein Dank gilt auch Herrn Dr. Hubert Spiesberger für seine Hilfsbereitschaft und die Klärung vieler physikalischer Fragen.

Bei meinen Freunden und ehemaligen Kollegen Dr. Christian Leverenz und Dr. Sebastian Reinshagen möchte ich mich für die zahllosen und hilfreichen Diskussionen bedanken. Die vielen wertvollen Ratschläge haben mir sehr geholfen.

Meinen Freunden und Kollegen Fabian Hess, Konrad Flamm, Dr. Joachim Stier, Rainer Barschke, Frank Lehner und Nicolai Tobien danke ich für das prima Arbeitsklima und ihre Hilfsbereitschaft. Mit ihnen hat das Forschen bedeutend mehr Spaß gemacht.

Danken möchte ich auch den immer freundlichen und hilfsbereiten Sekretärinnen Hilde Härtel und Hella Kleinebenne.

Meiner Familie danke ich für die Ermöglichung des Physik-Studiums und ihre Anteilnahme und Motivation während der Zeit als Doktorand. Sie hat mir immer den nötigen Rückhalt gegeben.

Besonderers möchte ich vor allem Sabine danken, die alle Höhen und Tiefen mit durchlebt und mich in entscheidenden Momenten immer wieder aufgerichtet hat.