

PITHA 93-16

Monte-Carlo Untersuchungen
zur tief inelastischen
Elektronen-Streuung

von

Martin Hampel

Diplomarbeit in Physik

vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

im Februar 1993

angefertigt im
I. Physikalischen Institut

RWTH AACHEN

Monte-Carlo-Investigations concerning Deep Inelastic Scattering in e-P-collisions at HERA — Abstract —

A Monte-Carlo-event generator program SMURF was written which is able to correctly describe the Born-graph, the QCD-Compton-effect and the γ -gluon-fusion on the tree graph level, particularly for high Q^2 (neglecting radiative corrections). The cross section can be integrated numerically using a modified VEGAS algorithm, and events can be generated according to this cross section.

After adapting the five fold differential cross section from the literature, the complete description of DIS in Order $\alpha\alpha_S$ is possible, including the total cross section in NLL-approximation using a calculation of the longitudinal structure function F_L . The longitudinal correction of the exchanged virtual photon is included and could be shown explicitly, as well as the φ -modulation of the hard subprocess.

A link to the standard shower software JETSET is implemented, also to the detector simulation programs H1PSI and H1SIM.

The results of SMURF were compared with the established generators PYTHIA 5.6 and LEPTO 6.1, and significant deviations were found. A comparison with Order α_S^2 -calculation revealed that the results of SMURF are correct.

Science is constructed of facts,
as a house is of stones.

But a collection of facts is no
more science than a heap of
stones is a house.

Henri Poincaré
Science and Hypothesis

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	3
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Grundzüge der Quantenfeldtheorie	7
2.2	Die Kinematik bei HERA	8
2.3	Der Wirkungsquerschnitt der tief inelastischen Streuung	9
2.3.1	Die einzelnen Feynmangraphen	9
2.3.2	Die Elektronenseite	12
2.3.3	Das Quark-Parton-Modell	15
2.3.4	Der Born-Term	16
2.3.5	Der harte Subprozeß	16
2.3.6	Der Gesamtwirkungsquerschnitt	21
2.3.7	Der vollständige Wirkungsquerschnitt	22
2.3.8	Der totale Wirkungsquerschnitt	24
3	Realisierung des Generators SMURF	27
3.1	Monte-Carlo-Ereignisgeneratoren	27
3.2	Das Generatorprogramm SMURF	28
3.2.1	BASES und SPRING	28
3.2.2	Kinematik und verwendete Wirkungsquerschnitte	31
3.2.3	Der Farbfluß und JETSET	35
3.3	PYTHIA und LEPTO	40
4	Vergleiche und Ergebnisse	43
4.1	Der Born-Term und die $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitte	44
4.1.1	Grundplots von SMURF	44
4.1.2	Vergleich mit PYTHIA	46
4.1.3	Vergleich mit LEPTO	52
4.2	Der longitudinale Querschnitt	58
4.3	Die φ -Abhängigkeit des harten Subprozesses	64
4.4	Der totale Wirkungsquerschnitt	69
4.5	Die Gluonstrukturfunktion	69
5	Programmdetails	73
5.1	Der Programmaufbau von SMURF	73
5.2	Die wichtigsten COMMON-Blöcke	74
5.3	Die wichtigsten Unterprogramme	78
5.4	Ausschnitte aus dem Quellcode	80

A Zur Herleitung der Querschnitte	85
Abbildungsverzeichnis	91
Tabellenverzeichnis	93
Literaturverzeichnis	95
Danksagung	97
Lebenslauf	99

Kapitel 1

Einführung

In der Physik ist man seit langem bestrebt, die Erscheinungsformen der Materie und die Kräfte, die zwischen ihren Konstituenten wirken, durch allgemeine und im Experiment quantitativ überprüfbare Prinzipien zu beschreiben und so einen Ansatzpunkt zum Verständnis der Natur zu finden. In der Neuzeit, und hier speziell in der modernen Physik des 19. und 20. Jahrhunderts, entwickelte sich ein immer besseres und genaueres Bild der Materie, das vom Atommodell bis zur heutigen Grenze der Erkenntnis in diesem Bereich, der Elementarteilchenphysik, reicht. Dabei spielen die Relativitätstheorie auf der einen und die Quantentheorie auf der anderen Seite eine wichtige Rolle. In den Feldtheorien werden die spezielle Relativitätstheorie und die Quantentheorie in einem gemeinsamen Formalismus behandelt [1, 2, 3].

Heute gilt innerhalb der Physik das sogenannte Standardmodell der Materie als allgemein anerkannt, welches drei der vier bekannten Kräfte vereinigt beschreibt und eine konsistente Theorie liefert, wenn auch hier noch viele Fragen beantwortet werden müssen. Es wird in vielen Lehrbüchern behandelt [4, 5, 6], so daß hier nur ein kurzer Abriß gegeben werden soll. Die „vierte“ Kraft, die Gravitation, welche in der allgemeinen Relativitätstheorie beschrieben wird, konnte man bisher nicht mit dem Standardmodell vereinigen und wird im Weiteren nicht betrachtet werden.

In der Quantentheorie, die eine Voraussetzung für das Verständnis von Prozessen auf kleinsten Dimensionen ist, wird das Konzept der klassischen Kraft durch dasjenige der Wechselwirkung ersetzt, da nunmehr zwischen den einzelnen Teilchen Kräfte durch den Austausch von „Kraftquanten“ übermittelt werden. Der theoretische Apparat des Standardmodells beschreibt die in diesem Modell existierenden Teilchen und deren Wechselwirkungen. Er umfaßt die bis heute fundamentalen Bausteine der Materie, die Leptonen und Quarks sowie die Eichbosonen (Spin 1), die die Wechselwirkung vermitteln. Die Leptonen und Quarks sind Teilchen mit Spin $1/2$, also Fermionen, und werden zu linkshändigen Dubletts gemäß einer $SU(2)$ -Symmetriegruppe bzw. rechtshändigen Singletts zusammengefaßt, wie in Tabelle 1.1 dargestellt ist, wobei man die Quarksorten auch als „Flavors“ bezeichnet.

Das *top*-Quark ist bis heute nicht gefunden worden; allerdings sind seine Eigenschaften bereits recht gut durch indirekte Methoden bekannt, weshalb kaum jemand an der Existenz zweifelt.

Die drei „Kräfte“ innerhalb des Standardmodells sind die starke, die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung, wobei man oft die letzten beiden zur elektroschwachen zusammenfaßt. Diese tritt sowohl bei Leptonen als auch Quarks auf, ihre Eichbosonen heißen γ für den elektromagnetischen und W^\pm sowie Z^0 für den schwachen Austausch. Bei γ und Z^0 treten Interferenzen auf, welche aber wegen der hohen Masse des Z^0 erst bei großen Impulsüberträgen bedeutend werden. Ihre Gruppendarstellung ergibt sich zu $SU(2) \times U(1)$. Bei γ - oder Z^0 -

Leptonen:

$$\begin{array}{ccc} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \\ e_R^- & \mu_R^- & \tau_R^- \end{array}$$

Quarks:

$$\begin{array}{ccc} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \\ u_R & c_R & t_R \\ d_R & s_R & b_R \end{array}$$

Tabelle 1.1: Anordnung der Leptonen und Quarks im Standardmodell

Austausch spricht man auch von neutralen, bei W^\pm -Austausch von geladenen Strömen.

Die starke Wechselwirkung wird dagegen nur zwischen Quarks beobachtet. Die „Ladung“ der starken Wechselwirkung ist ein Zustand mit drei Freiheitsgraden, welche im Jargon des Standardmodells als „Farbe“ bezeichnet werden, und in der Analogie zur Farbenlehre „rot“, „grün“ und „blau“ heißen. Die Austauscheteilchen, die Gluonen, tragen jeweils Farbe und Antifarbe, wobei eine Darstellung der $SU(3)_C$ -Gruppe die kombinatorischen Möglichkeiten der Farbzustände beschreibt und so 8 verschiedene „Arten“ von Gluonen zuläßt.

Insgesamt läßt sich die Symmetriegruppe des Standardmodells als direktes Produkt von drei Gruppen darstellen und lautet $SU(3)_C \times SU(2) \times U(1)$.

Bei den Feldtheorien gilt die Quantenelektrodynamik (QED) als sehr gut verstanden, was nicht zuletzt daran liegt, daß die elektromagnetische Wechselwirkung eine Kopplungskonstante α hat, welche etwa $1/137$ beträgt und damit sehr gut im Rahmen einer asymptotischen Reihenentwicklung behandelt werden kann. Außerdem wird die Stärke der Wechselwirkung mit zunehmendem Abstand geringer, was die Beschreibung vereinfacht.

Der Quantenchromodynamik (QCD) für den Gluon-Austausch zwischen Quarks liegt zwar der gleiche Ansatz zugrunde, aber wegen der nichtabelschen Symmetriegruppe $SU(3)_C$ ist die perturbative Behandlung ungleich problematischer, da die Kopplung mit zunehmendem Abstand immer größer wird. Hierdurch wird irgendwann ein Punkt erreicht, an dem aufgrund der Bindungsenergie neue Teilchen-Antiteilchen-Paare entstehen können. Dies bedeutet, daß es nicht möglich ist, freie Quarks zu beobachten. Aus der Forderung der Farbneutralität nach außen folgt somit, daß Materie entweder in Form sogenannter Baryonen mit drei Quarks vorliegen muß (zu denen auch das Neutron (udd) und das Proton (uud) gehören), oder als Mesonen, die aus je einem Quark- und einem Antiquarkzustand bestehen. Man spricht hierbei auch von „confinement“. Umgekehrt bedeutet dies, daß Quarks bei kleinen Abständen praktisch frei („asymptotisch frei“) sind.

Aber auch im asymptotisch freien Bereich ist eine perturbative Reihenentwicklung schwieriger als bei der QED, weil die Kopplungskonstante in den heute erreichbaren kinematischen Regionen größer ist und dadurch die Konvergenz der Reihe schlechter wird. Hinzu kommt, daß durch die Farbladung der Gluonen auch Selbstwechselwirkungen der Gluonen untereinander möglich werden, da die $SU(3)_C$ nichtabelsch ist, welche zusätzliche Terme beitragen. Wird der asymptotisch freie Bereich verlassen, so steigt auch die Kopplung schließlich so an, daß eine perturbative Theorie nicht mehr anwendbar ist.

Um die theoretischen Vorhersagen des Standardmodells zu testen, seine Parameter genauer zu vermessen und gegebenenfalls „neue“ Physik zu finden, die jenseits des Standardmodells liegt, werden typischerweise unter Verwendung von Beschleunigeranlagen und Speicherringen Streuexperimente durchgeführt. Hierbei bietet sich die Streuung von Elektronen an Protonen geradezu an, da Elektronen Leptonen sind und nicht an der starken Wechselwirkung teilnehmen, die Struktur des Protons also sehr sauber testen können.

Die in Hamburg am DESY gebaute „Hadron-Elektron-Ring-Anlage“ HERA, an der 1991 die ersten Elektron-Proton-Kollisionen gelangen, dient solchen Zwecken. Sie hat einen Umfang von 6.3 km und ist mit zwei Detektoren, „H1“ und „ZEUS“, ausgestattet, an denen die Reaktionsprodukte der Kollisionen vermessen werden können. Der Speicherring ist in Abbildung 1.1 zu sehen, ein Bild des H1-Detektors findet sich in Abbildung 1.2.

Bei HERA werden Elektronen auf 26.7 GeV beschleunigt und mit Protonen von 820 GeV zur Kollision gebracht. Dies entspricht einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 296 \text{ GeV}$. Umgerechnet auf ein Experiment mit ruhendem Proton („fixed target“) würde das einer Elektronenenergie von etwa 50 TeV gleichkommen, was die bisher erreichte Obergrenze von etwa 20 GeV bei Elektronen um mehrere Größenordnungen übertrifft. HERA ist der erste Elektron-Proton-Speicherring der Welt überhaupt und bislang die einzige Maschine, die in derartige Energiebereiche vordringen kann. Eine integrierte Luminosität von $100 \text{ pb}^{-1}/\text{Jahr}$ wird angestrebt, und man hofft, die Struktur des Protons bis auf $\mathcal{O}(10^{-18} \text{ m})$ untersuchen zu können.

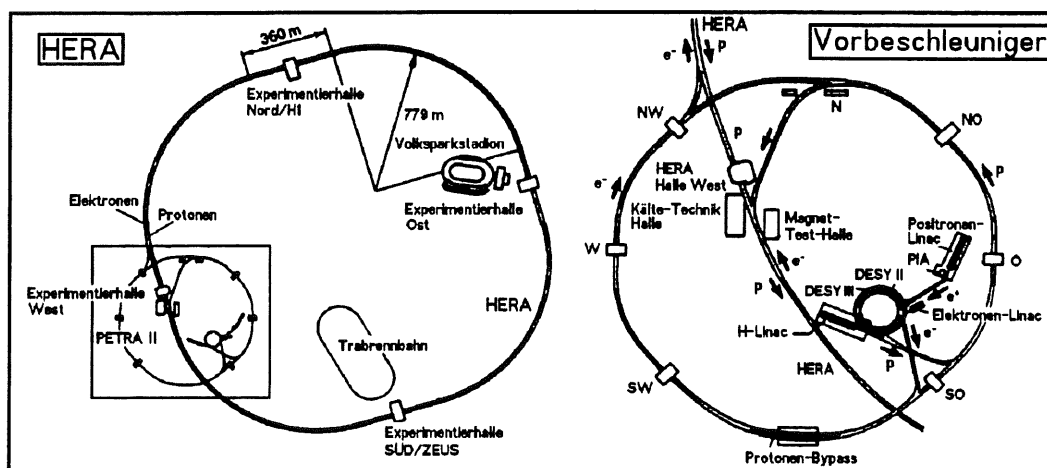


Abbildung 1.1: Der HERA-Speicherring am DESY in Hamburg

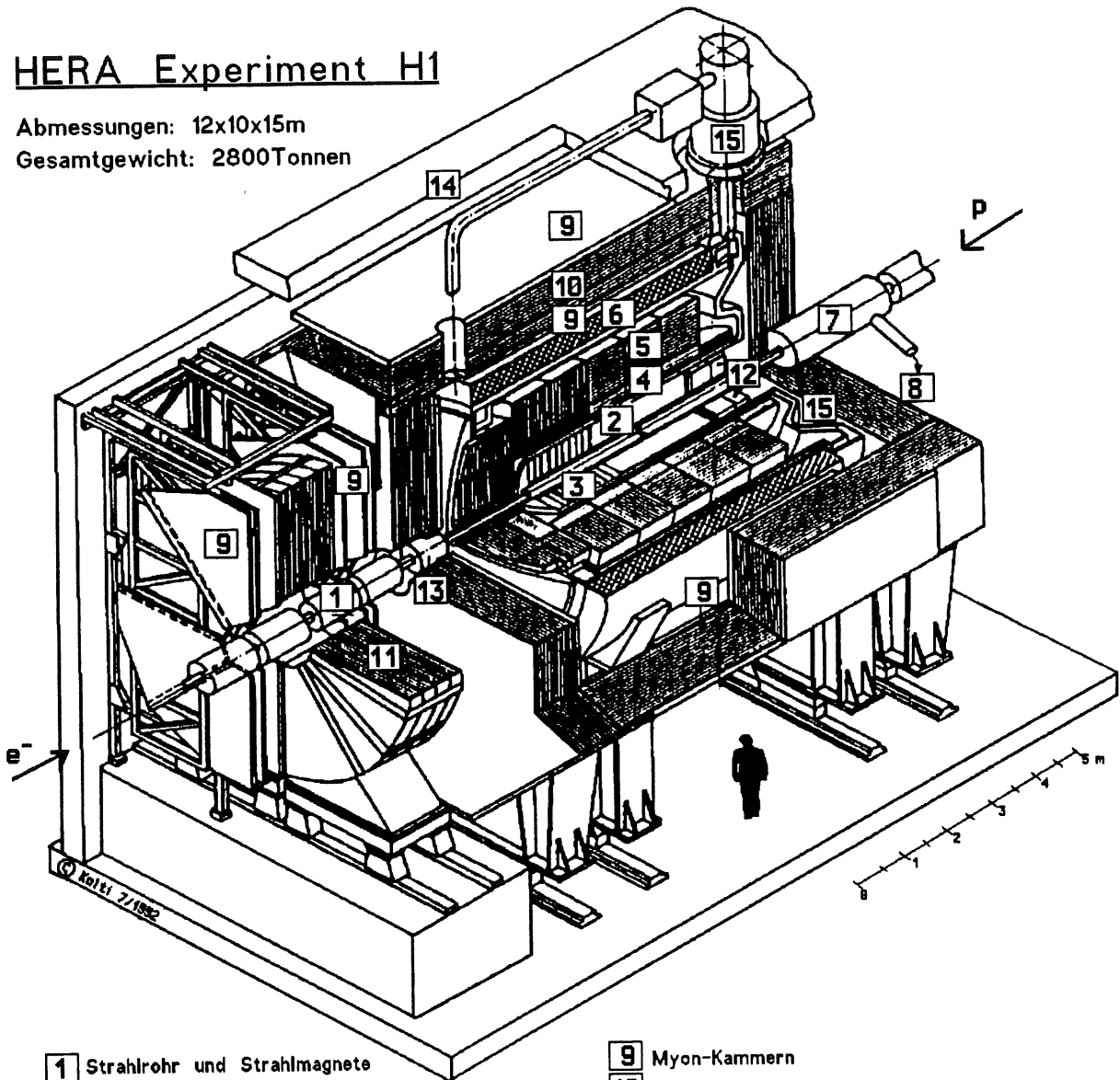
Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen der H1-Kollaboration und beschäftigt sich mit der tief inelastischen Streuung von Elektronen an Protonen, also der Streuung von Elektronen an Quarks. Generell kann damit zum einen die Kenntnis über die Protonstruktur genauer untersucht werden, was sich in einer genaueren Vermessung der Strukturfunktionen niederschlägt, zum anderen lassen sich Studien über Prozesstopologien anstellen, um Hintergrundraten für andere Ereignistypen zu bestimmen und deren Erforschung zu erleichtern. Hier wurde insbesondere das „Monte-Carlo-Ereignisgeneratorprogramm“ SMURF geschrieben, das die pseudozufällige Erzeugung solcher Kollisionen in einem Computermodell ermöglicht.

In Kapitel 2 werden zunächst die theoretischen Grundlagen für die Beschreibung der tief inelastischen Streuung vorbereitet. Anschließend werden in Kapitel 3 die verwendeten mathematischen Verfahren und die Umsetzung im Generator erläutert. Kapitel 4 zeigt einige Ergebnisse von Vergleichen mit den bereits existierenden Generatoren PYTHIA und LEPTO sowie Vorhersagen, die mit diesem Generator gemacht werden konnten, und in Kapitel 5 schließlich werden programmtechnische Details genannt.

HERA Experiment H1

Abmessungen: 12x10x15m

Gesamtgewicht: 2800Tonnen



- | | |
|--|--|
| 1 Strahlrohr und Strahlmagnete | 9 Myon-Kammern |
| 2 Zentrale Spurenkammern | 10 Instrumentiertes Eisen (Eisenplatten +
Streamerrohren-Detektoren) |
| 3 Vorwärtsspurkammern und Übergangstrahlungsmodul | 11 Myon-Toroid-Magnet |
| 4 Elektromagnetisches Kalorimeter (Blei) | 12 warmes elektromagnetisches Kalorimeter |
| 5 Hadronisches Kalorimeter (Edelstahl) | 13 Vorwärts-Kalorimeter |
| 6 Supraleitende Spule (1.2 T) | 14 Betonabschirmung |
| 7 Kompensationsmagnet | 15 Flüssig Argon Kryostat |
| 8 Helium-Kälteanlage | |

Abbildung 1.2: Der H1-Detektor

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Grundzüge der Quantenfeldtheorie

Alle heute in der Elementarteilchenphysik betrachteten Phänomene beruhen auf dem theoretischen Gerüst der Quantenfeldtheorie, die in umfassender Form im Rahmen des Standardmodells verwendet wird. Dort werden die Wechselwirkungen aus lokalen Eichinvarianzen der den jeweiligen Theorien zugrundeliegenden Lagrangedichten \mathcal{L} und der Anwendung von Quantisierungsvorschriften gefolgert. Die Forderung nach lokaler Eichinvarianz resultiert in der Formulierung von Regeln für die Bestimmung von Wechselwirkungswahrscheinlichkeiten und somit -stärken, da in der Quantentheorie nicht mehr deterministische, sondern statistische Aussagen über Kopplungen gemacht werden müssen.

Es läßt sich zeigen, daß der QED die folgende Lagrangedichte zugrunde liegt [5]:

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi + e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.1)$$

Dabei bedeutet ψ ein vierdimensionales komplexes Teilchenfeld, γ^μ sind die Dirac-Matrizen, e ist die Ladung, m die Masse des Teilchens, und das Vierervektorpotential A_μ beschreibt das Eichfeld der $U(1)$, wobei für den Feldstärketensor $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ gilt.

Die Lagrangedichte der QCD lautet [5]:

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)q - g(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad (2.2)$$

Hierbei ist q das Quarkfarbeld, T_a sind die Erzeugenden der $SU(3)_C$ und die Feldstärketensoren G beschreiben das zugehörige Eichfeld der Kopplungsstärke g , also die Gluonen.

Die schwache Wechselwirkung soll vernachlässigt werden, da sie für die in dieser Arbeit interessierenden Prozesse der tief inelastischen Streuung keine große Bedeutung hat.

Im Experiment lassen sich nun diese feldtheoretischen Konzepte natürlich nicht direkt nachweisen, sondern man kann lediglich Ereignisraten innerhalb eines bestimmten kinematischen Bereiches messen. Diese Ereignisraten müssen aus der Theorie vorhergesagt werden können und liefern so eine Möglichkeit der quantitativen Überprüfung. Historisch hat sich der Begriff des Wirkungsquerschnittes σ entwickelt, der über die Luminosität L einer Versuchsanordnung die Ereignisanzahl R liefert:

$$R = L\sigma \quad (2.3)$$

Vom feldtheoretischen Standpunkt her setzt sich σ aus zwei Anteilen zusammen. Dies sind der Phasenraumfaktor, der im Wesentlichen die Anzahl der möglichen Endzustände pro Energie

der Reaktion berücksichtigt, aber auch kinematische Beiträge enthält, und das Betragsquadrat des Streumatrixelementes \mathcal{M} , welches sich aus den oben erwähnten Regeln ableiten läßt. Zu Ehren von Richard P. Feynman heißen sie *Feynmanregeln*. Besonders interessant dabei ist nicht nur die mathematische Verwendbarkeit, sondern auch die intuitive Bedeutung der nach diesen Vorschriften erstellbaren Feynmangraphen, da diese sehr anschaulich den Ablauf der Reaktion aufzeigen.

In einer symbolischen Notation kann man nun die Beziehung zwischen \mathcal{M} und dem differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ mit Hilfe des Lorentz-invarianten Phasenraumelementes $dLips$ sowie des Flußfaktors F ausdrücken als [5]:

$$d\sigma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{F} dLips \quad (2.4)$$

Somit gilt für σ , wobei PS der betrachtete Phasenraumbereich ist und $dKin$ die Differentiale der benötigten kinematischen Variablen umfaßt:

$$\sigma = \int_{PS} \frac{d\sigma}{dKin} dKin \quad (2.5)$$

Zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte bzw. des Matrixelementes lassen sich in kinematischen Bereichen, in denen die Kopplungskonstante klein ist, perturbative Rechnungen ausführen. Das Matrixelement wird als eine Summe betrachtet, die eine Reihenentwicklung nach der Kopplungskonstanten darstellt; typischerweise wird in der QED dazu die Feinstrukturkonstante α und in der QCD die starke Kopplungskonstante α_s benutzt. Die dabei auftretenden Integrale sind divergent, lassen sich aber durch Renormierung in jeder Ordnung regularisieren.

2.2 Die Kinematik bei HERA

Zum Testen der Struktur des Protons eignen sich besonders gut Streureaktionen von Elektronen an Protonen, da das Elektron lediglich über die elektromagnetische (und schwache) Wechselwirkung reagiert, während die Quarks des Protons auch stark koppeln können. Dadurch sind saubere Tests der QCD möglich, weil das Verhalten des Elektrons sehr gut verstanden ist und man somit die experimentellen Unsicherheiten in diesem Bereich sehr klein halten kann. Bei HERA werden derartige Streureaktionen durchgeführt. Zur Beschreibung der Reaktionen dienen kinematische Variablen, die möglichst Lorentz-invariant definiert sind, um sie in allen Bezugssystemen identisch verwenden zu können. Zusätzlich sei noch bemerkt, daß in dieser Arbeit grundsätzlich von unpolarisierten Teilchen ausgegangen wird, wobei das vom Elektron abgestrahlte Photon allerdings eine Sonderrolle spielt.

Die zur Beschreibung der Kinematik verwendeten Vierervektoren haben die Form:

$$p_v^\mu \equiv (E_v, \vec{p}_v) \quad (2.6)$$

Das Quadrat eines Vierervektors, sein invariantes Massenquadrat, ist definiert als:

$$p^\mu p_\mu = p_v^2 \equiv m_v^2 = E_v^2 - |\vec{p}_v|^2, \quad (2.7)$$

Für die meisten der in der tief inelastischen Streuung betrachteten Teilchen gilt eine analoge Nomenklatur.

In der Hochenergienäherung, die in den betrachteten kinematischen Regionen gültig ist, wird die Ruhemasse der Teilchen vernachlässigt. Lediglich die Masse des Protons, die mit $m_P = 938 MeV$ [7] um drei Größenordnungen über der des Elektrons von $m_e = 0.511 MeV$ liegt, wird in einigen Fällen mitberücksichtigt. So gilt für das invariante Quadrat der Schwerpunktsenergie s (mit einlaufendem Protonviererimpuls P , masselos):

$$s = (p_e + P)^2 \approx 4E_e E_P \quad (2.8)$$

Auf der Elektronenseite wird, wie in Abbildung 2.1 ersichtlich, ein Photon abgestrahlt, welches an einem harten Streuprozeß teilnimmt. Sein Viererimpuls $q = (p_e - p_{e'})$ ist raumartig und somit die Invariante q^2 negativ. Man definiert daher:

$$Q^2 \equiv -q^2 = -(p_e - p_{e'})^2 \approx 2E_e E_{e'}(1 + \cos \Theta_{e'}) \quad (2.9)$$

Hierbei ist $\Theta_{e'}$ der Winkel zwischen einlaufendem Protonen- und gestreutem Elektrondreierimpulsvektor (H1-Konvention).

Weiterhin sind die invarianten Skalenvariablen Bjorken- x und $-y$ wichtig, die sich über Produkte von Vierervektoren definieren lassen und für die $0 \leq (x, y) \leq 1$ gilt:

$$x \equiv \frac{Q^2}{2P \cdot q} \quad (2.10)$$

$$y \equiv \frac{P \cdot q}{P \cdot p_e} \quad (2.11)$$

Darüber hinaus ist für den Hadronisierungsprozeß und auch für QCD-Effekte die invariante Masse W des hadronischen Systems interessant, die zwischen m_P und s liegt:

$$W^2 \equiv (q + P)^2 = Q^2 \frac{1-x}{x} + m_P^2 \quad (2.12)$$

Aus obigen Größen läßt sich eine Beziehung ableiten, die für die weiteren Betrachtungen nützlich ist:

$$Q^2 = 2xy p_e \cdot P = xy(s - m_P^2) \approx xys \quad (2.13)$$

Außerdem gilt bei Annahme eines masselosen Protons:

$$p_e \cdot P = 2E_e E_P \quad (2.14)$$

Weitere Größen werden im Laufe der Arbeit eingeführt, um den harten Subprozeß und die damit zusammenhängende Kinematik zu beschreiben.

2.3 Der Wirkungsquerschnitt der tief inelastischen Streuung

2.3.1 Die einzelnen Feynmangraphen

Bei der tief inelastischen Streuung von Elektronen an Protonen wird, wie bereits erwähnt, ein Reihenansatz innerhalb der QED und QCD verfolgt. Dabei wird nach α und α_S entwickelt, wobei man annimmt, daß der gewählte kinematische Bereich die Quarks als „asymptotisch frei“

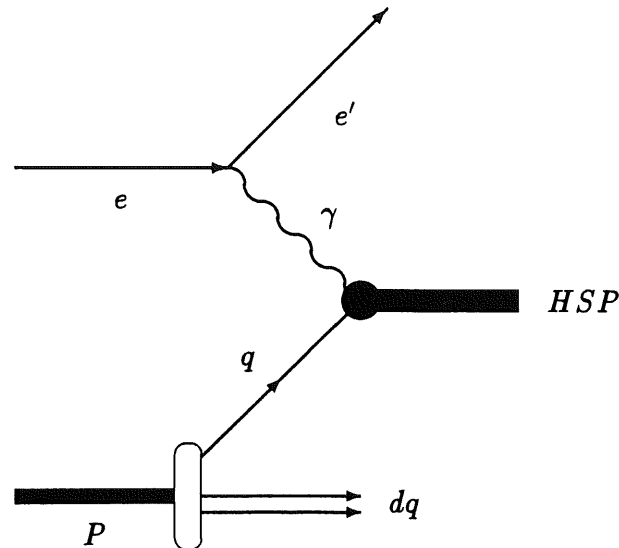


Abbildung 2.1: Prinzipdiagramm für die tief inelastische Elektron-Proton-Streuung mit angedeuteter Benennung der Teilchen, hierbei steht *HSP* für den auslaufenden Teil des harten Subprozesses

beschreibbar macht und somit eine perturbative Entwicklung rechtfertigt. Da nun zwei Parameter gleichzeitig berücksichtigt werden müssen, ist es wichtig, die entsprechenden Prozesse, die den einzelnen Reihenelementen zugrunde liegen, genauer zu betrachten.

Bereits in Abbildung 2.1 wurde die prinzipielle Topologie der tief inelastischen Streuung angedeutet. Dabei wird auf der Elektronenseite ein virtuelles Photon abgestrahlt (es kann sich auch um ein W - oder Z -Boson handeln, aber dies wird durch die schwache Wechselwirkung beschrieben und hier nicht berücksichtigt), welches mit einem Quark oder Gluon des Protons wechselwirkt. Konvertiert das Photon davor in ein Teilchen-Antiteilchen-Paar, so spricht man von aufgelösten („resolved“) Prozessen, da es nicht direkt am harten Prozeß teilnimmt. Hier geht es dagegen um ein direktes („direct“) Photon.

Auf der Protonseite nimmt man an, daß sich die Konstituenten, also die Quarks und auch die Gluonen, mit unendlichem Impuls in z -Richtung bewegen und masselos sind. Dies ist innerhalb der kinematischen Regionen, in denen HERA arbeitet, als sehr gute Näherung anzusehen; man bezeichnet das Bezugssystem auch als „infinite momentum frame“. Dann kann man die Wechselwirkungen, die zwischen den Quarks des Protons stattfinden, im wesentlichen vernachlässigen und davon ausgehen, daß sich nur ein Quark (oder Gluon) am harten Subprozeß beteiligt und der Rest als Diquark (bzw. bei einem Gluon als Quark und Diquark) lediglich als Beobachter („spectator“) fungiert und nicht durch den harten Subprozeß beeinflusst wird. Sie laufen also in Protonrichtung weiter, während das getroffene Teilchen an der harten Reaktion teilnimmt. (Obwohl in den Abbildungen 2.1 und 2.2 die Graphen suggerieren, daß das einlaufende Quark einen Transversalimpuls besitzt, wird es als kollinear angenommen.)

Nach dem eigentlichen tief inelastischen Stoß auf Partonebene bewegen sich die Reaktionsprodukte natürlich mit einem großen Impuls auseinander. Damit gelangen sie auch bald in einen Abstandsbereich von etwa 1 fm , in dem die asymptotische Freiheit nicht mehr gilt und die zwischen dem Protonrest und den anderen hadronischen Komponenten bestehenden Farbkkräfte sehr groß werden. Entsprechend der Farben gruppieren sich die Teilchen zu nach außen weißen

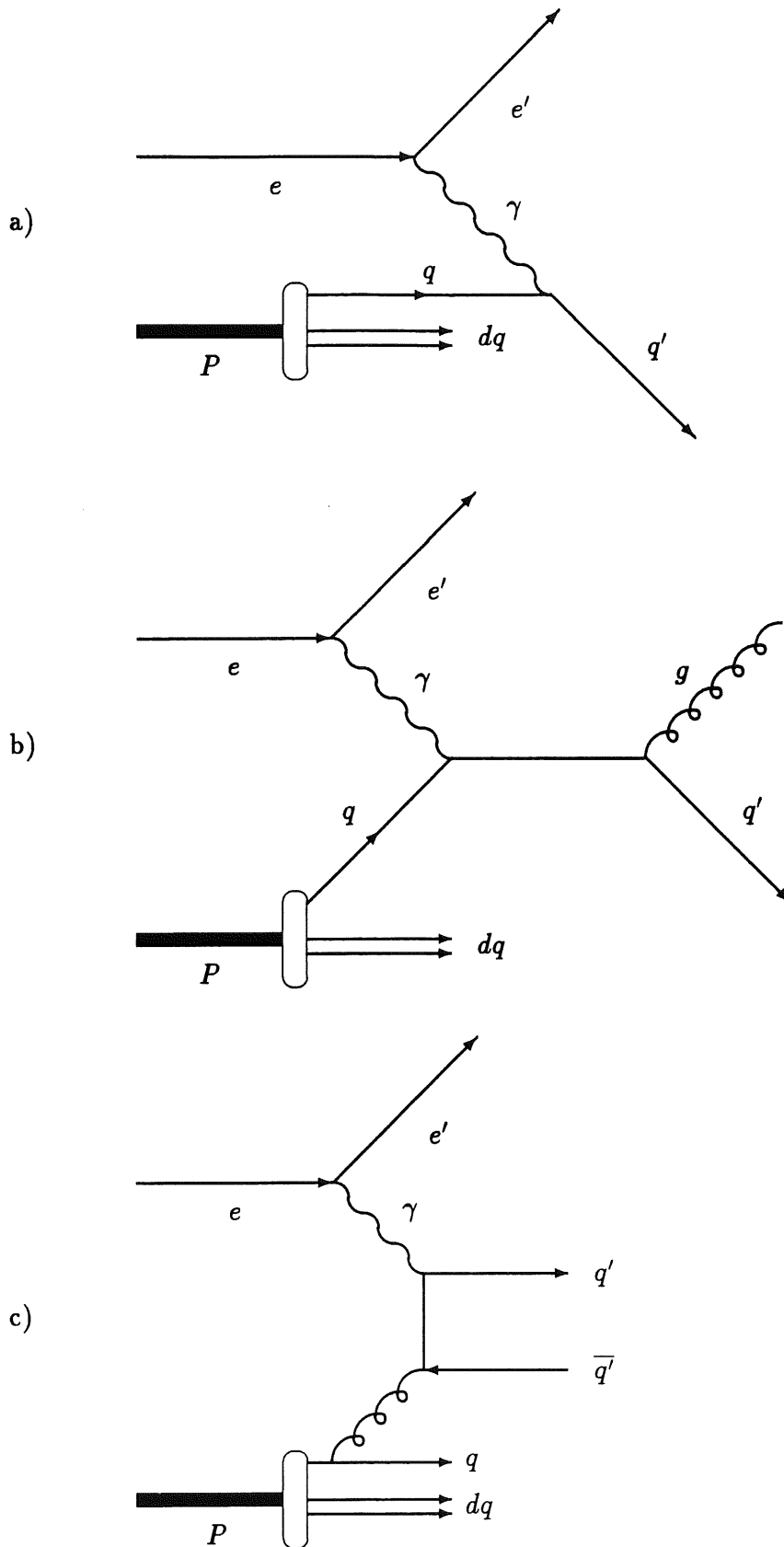


Abbildung 2.2: Feynmangraphen von a) „Born-Term“, b) QCD-Compton-Effekt, c) γ -Gluon-Fusion; Erläuterungen siehe Text

Einheiten und bilden Hadronen; diesen Vorgang bezeichnet man auch als Fragmentation. Da innerhalb dieser Teilchen nach wie vor Transversalimpulse existieren, brechen sie immer wieder auf und formen neue Teilchen, bis die noch vorhandene Energie dazu nicht mehr ausreicht. Ein „Jet“ entsteht, der im Detektor nachgewiesen werden kann.

Zwischen dem Photon und dem getroffenen Parton des Protons findet nun der harte Subprozeß statt. Bisher betrachtete man bei der QCD lediglich die 1. Ordnung in α_S (höhere Ordnungen werden inzwischen auch bestimmt, vgl. z.B. für α_S^2 [9]), was auch in dieser Arbeit geschehen soll. Abbildung 2.2 stellt die Ordnungen α (Teil a) und $\alpha\alpha_S$ (Teil b und c) dar. Höhere Ordnungen, die man innerhalb der QED durch die Abstrahlung von weiteren Photonen der ein- und auslaufenden Teilchen als Bremsstrahlung oder auch über höhere Korrekturen des Photonennastes beschreiben kann, werden hier nicht berücksichtigt. Ebensovien gehen die Schauerungen ein, welche als approximativen Ansatz quantitativ höhere Ordnungen in α_S beschreiben und sich auf dem Feynmangraphenniveau durch Abstrahlung von Gluonen des teilnehmende Quarks vor oder nach dem harten Subprozeß äußern. Hierfür gibt es allerdings eine Anbindung an Standardsoftware, die dies ausführen kann. (Je nachdem, ob vom einlaufenden oder auslaufendem Quark ein Gluon abgestrahlt wird, spricht man in der englischen Nomenklatur von „initial state parton shower (ISPS)“ oder „final state parton shower“ (FSPS).)

Werden obige Annahmen gemacht, so nennt man das auch die „Born'sche Näherung“, es werden also nur die einfachsten Graphen betrachtet, ohne zusätzliche Bremsstrahlungs- und Schauereffekte in die Rechnungen einzubeziehen.

Im Folgenden wird als „Born-Term“ *nicht* diese Näherung verstanden, da sie ohnehin immer angenommen wird, sondern der elastische γ - q -Graph, der in Abbildung 2.2 a) gezeigt ist, also der Graph der Ordnung α , oder auch 0. Ordnung α_S .

In der Ordnung $\alpha\alpha_S$ sind zwei topologisch verschiedene Prozesse möglich, die als „QCD-Compton-Effekt“ und „ γ -Gluon-Fusion“ bezeichnet werden. Der Name des ersteren leitet sich vom Compton-Effekt ab, wobei man sich vorzustellen hat, daß das zweite Photon durch ein Gluon ersetzt wurde, der Name des zweiten ist anschaulich unmittelbar klar.

Der Gesamtwirkungsquerschnitt einer Reaktion setzt sich nun aus dem Integral über den differentiellen Wirkungsquerschnitt zusammen, wobei über den kinematischen Bereich integriert wird. Der differentielle Wirkungsquerschnitt wiederum ist ein Produkt aus den betrachteten Teilarmen des Feynmangraphen, nämlich des Elektronarmes, der Protonenseite im Quark-Parton-Modell und des harten Subprozesses, die für den Gesamtwirkungsquerschnitt gefaltet werden.

Bei der Integration ist zu beachten, daß durch die Näherungen und die gemachten Annahmen Singularitäten auftreten können. Dann muß ein Phasenraumbereich gewählt werden, der nicht in diese Singularitäten hineinragt, und es muß Sorge getragen werden, daß die verwendeten Integrationsverfahren noch konvergieren, da bei der Integration nahe an einer Singularität leicht numerische Instabilitäten auftreten können.

2.3.2 Die Elektronenseite

Auf der Elektronenseite, die die Kinematik des Elektrons und des abgestrahlten Photons beschreibt, läßt sich sehr gut mit der Emissionswahrscheinlichkeit eines Photons operieren. Dabei wird angenommen, daß vom Elektron mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ein Photon emittiert wird.

Nach [10] bestimmt sich der Flußfaktor für transversale unpolarisierte Photonen Γ_t zu (dabei ist $d\Omega$ das Raumwinkelement und dE' das Energieintervall des gestreuten Elektrons):

$$\Gamma_t d\Omega dE' = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{E' 1 + (1-y)^2}{Q^2 y} d\Omega dE' \quad (2.15)$$

In der Elektron-Proton-Streuung ist Q^2 normalerweise sehr klein, und in vielen Fällen reicht es daher aus, eine Näherung zu benutzen, die quasireelle Photonen beschreibt, für die $q^2 \rightarrow 0$ gelten soll. Dies ist eigentlich in dieser Form kinematisch verboten, da das Elektron nicht frei ein Photon abstrahlen kann, ohne daß der Restimpuls von einem anderen Teilchen aufgenommen wird. Trotzdem gilt sie für kleine Q^2 gut. Dann kann man den Energiebruchteil z definieren über die Elektronenenergie E vor und E' nach dem Stoß:

$$E' = (1-z)E \quad (2.16)$$

Damit ergibt sich die „Anzahl der Photonen im Elektron“ $f_{\gamma/e}$ als Integral über den Q^2 -Bereich $\Delta Q^2 \equiv Q^2 - Q_0^2$, $Q^2 > Q_0^2$:

$$f_{\gamma/e}(z; \Delta Q^2) = \int_{\Delta Q^2} \Gamma_t dQ^2 = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1 + (1-z)^2}{z} \ln \frac{Q^2}{Q_0^2} \quad (2.17)$$

Diese Annahme bezeichnet man aus historischen Gründen auch oft als *Weizsäcker-Williams-Näherung* (WWA). Sie wird beispielsweise in PYTHIA gemacht und hat den Vorteil bei Monte-Carlo-Simulationen auf elektronischen Rechenanlagen, daß eine Integrationsdimension eingespart wird, was einen Rechenzeitgewinn bedeutet. Um jedoch die Kinematik richtig zu beschreiben und vor allem virtuelle Photonen, die eine Masse tragen (Q^2 ist das Betragsquadrat der invarianten Masse), behandeln zu können, ist es notwendig, die korrekte „differentielle“ Form Γ_t zu verwenden und danach erst aufzuintegrieren. Allerdings darf mit dieser Betrachtungsweise das Q^2 auch nicht zu groß werden, da irgendwann die Z^0 -Produktionsschwelle erreicht wird und entsprechende Beiträge entstehen, die Korrekturen nötig machen.

Normalerweise wird eine invariante Schreibweise bevorzugt, da E' vom Bezugssystem, in dem die Reaktion betrachtet wird, abhängt. Daher wird im Weiteren folgende Formulierung benutzt (für kleine Q^2 läßt sich der Übergang $y \rightarrow z$ vornehmen):

$$\Gamma_t dy dQ^2 = \frac{\alpha}{2\pi Q^2} \frac{1 + (1-y)^2}{y} dy dQ^2 \quad (2.18)$$

Das abgestrahlte Photon ist, wie bereits erwähnt, virtuell. Das bedeutet, daß es nicht nur die beiden Spinfreiheitsgrade der transversalen Polarisation tragen kann, sondern da es nicht auf der Massenschale liegt („off-shell“), nimmt es auch den dritten Freiheitsgrad der longitudinalen Polarisation an. Dieser ist natürlich durch die dann notwendige Masse des Photons allgemein stark unterdrückt, aber je nach kinematischem Bereich können durchaus große Beiträge von diesem Anteil kommen. Analog zu Γ_t gibt es dann ein Γ_l , welches aber über Γ_t definiert wird, so daß ein ϵ -Faktor gemäß Gleichung 2.20 eingeführt werden muß.

Dem Photonenfaktor zugehörig gibt es natürlich auch einen entsprechenden differentiellen Wirkungsquerschnitt, der mit σ_t bzw. σ_l bezeichnet werden soll. Dann gilt:

$$\frac{d\sigma}{dy dQ^2} = \Gamma_t \sigma_t + \Gamma_l \sigma_l = \Gamma_t (\sigma_t + \epsilon \sigma_l) \quad (2.19)$$

$$\epsilon = \frac{2(1-y)}{1 + (1-y)^2} \quad (2.20)$$

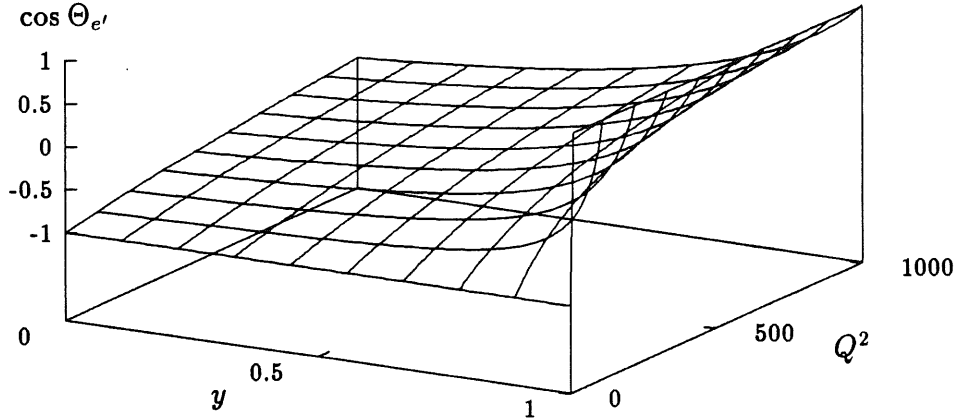


Abbildung 2.3: Plot von $\cos \Theta_{e'}$ in der (y, Q^2) -Ebene bei HERA-Energie

In diesem Bild besteht also die tief inelastische Elektronenstreuung aus der Absorption eines Strahls virtueller (polarisierter) Photonen. Im Folgenden werden die totalen Wirkungsquerschnitte der rechten Seite von Gleichung 2.19 durch differentielle ersetzt, und dann müssen weitere Terme auftreten, die die Polarisation des einfallenden Strahles beschreiben.

Für den Winkel des gestreuten Elektrons ergibt sich aus den Gleichungen 2.9 und 2.11 bei der Annahme masseloser Teilchen, die in $+z$ - (Proton) und $-z$ -Richtung (Elektron) einlaufen und keinen transversalen Impulsanteil im Anfangszustand haben:

$$\cos \Theta_{e'} = \frac{Q^2 - 4E_e^2(1 - y)}{Q^2 + 4E_e^2(1 - y)} \quad (2.21)$$

Der Verlauf der $\cos \Theta_{e'}$ -Funktion in der (y, Q^2) -Ebene ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Zu sehen ist die schwache Änderung im Bereich kleiner Q^2 , in dem das Elektron nur wenig aus seiner Richtung ausgelenkt wird (was $\Theta_{e'} \approx \pi$ bedeutet). Es existiert eine Unbestimmtheit für $Q^2 \rightarrow 0$ und $y \rightarrow 1$, wie auch aus Gleichung 2.21 sofort ersichtlich ist. Dieser kinematische Bereich ist normalerweise nicht wichtig und kann daher leicht durch Schnitte ausgeblendet werden, allerdings erlangt er eine gewisse Bedeutung für Abweichungen des totalen Wirkungsquerschnittes σ_{tot} durch Korrekturen über die longitudinale Strukturfunktion F_l , wie noch zu zeigen sein wird. Diese Beiträge sind gerade für $y \rightarrow 1$ groß, andererseits kann man mit Q^2 in einen sicheren Bereich steuern. Zu beachten ist der Pol aber für die Vermeidung numerischer Instabilitäten in der Nachbarregion bei der Integration.

Darüber hinaus ist sowieso $\Gamma_t \sim Q^{-2}$, so daß hier ein Schnitt für kleine Q^2 gemacht werden muß. Der Bereich der quasireellen Photonen, in dem die Wirkungsquerschnitte groß werden, soll auch nicht behandelt werden, es interessiert hier eher der Bereich für große Q^2 , und so wird auf jeden Fall $Q^2 \rightarrow 0$ vermieden.

2.3.3 Das Quark-Parton-Modell

Die Struktur des Protons ist seit Jahrzehnten ein intensiver Forschungsgegenstand. Nach der heutigen Vorstellung geht man davon aus, daß nicht nur die drei Quarks (uud) im Proton vorliegen, die auch „Valenzquarks“ genannt werden, sondern daß sich die zwischen den Quarks ausgetauschten Gluonen permanent in virtuelle Quark-Antiquark-Paare aufspalten, die dann wieder zu Gluonen annihilieren. Kompliziertere Graphen sind mit geringerer Wahrscheinlichkeit ebenfalls möglich, und man bezeichnet diese Quarks als „Seequarks“. Ihre Existenz zeigt sich unmittelbar dann, wenn bei einem Stoß ein solches Quark getroffen wird und am harten Streuprozess teilnimmt.

Aufgrund der Komplexität dieser Vorgänge ist es bisher nicht möglich gewesen, eine genaue Berechnung dieser Quarkverteilungen durchzuführen. Sie wird in Wahrscheinlichkeitsdichten parametrisiert, wobei je nach theoretischem Modell unterschiedliche Sätze von Funktionen existieren, die für bestimmte kinematische Regionen gültig sind. Ein Ziel von HERA ist es gerade, diese Funktionen für bisher unerreichte Bereiche zu vermessen.

Historisch haben sich zwei Strukturfunktionen F_1 und F_2 gebildet, die für diese Beschreibung benutzt werden. Die Wahrscheinlichkeitsdichte für ein Quark der Sorte („flavor“) f und dem Impulsbruchteil ξ des Protons wird mit $q_f(\xi)$ bezeichnet. Bei den Quarksorten u und d muß hierbei sowohl der Valenz- als auch der Seeanteil berücksichtigt werden. Sobald QCD-Effekte hinzukommen, benötigt man zur Bestimmung von q_f auch noch eine Skala, um eine Entwicklung der Altarelli-Parisi-Gleichung für die Quarkverteilungen durchführen zu können, so daß $q_f(\xi) \rightarrow q_f(\xi, Q^2)$. In der tief inelastischen Streuung wird typischerweise Q^2 als Skala benutzt.

Für den Gesamtquarkinhalt in einem bestimmten Parameterbereich muß nun über alle betrachteten Flavors f summiert werden. Daher definiert man unter Benutzung der Quarkladungsquadrate Q_f^2 :

$$F_2 = x \sum_f Q_f^2 q_f(\xi, Q^2) \quad (2.22)$$

Ohne QCD-Beiträge läßt sich zeigen, daß $\xi = x$ gilt und q_f nicht von Q^2 abhängt, wenn man das einlaufende Quark p_i und das auslaufende Quark p_f als masselos annimmt (was bedeutet, daß $p_i^2 = p_f^2 = 0$). Mit $p_i = \xi P = \xi(E_p, 0, 0, E_p)$ ist:

$$0 = p_f^2 = (p_i + q)^2 = p_i^2 + 2p_i \cdot q + q^2 = \xi 2P \cdot q - Q^2 \Rightarrow \xi = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = x \quad (2.23)$$

Im Quarkmodell besteht die Skalenbeziehung („Callan-Gross-Relation“)

$$F_2 = 2xF_1, \quad (2.24)$$

welche auch in der QCD bei Einschluß der sogenannten „leading-log“-Korrekturen (LL) gültig bleibt. Sie hat historisch gezeigt, daß Quarks den Spin 1/2 tragen, da ursprünglich bei F_2 nicht nur die Teilchen mit Spin 1/2 beitrugen, sondern auch ein analoger Term für skalare Partonen vorhanden war. Gleichung 2.24 impliziert, daß dieser Summand verschwindet.

Werden QCD-Effekte wie die Abstrahlung von Gluonen vollständig berücksichtigt, so gilt die Beziehung 2.24 nicht mehr exakt. Die Abweichung kann man in die „longitudinale“ Strukturfunktion F_l absorbieren, welche definiert ist als:

$$F_l = F_2 - 2xF_1 \quad (2.25)$$

Desweiteren gibt es die Strukturfunktion F_3 , die aber zur Beschreibung der schwachen Wechselwirkung dient und hier nicht berücksichtigt werden soll.

Abschließend sei noch bemerkt, daß analog zu $q_f(\xi, Q^2)$ auch eine Gluonwahrscheinlichkeitsdichte $g(\xi, Q^2)$ existiert, die für die γ -Gluon-Fusion wichtig ist. Sie ist experimentell noch relativ unbekannt und soll bei HERA über QCD-Effekte näher untersucht werden.

Der wichtige Unterschied bei der Summation zu F_2 ist, daß bei F_2 über Quarks und Antiquarks summiert wird, hier jedoch nur über Quarks. Im Folgenden wird dies durch die Indizierung $j \in \{f, \bar{f}\}$ bzw. $j \in \{f\}$ deutlich gemacht werden.

2.3.4 Der Born-Term

Wie in Abbildung 2.2 a) gezeigt, wird das Elektron in der niedrigsten Ordnung elastisch an einem Quark gestreut, so daß als beitragende Teile des Graphen auf der einen Seite der Elektronenarm und auf der anderen Seite die durch die Strukturfunktionen parametrisierte Quarkdichte auftreten. Der Prozeß ist durch zwei kinematische Parameter vollständig bestimmt, was zu einer gewissen Freiheit in der Wahl der Variablen führt. Typischerweise werden die Paare (x, y) , (x, Q^2) oder (y, Q^2) verwendet; ein Vorteil ist die Lorentz-Invarianz der Schreibweisen. Für weitere Betrachtungen ist es nützlich, zwischen diesen Schreibweisen des Wirkungsquerschnittes umrechnen zu können. Dies kann mit Hilfe der Gleichung 2.13 relativ leicht geschehen:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{d\sigma}{dx dy} \frac{y}{Q^2} \quad (2.26)$$

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{d\sigma}{dy dQ^2} \frac{y}{x} \quad (2.27)$$

Es hat sich für diese Arbeit als technisch günstig erwiesen, den Born-Term in den Variablen (x, Q^2) auszudrücken. Konventionsgemäß ist die Formulierung in (y, Q^2) :

$$\frac{d\sigma_{Born}}{dy dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \frac{1 + (1-y)^2}{y} F_2 = \Gamma_t \sigma_{t,Born} \quad (2.28)$$

$$\sigma_{t,Born} = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2} F_2 \quad (2.29)$$

Beim Born-Term ist $\sigma_l = 0$, d.h. es gibt keinen Beitrag durch die longitudinale Polarisation des Photons, wie aufgrund des Skalenverhaltens der Gleichung 2.24 (vgl. auch Gleichung 2.84) erkennbar ist. Diese Terme treten erst bei Graphen der Ordnung α_S auf, also bei Berücksichtigung der QCD.

Bei der Betrachtung des Wirkungsquerschnittes stellt man fest, daß $\sigma \sim Q^{-4}$ ist, was auf der einen Seite die starke Dominanz des Bereiches kleiner Q^2 erklärt, auf der anderen Seite aber deutlich schwächer abfällt als das Q^{-12} -Verhalten für die elastische e-P-Streuung [6]!

2.3.5 Der harte Subprozeß

Betrachtet man die Ordnung α_S in der tief inelastischen Streuung, so treten wie oben erwähnt zwei zusätzliche Prozesse auf, der QCD-Compton-Effekt und die γ -Gluon-Fusion. Jeder existiert in zwei Varianten, die beide zum Wirkungsquerschnitt beitragen.

Beide Prozesse sind Reaktionen der Form $2 \rightarrow 2$, d.h. zwei einlaufende Teilchen gehen in zwei auslaufende Teilchen über. Kinematisch ist es oft günstig, diese Art von Wechselwirkung über

die sogenannten *Mandelstam*-Variablen s, t und u zu beschreiben. Mit Hilfe der Abbildung 2.4 definiert man:

$$s = (p_1 + p_2)^2 \quad (2.30)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 \quad (2.31)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 \quad (2.32)$$

Der Vorteil dieser Variablen liegt darin, daß sie Lorentz-invariant sind und außerdem folgende Beziehung erfüllen, wobei m_i die invariante Masse des Teilchens mit dem Impuls p_i ist:

$$s + t + u = \sum_i m_i^2 \quad (2.33)$$

Anschaulich läßt sich s als Quadrat der Schwerpunktsenergie deuten, während t und u Quadrate von Impulsüberträgen darstellen.

Im Schwerpunktssystem der harten Subreaktion lassen sich diese Variablen ebenfalls definieren, um sie jedoch von den „normalen“ Mandelstam-Variablen unterscheiden zu können und deutlich zu machen, daß es sich hierbei um den harten Subprozeß handelt, werden sie mit \hat{s}, \hat{t} und \hat{u} bezeichnet. Alle Variablen des harten Subprozesses sollen hier mit einem „^“ gekennzeichnet werden.

Für den QCD-Compton-Effekt definiert sich analog (vgl. Abbildung 2.5):

$$\hat{s} = (q + p_q)^2 \quad (2.34)$$

$$\hat{t} = (q - p_g)^2 \quad (2.35)$$

$$\hat{u} = (q - p_{q'})^2 \quad (2.36)$$

Da die Quarks und Gluonen hier als masselos angenommen werden, folgt aus Gleichung 2.33 die nützliche Identität:

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = q^2 \quad (2.37)$$

Für den Gesamtimpuls $|\vec{p}|$ des harten Subprozesses gilt nun mit

$$\hat{s} = m_1^2 + m_2^2 + 2|\vec{p}|^2 + 2\sqrt{(|\vec{p}|^2 + m_1^2)(|\vec{p}|^2 + m_2^2)} \quad (2.38)$$

allgemein [6]:

$$|\vec{p}| = \frac{S_{12}}{2\sqrt{s}} \quad (2.39)$$

$$S_{12} = \sqrt{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)} \quad (2.40)$$

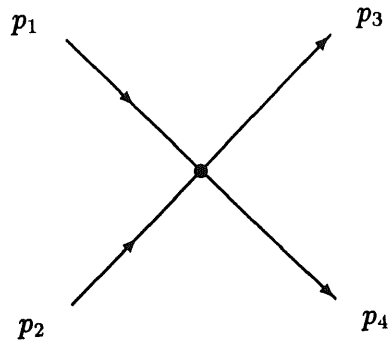


Abbildung 2.4: Nomenklatur eines Stoßprozesses der Form $2 \rightarrow 2$

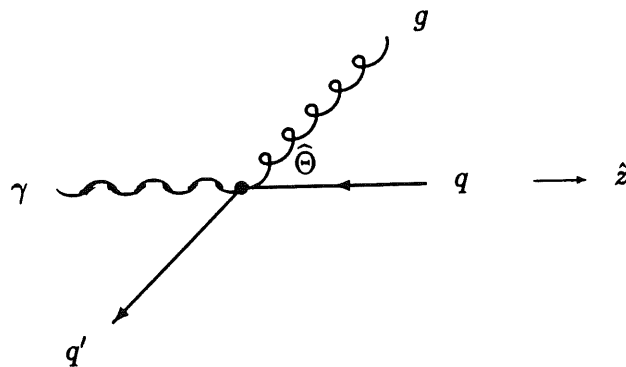


Abbildung 2.5: Zur Kinematik im Schwerpunktsystem des harten Subprozesses beim QCD-Compton-Effekt

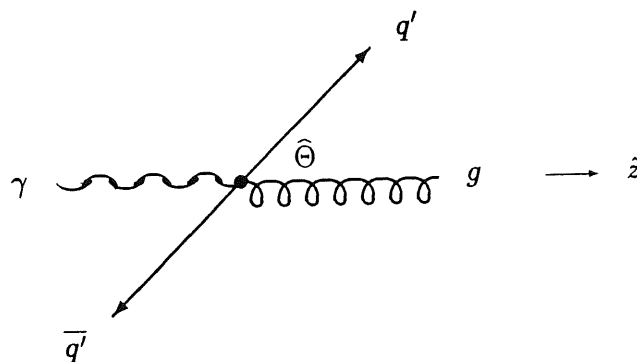


Abbildung 2.6: Zur Kinematik im Schwerpunktsystem des harten Subprozesses bei der γ -Gluon-Fusion

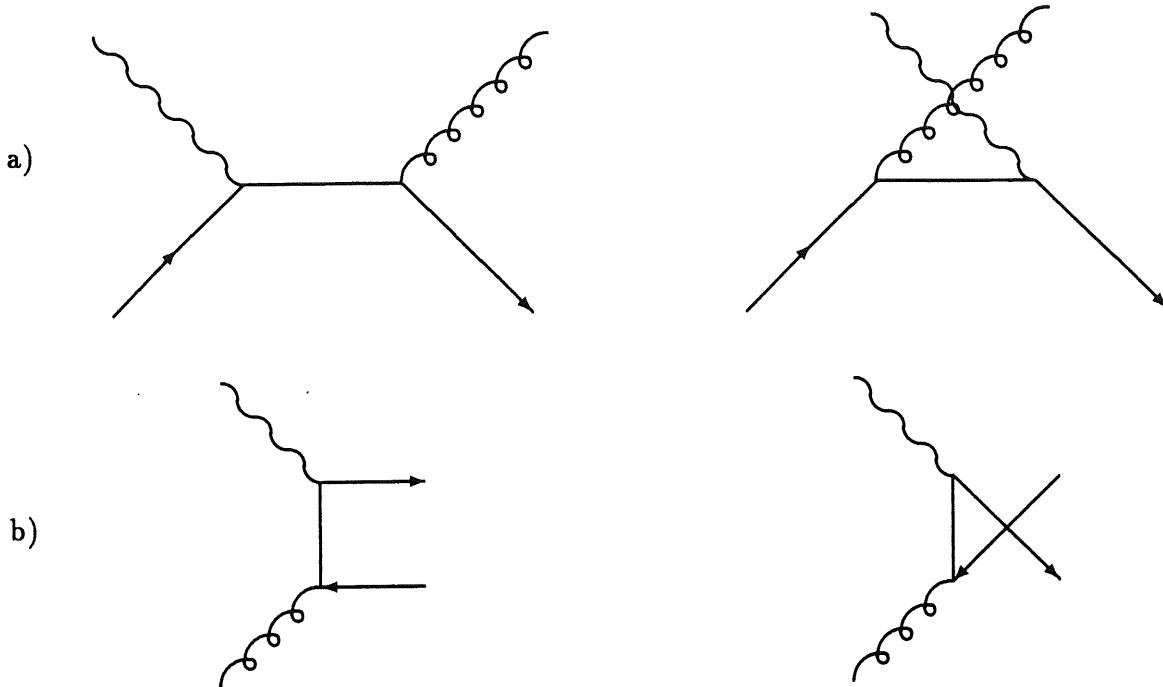


Abbildung 2.7: Feynmangraphen des harten Subprozesses von a) QCD-Compton-Effekt, b) γ -Gluon-Fusion; es sind jeweils beide topologisch mögliche Graphen dargestellt

Für den harten Subprozeß folgt unmittelbar mit $m_1 = \sqrt{q^2}$ und $m_2 = 0$ auf der einlaufenden Seite (Index i):

$$S_{12} = \hat{s} + Q^2 \quad (2.41)$$

$$\hat{p}_i \equiv |\vec{p}_i| = \frac{\hat{s} + Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}} \quad (2.42)$$

Für die auslaufenden Teilchen (Index f) ist $m_3 = 0$ und $m_4 = 0$, so daß hier analog zu S_{12} mit Hilfe von S_{34} argumentiert werden kann:

$$S_{34} = \hat{s} \quad (2.43)$$

$$\hat{p}_f \equiv |\vec{p}_f| = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \quad (2.44)$$

Über \hat{s} läßt sich auch leicht zeigen, daß auf der Protonenseite $\xi = x$ nur für den Bornterm erfüllt ist. Es gilt ja für den Viererimpuls des auslaufenden Astes des harten Subprozesses p_f (der beim Born-Term natürlich nur aus dem auslaufenden Quark besteht):

$$p_f^2 = (\xi P + q)^2 \quad (2.45)$$

Daraus folgt sofort mit Gleichung 2.10:

$$\xi = x \left(1 + \frac{p_f^2}{Q^2} \right) \quad (2.46)$$

Da aber nun $p_f^2 = 0$ für den Born-Term und $p_f^2 = \hat{s}$ für den QCD-Compton-Effekt sowie die γ -Gluon-Fusion gilt, ist obige Behauptung ersichtlich. Die Beziehung zwischen ξ und x lautet im zweiten Fall:

$$\xi = x \left(1 + \frac{\hat{s}}{Q^2} \right) \quad (2.47)$$

Desweiteren gilt für den Winkel $\hat{\Theta}$, der in den Abbildungen 2.5 und 2.6 gezeigt ist:

$$\hat{t} = -2\hat{p}_i\hat{p}_f(1 - \cos \hat{\Theta}) \quad (2.48)$$

Hieraus folgt sofort:

$$d\hat{t} = 2\hat{p}_i\hat{p}_f d \cos \hat{\Theta} \quad (2.49)$$

Kinematisch läßt sich der harte Subprozeß durch zwei Freiheitsgrade beschreiben, wenn die Elektronen- und Protonenseite bereits gegeben ist, was leicht über den Raumwinkel Ω plausibel gemacht werden kann, der ebenfalls zwei Freiheitsgrade besitzt. Einer ist der Azimutwinkel φ , der sich im Schwerpunktsystem der harten Subreaktion als Drehung der Ebene der auslaufenden Teilchen bezüglich der durch die beiden Elektronenimpulse gegebenen Ebene um die \hat{z} -Achse definiert. Bei Berücksichtigung der Polarisation des Photons existiert eine Abhängigkeit, wie bei der genaueren Betrachtung des Wirkungsquerschnitt deutlich werden wird. Vernachlässigt man diese Polarisation, so kann man zunächst von einer Gleichverteilung ausgehen. In jedem Fall verschwindet die Abhängigkeit jedoch bei der Integration über den vollen φ -Bereich.

Der zweite Freiheitsgrad ist $\cos \hat{\Theta}$, der über die Beziehung 2.48 mit \hat{t} verknüpft ist. Somit bleibt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt die Abhängigkeit von einer kinematischen Größe übrig, und nach [6] ist:

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi S_{12}^2} |\mathcal{M}|^2 \quad (2.50)$$

Vernachlässigt man die Q^2 -Abhängigkeit, setzt man also $Q^2 = 0$, so ergibt sich beim QCD-Compton-Effekt für $|\mathcal{M}|^2$ [5, 11] (hier besteht die Abweichung $\hat{t} \leftrightarrow \hat{u}$ zur Schreibweise in [5, 11], was wegen der Vernachlässigung der Masse bei den auslaufenden Teilchen aber kein Problem darstellt, es wurden lediglich beim QCD-Compton-Effekt Gluon und auslaufendes Quark vertauscht):

$$|\mathcal{M}_C|^2 = 32\pi^2 \alpha \alpha_S \frac{4}{3} \left(-\frac{\hat{u}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \right) \quad (2.51)$$

Normalerweise kommt hier noch der Faktor des Quarkladungsquadrats Q_f^2 hinzu, der aber bereits in der Strukturfunktion absorbiert ist und daher hier nicht mit eingeführt werden soll. Die zwei additiven Terme rühren von den zwei möglichen Graphen her, wie sie in Abbildung 2.7 dargestellt sind. Die Topologie der beiden Graphen führt zu $\hat{s} \leftrightarrow \hat{u}$ bei der Bestimmung des zweiten Anteils. Somit ist:

$$\frac{d\sigma_{t,C}}{d\hat{t}} = \frac{8\pi\alpha\alpha_S}{3\hat{s}^2} \left(-\frac{\hat{u}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \right) \quad (2.52)$$

Für die γ -Gluon-Fusion liegt damit das Ergebnis auch fast vor, da man den Prozeß analog rechnen kann. Der Graph ist durch „crossing“ aus dem Graphen für den QCD-Compton-Effekt hervorgegangen, eine Technik der Feldtheorie für das „Drehen“ von Feynmangraphen durch Austauschen der Raum- und Zeitdimension, was dem Vertauschen der Mandelstam-Variablen gleichkommt. Dabei wird hier der Übergang $\hat{s} \leftrightarrow -\hat{t}$ durchgeführt, wobei man auch von den verschiedenen „Kanälen“ einer Reaktion spricht. Zusätzlich muß noch berücksichtigt werden, daß der Farbfaktor von $8/3$ wegen der verschiedenen Anzahl der möglichen Anfangs- und Endfarbzustände wegfällt:

$$|\mathcal{M}_F|^2 = 16\pi^2\alpha\alpha_S \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} \right) \quad (2.53)$$

$$\frac{d\sigma_{t,F}}{d\hat{t}} = \frac{\pi\alpha\alpha_S}{\hat{s}^2} \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} \right) \quad (2.54)$$

Diese Schreibweise deckt sich mit der aus [11] und wird in PYTHIA verwendet. Ein Nachteil liegt darin, daß Q^2 nicht berücksichtigt wird und somit nur in der Näherung $f_{\gamma/e}$ für den integrierten Photonenfluß gearbeitet werden kann.

2.3.6 Der Gesamtwirkungsquerschnitt

Nachdem nun der harte Subprozeß zumindest in der Näherung $Q^2 \rightarrow 0$ und für den ausschließlich transversalen Anteil berechnet wurde, kann jetzt der transversale Gesamtwirkungsquerschnitt der Ordnung α_S zusammengesetzt werden.

Im Gegensatz zum Born-Term sind in diesem Fall mehr als zwei kinematische Variablen nötig. Da nunmehr nicht mehr von einer Reaktion $2 \rightarrow 2$ -Teilchen, sondern von $2 \rightarrow 3$ -Teilchen ausgegangen werden muß und so die Beschreibung der harten Subreaktion im Schwerpunktssystem nahegelegt wird, ergeben sich zusätzliche Freiheitsgrade.

Zunächst folgt aus der äquivalenten Photon-Approximation:

$$\frac{d\sigma}{dy dQ^2 d\hat{t}} = \Gamma_t \frac{d\sigma_t}{d\hat{t}} \quad (2.55)$$

Zwei weitere Freiheitsgrade rühren von der Beschreibung der harten Subreaktion her. Der Azimutwinkel φ , welcher bei unpolarisierten Photonen gleichverteilt ist, kann dann ausintegriert und durch einen Faktor 2π beschrieben werden, so daß ein vierdimensional differentieller Wirkungsquerschnitt verbleibt.

In einer günstigen Parametrisierung ergibt sich der Gesamtwirkungsquerschnitt dann zu:

$$\frac{d\sigma_{(2+1)\text{-}Jet}}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t}} = \frac{d\sigma_C}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t}} + \frac{d\sigma_F}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t}} \quad (2.56)$$

Setzt man die einzelnen Teilgraphen zusammen, so erhält man unter Aufsummierung über Teilchen und Antiteilchen beim QCD-Compton-Effekt und über Teilchen bei der γ -Gluon-Fusion zur Einbeziehung der Quark- bzw. Gluondichteverteilungen:

$$\frac{d\sigma_C}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t}} = \Gamma_t \frac{d\sigma_{t,F}}{d\hat{t}} \sum_{j \in \{f, \bar{f}\}} Q_j^2 q_j(\xi, Q^2) \quad (2.57)$$

$$\frac{d\sigma_F}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t}} = \Gamma_t \frac{d\sigma_{t,F}}{d\hat{t}} \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2 g(\xi, Q^2) \quad (2.58)$$

2.3.7 Der vollständige Wirkungsquerschnitt

In allen obigen Überlegungen wurden einige Näherungen angenommen, die nun aufgehoben werden sollen. Damit modifiziert sich auch der transversale Anteil, der im letzten Abschnitt hergeleitet wurde. Das Ziel ist, die Beschreibung des harten Subprozesses so zu erweitern, daß nicht nur die longitudinale Polarisation des Photons korrekt berücksichtigt wird, was zunächst die Mitbetrachtung von Q^2 voraussetzt, sondern zusätzlich sollen auch Modulationen des Wirkungsquerschnittes, die von φ abhängen und durch die Polarisation des einlaufenden Photons hervorgerufen sind, einbezogen werden. Letztere neutralisieren sich zwar bei der Integration, aber nur, wenn über den kompletten φ -Bereich integriert wird. Setzt man hier Schnitte, so kann man diesen Effekt durchaus nachweisen.

Dann kann man zeigen, daß sich anstelle der zwei Terme in 2.19 nunmehr vier ergeben. Dies führt zu dem somit fünffach differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma_{(2+1)\text{-Jet}}}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t} d\varphi} = \frac{d\sigma_C}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t} d\varphi} + \frac{d\sigma_F}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t} d\varphi} \quad (2.59)$$

mit

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_C}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t} d\varphi} = & \Gamma_t \left[\frac{d\sigma_{t,C}}{d\hat{t} d\varphi} + \epsilon \frac{d\sigma_{l,C}}{d\hat{t} d\varphi} + \epsilon \frac{d\sigma_{p,C}}{d\hat{t} d\varphi} \right. \\ & \left. + \sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)} \frac{d\sigma_{i,C}}{d\hat{t} d\varphi} \right] \sum_{j \in \{f, \bar{f}\}} Q_j^2 q_j(\xi, Q^2) \end{aligned} \quad (2.60)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_F}{d\xi dQ^2 dy d\hat{t} d\varphi} = & \Gamma_t \left[\frac{d\sigma_{t,F}}{d\hat{t} d\varphi} + \epsilon \frac{d\sigma_{l,F}}{d\hat{t} d\varphi} + \epsilon \frac{d\sigma_{p,F}}{d\hat{t} d\varphi} \right. \\ & \left. + \sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)} \frac{d\sigma_{i,F}}{d\hat{t} d\varphi} \right] \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2 g_j(\xi, Q^2). \end{aligned} \quad (2.61)$$

Dabei ist ϵ aus Gleichung 2.20 entnommen, und es gilt:

$$\sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)} = \frac{2 \left(\sqrt{1-y} + \sqrt{(1-y)^3} \right)}{1 + (1-y)^2} \quad (2.62)$$

Hierbei entspricht $d\sigma_p$ dem Querschnitt für die transversal polarisierten Photonen und $d\sigma_i$ dem Interferenzterm zwischen transversaler und longitudinaler Polarisation.

Die einzelnen Terme ergeben sich zu:

$$\frac{d\sigma_{t,C}}{d\hat{t} d\varphi} = \frac{4\alpha_S}{3(\hat{s} + Q^2)^2} \left(-\frac{\hat{s}\hat{u}}{(\hat{s} + Q^2)^2} - \frac{(\hat{s} + Q^2)^2}{\hat{s}\hat{u}} - \frac{Q^4 \hat{t}^2}{\hat{s}\hat{u}(\hat{s} + Q^2)^2} \right) \quad (2.63)$$

$$\frac{d\sigma_{l,C}}{d\hat{t} d\varphi} = -\frac{16\alpha_S}{3(\hat{s} + Q^2)^2} \frac{Q^2 \hat{t}}{(\hat{s} + Q^2)^2} \quad (2.64)$$

$$\frac{d\sigma_{p,C}}{d\hat{t} d\varphi} = -\frac{8\alpha_S}{3(\hat{s} + Q^2)^4} Q^2 \hat{t} \cos 2\varphi \quad (2.65)$$

$$\frac{d\sigma_{i,C}}{d\hat{t} d\varphi} = \frac{8\alpha_S}{3(\hat{s} + Q^2)^4} \sqrt{\frac{Q^2 \hat{t}}{\hat{s}\hat{u}}} (Q^2 \hat{t} + \hat{s}\hat{u}) \cos \varphi \quad (2.66)$$

$$\frac{d\sigma_{t,F}}{d\hat{t} d\varphi} = \frac{\alpha\alpha_S}{2(\hat{s} + Q^2)^2} \left(\frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right) \frac{\hat{s}^2 + Q^4}{(\hat{s} + Q^2)^2} \quad (2.67)$$

$$\frac{d\sigma_{l,F}}{d\hat{t} d\varphi} = \frac{4\alpha\alpha_S}{(\hat{s} + Q^2)^2} \frac{Q^2 \hat{s}}{(\hat{s} + Q^2)^2} \quad (2.68)$$

$$\frac{d\sigma_{p,F}}{d\hat{t} d\varphi} = \frac{2\alpha\alpha_S}{(\hat{s} + Q^2)^4} Q^2 \hat{s} \cos 2\varphi \quad (2.69)$$

$$\frac{d\sigma_{i,F}}{d\hat{t} d\varphi} = -\frac{\alpha\alpha_S}{(\hat{s} + Q^2)^4} \sqrt{\frac{Q^2 \hat{s}}{\hat{t} \hat{u}}} (\hat{s} - Q^2) (\hat{s} + Q^2 + 2\hat{t}) \cos \varphi \quad (2.70)$$

Für $Q^2 \rightarrow 0$ und nach Ausintegration von φ , was einen Faktor von 2π liefert, gehen die transversalen Wirkungsquerschnitte in die Form der Gleichungen 2.52 und 2.54 über.

Zum Beweis der Beziehungen 2.63 bis 2.70 wurden diese mit denen aus [12] verglichen. Eine detaillierte Ableitung findet sich im Anhang.

Häufig [9, 13] werden σ_t und σ_l anders zusammengefaßt, wenn der Lepton-Hadron-Tensor zerlegt wird:

$$\frac{d\sigma}{dy dQ^2} = a \sigma_g + b \sigma_l \quad (2.71)$$

$$\sigma_g \equiv \sigma_t - \frac{1}{2} \sigma_l \quad (2.72)$$

Die Koeffizienten a, b haben die Werte (vgl. Gleichung 2.19):

$$a = \Gamma_t, \quad b = \Gamma_t \left(\epsilon + \frac{1}{2} \right) = \Gamma_t \frac{1}{2} \frac{6 - 6y + y^2}{4 - 4y + 2y^2} \quad (2.73)$$

In vielen Lehrbüchern wird diese Zerlegung gewählt [13], so z.B. auch in [5]. Dort wird davon ausgegangen, daß sich der QCD-Compton-Effekt durch den Einbau von „QCD-Faktoren“ aus dem Compton-Effekt $\gamma^* e \rightarrow \gamma e$ der QED ableiten läßt; die γ -Gluon-Fusion folgt dann durch „crossing“. Aus dem Quadrat des Compton-Matrixelementes

$$|\mathcal{M}_{Compton}|^2 = 32\pi^2 \alpha^2 \left(-\frac{\hat{u}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{u}} + \frac{2\hat{t}Q^2}{\hat{s}\hat{u}} \right) \quad (2.74)$$

wird durch Ersetzen von α^2 durch $\alpha\alpha_S$ und Einfügen eines Farbfaktors von $4/3$ (das Quadrat der Quarkladung wird wie oben wieder weggelassen) anstelle von Gleichung 2.51:

$$|\mathcal{M}_{C,HM}|^2 = 32\pi^2 \alpha\alpha_S \frac{4}{3} \left(-\frac{\hat{u}}{\hat{s}} - \frac{\hat{s}}{\hat{u}} + \frac{2\hat{t}Q^2}{\hat{s}\hat{u}} \right) \quad (2.75)$$

Analog ergibt sich für Gleichung 2.53:

$$|\mathcal{M}_{F,HM}|^2 = 16\pi^2 \alpha\alpha_S \left(\frac{\hat{u}}{\hat{t}} + \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{2\hat{s}Q^2}{\hat{t}\hat{u}} \right) \quad (2.76)$$

Ferner sei noch darauf hingewiesen, daß alle obigen Betrachtungen für den harten Subprozeß von masselosen Quarks ausgehen. Daher gibt es zwei Quellen von Divergenzen, die bei der Aufintegration des Wirkungsquerschnittes beachtet und durch Schnitte vermieden werden müssen. Ein Pol rührt daher, daß bei zu kleinen Energien der auslaufenden Teilchen, die physikalisch

durch das Vorhandensein der Masse nicht erlaubt sind, diese Form des Wirkungsquerschnittes divergiert („Infrarotkatastrophe“). Der zweite Grund für eine Divergenz kommt durch die mögliche zu große Kollinearität der den harten Subprozeß verlassenden Stoßpartner, die dann in einen kinematischen Bereich hineinmünden, wo ihre Jets nicht mehr getrennt werden können und so eine Überlappung mit dem Born-Term auftritt. Beim Born-Term entstehen nur zwei Jets, weswegen man diesen Beitrag auch als „(1 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnitt“ bezeichnet, während die Ordnung α_S drei Jets („(2 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnitt“ als Summe der beiden möglichen Prozesse), nämlich zwei aus dem harten und einen aus dem Diquarkrest, produziert.¹ Diese Divergenz rührt somit von einem zu kleinen Transversalimpuls her.

Um das Problem zu beseitigen, sind Schnitte an der Kinematik nötig, d.h. diese Phasenraumbereiche müssen vermieden werden. Dies geschieht bei der Aufintegration des Wirkungsquerschnittes, so daß nur bis zu sicheren Grenzen hin integriert wird. Natürlich schränkt dies die Verwendbarkeit des Wirkungsquerschnittes ein, aber die ausgegrenzten Gebiete sind physikalisch sowieso verboten bzw. experimentell nicht zugänglich. Trotzdem ist eine möglichst gute Ausnutzung des Phasenraums wünschenswert, so daß je nach Betrachtungsweise andere Schnitte günstig sein können.

2.3.8 Der totale Wirkungsquerschnitt

Bei den bisher hergeleiteten Wirkungsquerschnitten ist implizit davon ausgegangen worden, daß der Gesamtwirkungsquerschnitt durch den Born-Term gegeben ist, während die (2 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnitte lediglich kleine Korrekturen hieran bedeuten. Diese Näherung soll jetzt aufgegeben werden; die Notwendigkeit hierzu wurde auch schon bei der Diskussion der Kollinearitätssingularität angedeutet, da dort der (1 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnitt, der noch mit dem Born-Term identisch war, durch die Kollinearität der auslaufenden Partonen des harten Subprozesses im (2 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnitt prinzipiell nicht mehr zu trennen ist. Die Annahme, daß der Born-Term den totalen Wirkungsquerschnitt beschreibt und die QCD-Korrekturen durch die (2+1)-Jet-Beiträge klein sind, wird auch als „leading-log“-Näherung (LL) bezeichnet. Werden QCD-Effekte der Ordnung α_S vollständig berücksichtigt, so spricht man von einer Approximation „next to leading log“ (NLL) [16].

Für den totalen Wirkungsquerschnitt gilt dann in Ordnung α_S [6, 17]:

$$\frac{d\sigma_{tot}}{dx dy} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} s \left[(1-y)F_2(x, Q^2) + xy^2F_1(x, Q^2) \right] \quad (2.77)$$

Daraus folgt sofort mit 2.13, 2.25 und 2.26:

$$\frac{d\sigma_{tot}}{dy dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{yQ^4} \left[(1 + (1-y)^2) F_2(x, Q^2) - y^2 F_l(x, Q^2) \right] \quad (2.78)$$

Der totale Wirkungsquerschnitt ist also kleiner als der Born-Term! Dies rührt von destruktiven Interferenzen her, die Korrekturen des Born-Terms in der Ordnung α_S mit dem (2 + 1)-Jet-Querschnitt bilden. Somit bestimmt sich der richtige (1 + 1)-Jet-Querschnitt über:

$$\sigma_{(1+1)\text{-Jet}} = \sigma_{tot} - \sigma_{(2+1)\text{-Jet}} \quad (2.79)$$

Damit wird auch der (1 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnitt von den kinematischen Schnitten abhängig, die an dem (2 + 1)-Jet-Querschnitt wirken. Wie bereits erwähnt, kann dies ein

¹In einigen Nomenklaturen wird auch von 2- bzw. 3-Jet gesprochen.

Schnitt im Transversalimpuls p_T der auslaufenden Partonen des harten Subprozesses sein. Dies bedeutet automatisch eine Mindestenergie, was die Infrarotdivergenz verhindert, wirkt aber auch der Kollinearitätssingularität entgegen, da der Schnitt gerade auf den senkrechten Anteil zur Einlaufrichtung der Partonen wirkt.

In PYTHIA wird dieser Ansatz auch verfolgt, er hat aber den prinzipiellen Nachteil, daß er in einem Bezugssystem definiert ist und so experimentell nicht leicht auszuwerten ist. Viel schwerer wiegt aber, daß die numerische Behandlung dieses Schnittes bei kleinen Werten instabil wird. Dies tritt insbesondere dann auf, wenn nicht mit einem kollinear einfallenden Photon gerechnet wird, wodurch sich das Schwerpunktssystem nicht mehr parallel zur Protonrichtung bewegt. Dann kann es vorkommen, daß ein auslaufendes Parton zwar oberhalb des geforderten Transversalimpulses (im Schwerpunktssystem) liegt, aber trotzdem einen zu kleinen Winkel zum Diquark hat.

Aus diesem Grund bietet sich ein anderer Schnitt an, der auch gleichzeitig Lorentz-invariant ist. Er besteht im Prinzip aus drei Schnitten, nämlich auf die Quadrate der paarweise invarianten Partonenmassen des harten Subprozesses und des Diquarks, normiert auf W^2 . Dazu definiert man:

$$z_c = \frac{1}{2}(1 - \cos \hat{\Theta}) \quad (2.80)$$

Damit gilt für die invarianten Massenquadrate [19]

$$\begin{aligned} S_{dq,1} &= sy(1 - \xi)z_c \\ S_{dq,2} &= sy(1 - \xi)(1 - z_c) \\ S_{1,2} &= sy(\xi - x) \end{aligned} \quad (2.81)$$

und für die dimensionslosen normierten Parameter [19]:

$$\begin{aligned} U_{dq,1} &= \frac{S_{dq,1}}{W^2} = \frac{(1 - \xi)z_c}{1 - x} \\ U_{dq,2} &= \frac{S_{dq,2}}{W^2} = \frac{(1 - \xi)(1 - z_c)}{1 - x} \\ U_{1,2} &= \frac{S_{1,2}}{W^2} = \frac{(\xi - x)}{1 - x} \end{aligned} \quad (2.82)$$

Somit läßt sich durch die Forderung

$$U_{dq,1} \geq Y_c, \quad U_{dq,2} \geq Y_c, \quad U_{1,2} \geq Y_c \quad (2.83)$$

eine sichere und numerisch stabile Regularisierung des Wirkungsquerschnittes erreichen, wobei Y_c die Schnittkonstante ist.

Um nun den totalen Wirkungsquerschnitt bestimmen zu können, muß F_l berechnet werden. Der linke Summand in 2.78 ist natürlich der Born-Term, oder auch σ_t^{LL} . Dabei gilt nach [6, 17]:

$$F_l = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} \sigma_l \quad (2.84)$$

Daraus und durch Vergleich mit Gleichung 2.78 folgt für den totalen Wirkungsquerschnitt in der Ordnung $\alpha\alpha_S$:

$$\frac{d\sigma_{tot}}{dy dQ^2} = \Gamma_t \left(\sigma_t^{LL} - \epsilon \frac{y^2}{2(1-y)} \sigma_l \right) \quad (2.85)$$

Um das zu zeigen und insbesondere Gleichung 2.84 zu beweisen, lassen sich die bereits abgeleiteten Beziehungen für den harten Subprozeß benutzen. Dies folgt aber unmittelbar mit $\sigma_{l,C}$ und $\sigma_{l,F}$ aus den Gleichungen 2.64 und 2.68, die, in 2.84 eingesetzt, das Ergebnis von [18] liefern, was auch in [16] zu finden ist:

$$F_l(x, Q^2) = \frac{\alpha_S(Q^2)}{4\pi} \left(\frac{16}{3} I_F + 8 \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2 I_G \right) \quad (2.86)$$

Dabei ist:

$$I_F = \int_x^1 \frac{d\eta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta} \right)^2 F_2(\eta, Q^2) \quad (2.87)$$

$$I_G = \int_x^1 \frac{d\eta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta} \right)^2 \left(1 - \frac{x}{\eta} \right) \eta g(\eta, Q^2) \quad (2.88)$$

Abschließend soll noch erwähnt werden, daß α_S sich in der hier verwendete Näherung zu [7]

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \quad (2.89)$$

berechnet.

Hier bedeutet μ die Skala, die nötig ist, um innerhalb der QCD einen Anhaltspunkt für die Energie zu festzulegen, bei der α_S berechnet werden soll. In der tief inelastischen Streuung wird typischerweise $\mu^2 = Q^2$ gesetzt. Ferner ist Λ die Energie, von der aus die perturbative Entwicklung gestartet wird, Λ muß experimentell ermittelt werden. Außerdem geht die Anzahl der Flavours n_f , die berücksichtigt werden sollen, in die Berechnung ein. Genaugenommen wird α_S nur für Quarks berechnet, deren Masse kleiner als die Skala ist.

Kapitel 3

Realisierung des Generators SMURF

3.1 Monte-Carlo-Ereignisgeneratoren

Kollaborationen bei Experimenten in der Elementarteilchenphysik haben bis heute ein umfangreiches Sortiment an Monte-Carlo-Methoden entwickelt, und es existieren auch viele Programmbibliotheken mit Monte-Carlo-Ereignisgeneratoren und Detektorsimulationen. Dies liegt daran, daß die Theorie, die bestimmte Voraussagen für Streuexperimente macht, in der Regel nicht direkt überprüfbar ist. Die Methodik des Experiments verlangt es, die Streureaktionen zunächst in „Universaldetektoren“ über die Zerfallsprodukte zu vermessen und später auf die ursprünglich stattgefundenen Reaktionen zu schließen. Die theoretischen Voraussagen sind meistens mittelbar, weshalb man heute bei dem Vergleich zwischen Theorie und Experiment einen anderen Weg geht als früher. Man versucht nicht, aus den experimentellen Daten direkt auf die Theorie zu schließen, weil es entweder nur sehr schwer möglich oder aber prinzipiell unmöglich ist, sondern simuliert das Experiment auf Computern und vergleicht diese Simulationen mit den im Experiment ermittelten Daten.

Die Theorie, hier die Theorie der Elektron-Proton-Streuung, führt zur Vorhersage von differentiellen Wirkungsquerschnitten und damit auch von kinematischen Verteilungsfunktionen der an der Reaktion teilnehmenden Stoßpartner. Diese Vorgaben müssen zum einen in selektiven Phasenraumbereichen aufintegriert werden können, um einen Gesamtwirkungsquerschnitt der gewünschten Prozeßtopologie zu erhalten und diesen anschließend mit Zählraten des Experiments vergleichen zu können. Zum anderen muß das statistische Verhalten der Teilchen beschreibbar gemacht werden.

Am Anfang einer Kette von Monte-Carlo-Methoden steht das Ereignisgeneratorprogramm. In ihm werden pseudozufällige Ereignisse als mathematisches Modell generiert, und der Wirkungsquerschnitt wird aufintegriert. Diese Ereignisse können nun von einem weiteren Programm, das den Detektor simuliert (innerhalb der H1-Kollaboration geschieht dies mit den Paketen H1PSI oder H1SIM) weiterverarbeitet werden, wodurch ein Datensatz entsteht, der prinzipiell genauso aussieht wie ein tatsächlich gemessenes Ereignis. Dieser ist nun der gleichen Analyse zu unterziehen wie die Meßdaten, um ihn mit der Messung zu vergleichen; außerdem lassen sich theoretische Untersuchungen durchführen.

3.2 Das Generatorprogramm SMURF

Das im Rahmen dieser Arbeit entstandene Programm SMURF ist ein solcher Generator, der die tief inelastische Streuung, wie sie im vorigen Kapitel beschrieben wurde, sowohl über das Aufintegrieren von Wirkungsquerschnitten behandelt als auch das Generieren von tief inelastischen Ereignissen gemäß der über die Wirkungsquerschnitte vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten möglich macht und eine Ankopplung zur weiteren Simulation bietet.

Der prinzipielle Aufbau dieses Programms ist dem der Generatoren „EPEWAX“ und „QUAGS“ aus [20] sehr ähnlich, da die Struktur weitgehend übernommen werden konnte und lediglich an den physikalisch wichtigen Stellen Veränderungen in der mathematischen Behandlung des differentiellen Wirkungsquerschnittes und der Weiterverarbeitung der generierten Ereignisse vorgenommen wurden.

3.2.1 BASES und SPRING

Herzstück des Generatorprogramms sind die als Bibliotheken vorliegenden mathematischen Routinen BASES und SPRING [21, 22], wobei BASES nach einem verbesserten VEGAS-Algorithmus eine Integration über eine Funktion, in diesem Fall ist es der fünffach differentielle Wirkungsquerschnitt der tief inelastischen Streuung, mit einem Pseudozufallszahlenverfahren durchführen kann und SPRING entsprechend der mit BASES erzeugten Wahrscheinlichkeitsverteilung Ereignisse würfelt.

Ein Vorteil dieser Vorgehensweise liegt darin, daß beim Integrationsschritt ein adaptiver Algorithmus verwendet wird. Dies bedeutet, daß BASES in der Lage ist, eine beliebige Funktion (die natürlich auch bestimmte Bedingungen erfüllen muß, wie noch zu zeigen sein wird) zu integrieren, ohne wesentlich an Effizienz zu verlieren. Der adaptive Charakter wird dadurch erreicht, daß über den Phasenraum Ω ein Gitter von Hyperkuben gelegt wird, innerhalb dessen in einem iterativen Verfahren eine Wichtung erfolgt. Dadurch wird bei steilen Bereichen der Funktion, also Bereichen mit einem großen Absolutbetrag des Gradienten, die normalerweise die größten Probleme bei der numerischen Behandlung hervorrufen, das Gitter enger gelegt und eine feinere Granularität erreicht, während flache Bereiche, die eben dadurch auch nur mit einem kleinen Integrationsfehler beitragen, mit einem größeren Gitter überzogen werden.

Diese Wichtung wird iterativ solange vorgenommen, bis der dabei gemachte Fehler einen vorher spezifizierten Wert unterschreitet und erfolgt in Form von zunächst gleichverteiltem Würfeln einer festen Anzahl von Funktionswerten in jedem Hyperkubus.

In einem zweiten Schritt wird gemäß der im ersten Iterationslauf gebildeten Wahrscheinlichkeitsverteilung gewürfelt und über die so bestimmten Funktionswerte das Integral aufsummiert. Eine derartige Vorgehensweise bezeichnet man auch als „gewichtetes Würfeln“ oder „importance sampling“. Diese Prozedur wird ebenfalls iteriert, bis das Integral wiederum einen vorgegebenen Fehler in Form der Standardabweichung unterschreitet.

Mathematisch kann dieses folgendermaßen dargestellt werden [20]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} S_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(x_i)}{p(x_i)} = I = \int_{\Omega} f(x) dx, \int_{\Omega} p(x) dx = 1 \quad (3.1)$$

Hierbei soll der eindimensionale Fall als Demonstration ausreichen. S_N ist die Summe der approximativen Berechnung des Integrals von $f(x)$, wobei die normierte Wahrscheinlichkeits-

funktion $p(x)$ solange iterativ modifiziert wird, bis ihre Varianz minimal wird, was genau für

$$p(x) = \frac{|f(x)|}{\int_{\Omega} |f(x)| dx} \quad (3.2)$$

erfüllt ist. Dann aber ist das Integral bestimmt.

Die Erweiterung auf mehrere Dimensionen läßt sich leicht dadurch nachvollziehen, wenn man die Wahrscheinlichkeitsverteilung faktorisiert, also annimmt, daß

$$p(x_1, x_2) = p_{x_1}(x_1) p_{x_2}(x_2) \quad (3.3)$$

approximativ gilt. Weitere Details finden sich in [21].

Ist nun neben der Bestimmung des Integrals durch zwei Iterationsdurchläufe auch die Erstellung des Gitters gelungen, das im Rahmen des Programmpaketes abgespeichert wird, so erfolgt damit die Generierung der Ereignisse. Eine Abspeicherung kann aus zwei Gründen sinnvoll sein. Zum einen ermöglicht sie es bei Rechenzeitmangel, das Programm an dieser Stelle weiterlaufen zu lassen, wofür auch bereits Schalter in dem Programm vorhanden sind. Viel wichtiger ist aber die andere Anwendung; die Abspeicherung des einmal gewonnenen Wirkungsquerschnitts erspart bei erneuter Generierung von Ereignissen bei gleichen Parametern die nochmalige Aufintegration.

SPRING übernimmt nun diese Aufgabe der Ereignisgenerierung. Genauer gesagt stellt es die Phasenraumvariablen mit der im Wirkungsquerschnitt berechneten Gewichtung zur Verfügung, so daß der Generator daraus die Kinematik der einzelnen an der Reaktion beteiligten Teilchen erzeugen und damit deren Viererimpulse beschreiben kann, was bis auf Zusatzinformationen wie z.B. den Farbfluß bei stark wechselwirkenden Teilchen das Ereignis praktisch komplett beschreibt.

Um gemäß des erzeugten Gitters einen Variablensatz \vec{x} auszuwählen, wird zunächst ein Hyperkubus des Gitters bestimmt, was wegen der vorher bereitgestellten Verteilung sehr effizient funktioniert. Danach muß allerdings innerhalb dieses Hyperkubus ein \vec{x} ermittelt werden, da BASES natürlich nur die Granularität des Gitters als Information hat. Die hierfür verwendete Methode funktioniert über einen „Zurückweisungsmechanismus“ („rejection method“). Weil die verwendete Funktion für die wichtungsgemäße Bestimmung der Phasenraumpunkte nicht analytisch invertiert werden kann, würfelt SPRING zweimal gleichverteilt. Beim ersten Würfeln wird der Phasenraumpunkt \vec{x} bestimmt und beim zweiten (diesmal skalaren) Würfeln der so gewonnene Wert mit $p(\vec{x})$ des Gitters dort verglichen. Ist er größer, so ist das Ereignis akzeptiert, liegt er darunter, wird der Algorithmus wiederholt. Weil durch das Gitter bereits eine Art implizite Glättung der Funktion erreicht wurde, die Funktion innerhalb eines Hyperkubus also nicht mehr sehr stark schwankt, ist das Verfahren zwar ineffizienter als der erste Schritt von SPRING, führt aber doch relativ schnell zum Ziel.

Bei der Verwendung dieses Paketes wurden einige Möglichkeiten ausgenutzt, um Integrale unterschiedlicher Dimension zu bestimmen. Wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde, kommen sowohl zweidimensionale Integrale für den Born-Term vor als auch vier- bzw. fünfdimensionale für die Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnittes sowie der $(1+1)$ -Jet- und $(2+1)$ -Jet-Raten.

Aus diesem Grund wurde eine Methodik gewählt, in der immer fünfdimensional integriert wird. Dies „verschwendet“ zwar Rechenzeit, da unter Umständen unnötig über leere Dimensionen integriert wird, dafür ist das Programm aber universell verwendbar und sehr flexibel bei der Benutzung mit unterschiedlichen Intentionen. Außerdem entsteht dieser Aufwand lediglich bei

der Integration; die Generierung, welche bei Monte-Carlo-Generatoren die eigentliche kritische Größe ist, bleibt davon im Wesentlichen unberührt.

Um dies nun zu bewerkstelligen, sind einige korrektive Maßnahmen nötig, da BASES nicht automatisch auf die Behandlung konstanter Funktionen ausgerichtet ist. Je nach Anzahl der Dimensionen kann das Programm instabil werden, was daran liegt, daß dann die automatisch mitbestimmten Fehler Null werden und bei Divisionsoperationen zur Fehlernormierung innerhalb BASES das Programm abbricht. Aus dieser Situation sind zwei Auswege bekannt und getestet. In beiden wird eine Funktion für diese Dimension eingeführt, die wegen der Orthogonalität das Gesamtintegral nicht beeinflusst, sofern es selbst keinen Beitrag liefert, also das Teilintegral für diese Dimension gleich 1 wird. Dies folgt auch sofort aus der Motivation über Gleichung 3.3.

Innerhalb von BASES wird grundsätzlich pro Dimension über den Bereich $(0 \dots 1)$ integriert, also bei n Dimensionen über einen n -dimensionalen Einheitskubus. Beliebige Bereiche des \mathfrak{R}^N lassen sich dann über Variablentransformation und Korrektur des Integrals durch den Betrag der Funktionaldeterminante behandeln. Wählt man also die eindimensionale Funktion

$$\alpha(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < x \leq \zeta \\ 1 & \text{für } \zeta < x < 1 - \zeta \\ 0 & \text{für } 1 - \zeta \leq x < 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

und stellt sicher, daß der für den vorgegebenen Integrationsfehler ACC die Relation $\zeta \ll \text{ACC}$ erfüllt ist, so beeinflusst α das Gesamtintegral nur soviel, wie durch ACC tolerierbar ist, sofern natürlich nicht gerade der Bereich $(0 \dots \zeta)$ für die restliche Funktion wichtig ist. Dies kann man aber leicht durch die Wahl von ζ steuern.

Eine Variante davon ist eine Funktion, die zwar nicht auf dem ganzen Intervall fast konstant ist, dafür aber im Integral wieder nur den Einheitsbeitrag leistet. Denkbar sind zwar sehr viele Funktionen, aber sinnvoll sind eigentlich nur einfache, um unnötige Komplikationen durch höheren Rechenzeitaufwand und mögliche Konvergenzprobleme zu vermeiden. Ein Beispiel wäre:

$$\beta(x) = 0.2x + 0.9 \quad (3.5)$$

Bei SMURF wurde die erste Variante gewählt, wo sie nötig war. Typischerweise ist dabei als Grenze $\zeta = 10^{-5}$ gesetzt, was einen genügenden Abstand beispielsweise zur kleinsten x -Parametrisierung um 10^{-3} sicherstellt. Dabei war insbesondere darauf zu achten, daß die Anzahl der Punkte pro Hyperwürfel erhöht werden, da es sonst Konvergenzprobleme geben kann. BASES hat bei einer höheren Anzahl von Dimensionen (und konstanter Gesamtzahl von Punkten) natürlich pro Dimension nur noch eine viel geringere Anzahl an Stützstellen, die entsprechend heraufgesetzt werden müssen. Dies ist ein Nachteil, der direkt mit Rechenzeit während des Integrationsschrittes bezahlt werden muß. Bei SMURF stieg sie je nach betrachtetem Phasenraum bis auf $\text{NTRIAL} = 30$, allerdings kann das als für die meisten Zwecke ausreichend angesehen werden.

Ein weiteres Problem, sowohl bei der Integration als auch der Generierung, wird durch Gleichung 3.2 impliziert. Die Funktion darf an keinem Punkt eine Nullstelle haben, da dies die Konvergenz des Verfahrens verhindern würde. Nun ist ein Wirkungsquerschnitt immer positiv, allerdings ergeben sich durch die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitt negative Beiträge. Wenn diese klein sind, so ist das für die Konvergenz kein Problem; dabei bedeutet klein, daß die Beiträge an keiner Stelle in die unmittelbare Nähe der Nullstelle kommen dürfen. Korrekturen von bis zu 50% des Integrals wurden getestet und funktionierten. Auf diesen Punkt

wird später noch eingegangen werden, wenn die Realisierung des totalen Wirkungsquerschnittes bei SMURF besprochen wird.

Schließlich soll noch erwähnt werden, daß auch die ungünstige Wahl eines Phasenraumbereiches problematisch werden kann. Wenn eine steil ansteigende Funktion, wie z.B. ein Wirkungsquerschnitt nahe an einem Pol, zu weit in den vom Pol weg auslaufenden Bereich hinein aufintegriert wird, so sinkt natürlich die Anzahl der Gitterpunkte, die zum Integral beitragen. Dies kann zwar prinzipiell von BASES durch die Adaption des Gitters korrigiert werden, aber auch hierfür gibt es Grenzen. Ist nämlich der Bereich viel zu groß, so schafft BASES es nicht, den Pol richtig in die Berechnungen einzubeziehen und liefert schlicht falsche Werte, ohne daß man es dem Programm direkt ansehen kann. Ein Hinweis, der allerdings nicht immer zutrifft, kann die Anzahl der von Null verschiedenen Phasenraumpunkte sein, die BASES bei der Zusammenfassung jedes Iterationsschrittes ausgibt. Ist sie zu Beginn kleiner als 0.1%, so ist Vorsicht angebracht, und die Integration sollte in Teilbereiche zerlegt und überprüft werden. Leider trifft dieses Argument nicht immer zu, denn es gibt durchaus Funktionen, die derart beginnen und deren Konvergenz problemlos ist.

Die gerade angesprochene Schwierigkeit wurde mit SMURF z.B. für die Integration des tief inelastischen Streuquerschnittes festgestellt, wenn der Q^2 -Bereich zu groß wurde, d.h. wenn der obere Q^2 -Schnitt wesentlich über dem unteren lag, da durch das Q^{-4} -Verhalten des Wirkungsquerschnittes die Funktion steil abfiel. Ein Bereich von $10 \dots 10000 \text{ GeV}^2$ beispielsweise kann diesen Effekt hervorrufen; immerhin wird hier über 3 Größenordnungen integriert.

3.2.2 Kinematik und verwendete Wirkungsquerschnitte

Für die Integration des Wirkungsquerschnittes mit BASES und die nachfolgende Generierung mit SPRING muß diesem Paket eine Funktion zur Verfügung gestellt werden, die einerseits σ bestimmt und andererseits die noch benötigten kinematischen Größen berechnet.

Dazu wird bei dem Generator zunächst in einem Initialisierungsschritt die Besetzung der vom Benutzer vorzugebenden Größen durchgeführt und anschließend BASES aufgerufen. Die FORTRAN-Funktion $F(Y)$, wobei Y ein 10-dimensionaler Vektor ist, erfüllt die Aufgabe der Wirkungsquerschnittsberechnung. Y enthält die von BASES zunächst für die Integration gewürfelten Zufallszahlen, und bei dem Generierungsschritt bestimmt SPRING den Phasenraumpunkt, so daß nach erneutem Aufruf von F die Kinematik feststeht.

Wie im vorigen Kapitel bereits ausführlich diskutiert wurde, erfolgt eine allgemeine Berechnung des fünffach differentiellen Wirkungsquerschnittes

$$\frac{d\sigma}{dy dQ^2 d\xi d \cos \hat{\Theta} d\varphi}, \quad (3.6)$$

wobei je nach konkretem Wirkungsquerschnitt eine Uminterpretation der Variablen gemäß Tabelle 3.1 erfolgt.

Verglichen mit den zitierten σ -Variablen sind hier einige leichte Modifikationen vorgenommen worden. Zunächst wird über $\cos \hat{\Theta}$ integriert anstatt über \hat{t} . Dies ist keine große Änderung, da über Gleichung 2.49 leicht umgerechnet werden kann. Bemerkenswert ist die Tatsache, daß durch die Darstellung des harten Subprozesses in Kugelkoordinaten *nicht* $\hat{\Theta}$, sondern $\cos \hat{\Theta}$ gleichverteilt gewürfelt werden muß, was natürlich durch Gleichung 2.49 auch sofort deutlich wird.

Für den Born-Term liegt ein rein praktischer Grund für die Wahl der Integrationsvariablen (x, Q^2) vor, da prinzipiell mehrere Möglichkeiten zur Auswahl gestanden hätten. Für die Bestimmung der Quarkverteilungsfunktion, die relativ rechenzeitaufwendig ist, wird die Größe ξ

Y-Index	Variablen für $(2 + 1)$ -Jet- σ	Variablen für Born-Term- σ
1	$\cos \Theta$	leer
2	ξ	x
3	y	leer
4	Q^2	Q^2
5	φ	leer

Tabelle 3.1: Bedeutung der BASES-Variablen für die einzelnen Querschnitte

als Argument benötigt, die beim Born-Term gerade gleich x ist. Somit kann derselbe Aufruf der entsprechenden Routine verwendet werden, was eine zweite Benutzung unnötig macht und so Rechenzeit spart.

Diese Aufteilung impliziert auch gleich die weitere Behandlungsweise der Wirkungsquerschnitte. Die beiden Prozesse für den $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitt können ohne Probleme zunächst gemeinsam berechnet werden, da ihre Kinematik praktisch gleich ist; lediglich der harte Subprozeß muß getrennt bestimmt werden. Dagegen benötigt der Born-Term dafür eine eigene Routine und mithin auch eigene kinematische Variablen, sofern sie nicht durch äußere Vorgaben wie z.B. die Integrationsvariablen bereits festgelegt sind.

Nachdem über Y und die vom Benutzer vorgegebenen Grenzen der zu berechnende Bereich vorgegeben wurde, folgen mehrere Grundschnitte und darauf aufbauend weitere Schnitte, die unphysikalische Konstellationen ausschließen und nur brauchbare Phasenraumpunkte für die weiteren Rechnungen verwenden. Im gleichen Arbeitsschritt werden nach den bereits hergeleiteten kinematischen Beziehungen die noch benötigten Größen bestimmt und auf Vereinbarkeit mit ihren Wertebereichen untersucht. Zusätzlich werden natürlich die zur Verhinderung von Divergenzen nötigen Schnitte gesetzt.

Ist dies für die einzelnen Prozeßtopologien geschehen, so muß noch die Quark- bzw. Gluondichte bestimmt werden. Dies geschieht über das FORTRAN-Paket PAKPDF [23], wobei zwischen verschiedenen Strukturfunktionsparametrisierungen gemäß Tabelle 3.2 gewählt werden kann. Stattdessen wurde früher die alte Routine aus LEPTO 5.2, PYSTFU, benutzt [24], die aus Vollständigkeitsgründen auch weiter verfügbar ist. Dabei ist allerdings zu beachten, daß bei dieser alten Routine die Quarks d und u ihre Plätze tauschen. Da auch PAKPDF die in PYSTFU parametrisierten Strukturfunktionen beinhaltet (die Gleichheit wurde für EHLQ1 [25] getestet und bestätigt), wird im Folgenden ausschließlich damit gearbeitet werden. Die zweite wichtige Strukturfunktion ist MT, Satz B1 [26] nach dem DIS-Schema. Zu bemerken ist ferner, daß das Ergebnis des Routinenaufrufes in Form von $\xi q_j(\xi, Q^2)$ bzw. analog für die Gluondichte als $\xi g(\xi, Q^2)$ vorliegt, was entsprechend berücksichtigt werden muß.

Nachdem dies abgeschlossen ist, muß nun der zu berechnende Wirkungsquerschnitt aufsummiert werden. Dabei wird zunächst entschieden, ob die $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitte die kinematischen Schnitte passiert haben oder nicht, analog geschieht dies für den Born-Term. Die Unterscheidung ist wegen der unterschiedlichen Behandlung der Phasenraumpunkte notwendig. Außerdem muß berücksichtigt werden, ob der zur Aufsummation vorbereitete Prozeß überhaupt angewählt ist, dies wird mit vom Benutzer einstellbaren Vorfaktoren erreicht, die entweder den Wert 0 oder 1 annehmen können. Somit kann jeder der drei betrachteten Graphen, Born-Term, QCD-Compton-Effekt und γ -Gluon-Fusion frei wählbar ein- oder ausgeschaltet werden. Dann wird je nach Prozeß über Quarks oder Quarks und Antiquarks summiert, so daß der Gesamtwirkungsquerschnitt entsteht.

Strfkt.	Typ	N_f	Λ_4 [GeV]	ξ -Bereich	Q^2 -Bereich [GeV ²]	Bemerkungen
DO	LL	4	0.200	$5 \cdot 10^{-3} - 1$	$4 - 10^6$	weiche Gluonen, Satz 1
	LL	4	0.400	$5 \cdot 10^{-3} - 1$	$4 - 10^6$	harte Gluonen, Satz 2
EHLQ	LL	4	0.177	$10^{-3} - 1$	$4 - 1.67 \cdot 10^6$	neue Version
	LL	6	0.200	$10^{-4} - 1$	$4 - 5 \cdot 10^8$	Satz 1, $R \equiv \sigma_l/\sigma_t = 0.1$
DFLM	LL	6	0.290			Satz 2, $R = R_{QCD}$
	LL	6	0.200	$5 \cdot 10^{-5} - 0.95$	$10 - 10^8$	„average“
GRV	NLL	6	0.300			„average“, DIS
	LL	5	0.200	$10^{-5} - 1$	$0.25 - 10^8$	
MT	NLL	5	0.200	$10^{-5} - 1$	$0.30 - 10^8$	\overline{MS} -Schema
	LL	6	0.144	$10^{-5} - 1$	$4 - 10^8$	Satz SL
HMRS	NLL	6	0.212			DIS/ \overline{MS} , Satz S
	NLL	6	0.237			DIS/ \overline{MS} , Satz SN
	NLL	6	0.194			DIS/ \overline{MS} , Satz B1
	NLL	6	0.191			DIS/ \overline{MS} , Satz B2
	NLL	6	0.155			DIS/ \overline{MS} , Satz E
KMRS	NLL	5	0.100	$10^{-5} - 1$	$5 - 1.3 \cdot 10^{-6}$	\overline{MS} , Satz E
	NLL	5	0.190			\overline{MS} , Satz B
MRS	NLL	5	0.190	$10^{-5} - 1$	$5 - 1.3 \cdot 10^{-6}$	\overline{MS} , Satz B0
	NLL	5	0.190			\overline{MS} , Satz B-
	NLL	5	0.190			\overline{MS} , Satz B-5
	NLL	5	0.190			\overline{MS} , Satz B-2
MRS	NLL	5	0.135	$10^{-5} - 1$	$5 - 1.3 \cdot 10^{-6}$	\overline{MS} , Satz B135
	NLL	5	0.160			\overline{MS} , Satz B160
	NLL	5	0.200			\overline{MS} , Satz B200
	NLL	5	0.235			\overline{MS} , Satz B235

Tabelle 3.2: Aufstellung der verschiedenen Strukturfunktionsparametrisierungen, realisiert im FORTRAN-Paket PAKPDF 1.1 [23]. Dabei bedeutet N_f die Anzahl der verwendeten Flavors, zu Λ_4 siehe [7].

Die Behandlung des differentiellen Wirkungsquerschnittes geschieht nach vorheriger Auswahl einer gewünschten Version, die in Kapitel 2 vorgestellt wurden und in Tabelle 3.3 zusammengefaßt sind. Zur Vollständigkeit wurde auch die Variante nach [5] mit aufgenommen.

Neben der Erfassung der Gesamtwirkungsquerschnitte ist auch die Speicherung der pro Quarkflavor erzielten Beiträge wichtig, da dies für die Generierung verwendet werden muß. Außerdem ist eine Unterscheidung zu treffen, ob der totale Wirkungsquerschnitt bestimmt werden soll oder eine Generierung hiermit beabsichtigt ist. Dieses Problem tritt natürlich erst auf, wenn mit den korrekten differentiellen Wirkungsquerschnitten für den harten Subprozeß gerechnet werden soll, vorher werden die Querschnitte schlicht addiert, was kein Problem für SPRING darstellt. Die Addition der Wirkungsquerschnitte ist natürlich eine Näherung mit der Annahme, die $(2 + 1)$ -Jet-Beiträge seien klein gegen den Born-Term, die nicht immer erfüllt ist, aber für genauere Betrachtungen kann ja die korrekte Version benutzt werden. Im Fall der σ_{tot} -Berechnung kann man einfach aufintegrieren, wobei die σ_l -Anteile subtrahiert werden. Für die Generierung dagegen muß zunächst die Summe von Born-Term und $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitt berechnet werden, da sie ansonsten gar nicht bestimmt werden könnten. Zwar wird der „totale Wirkungsquerschnittswert“ für jeden Aufruf (und damit nur für einen Phasenraumpunkt) in

	Form des Wirkungsquerschnittes
1	σ_t
2	σ_t mit Q^2 -Term
3	σ_t und σ_l
4	σ_t mit Q^2 -Term nach [5]
5	σ_{tot} nach [12, 17]
6	vollständiges σ für Generierung mit σ_{tot}
7	wie 5, aber mit φ -Abhängigkeit
8	wie 6, aber mit φ -Abhängigkeit

Tabelle 3.3: Die verschiedenen Varianten von $d\sigma$ in SMURF, die Numerierung ist identisch mit der im Programm verwendeten Variablen IXFORM

einer getrennten Variablen mitberechnet, um eine Normierungsgröße für das Verhältnis der zu generierenden Ereignisse zu haben und insbesondere den $(1 + 1)$ -Jet-Querschnitt in dem konkreten Fall korrekt bestimmen zu können, aber bei der Auswahl der generierten Ereignisse muß SPRING jeden Prozeß kinematisch komplett durchrechnen können. Dies geht nur bei der letzteren Alternative.

Eine Konsequenz davon ist, daß nicht gleichzeitig der totale Wirkungsquerschnitt aufintegriert werden kann und eine Generierung durchführbar ist. Dieser Nachteil mußte aber in Kauf genommen werden, um die flexible Handhabung vieler unterschiedlicher Prozeßszenarien realisieren zu können. Ein Ausweg ist einfach, das Programm zweimal laufen zu lassen, einmal für die Berechnung von σ_{tot} und einmal für die korrekte Generierung. Hierfür sind bereits Schalter vorgesehen, wie aus Tabelle 3.3 ersichtlich ist.

Abschließend sei noch bemerkt, daß zwar für die Berechnung der Wirkungsquerschnitte von masselosen Quarks ausgegangen wird, aber als Vorbereitung für die Generierung und aus kinematischen Konsistenzgründen trotzdem ein Massenschnitt durchgeführt wird. Die in SMURF verwendeten Massen der einzelnen Quarks sind in Tabelle 3.4 wiedergegeben, wobei die Masse des t -Quarks zwar optional in die Strukturfunktionsbibliothek PAKPDF übergeben werden kann, dies aber in der Regel nicht gemacht wurde, da der t -Beitrag zum Wirkungsquerschnitt aufgrund der Masse sehr klein ist und andererseits für Vergleiche meistens mit 5 aktiven Flavours gearbeitet wurde. Darüber hinaus müßte für das b - und das t -Quark, eigentlich sogar für das c -Quark, bereits mit massiven Quarks im Wirkungsquerschnitt gerechnet werden, so daß Abweichungen hier unvermeidlich sind.

Um nun bei der Generierung jedem Quark mindestens seine Ruhemasse zu geben, wird für die $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitte ein \hat{s} -Schnitt eingeführt:

$$\hat{s} \geq 4m_q^2 \quad (3.7)$$

Diese Einschränkung wird in der Regel sowieso von anderen Schnitten überdeckt und erlangt nur bei den schwereren Quarks eine gewisse Bedeutung.

PDG-Nummer	1	2	3	4	5	6
Quark-Flavor	d	u	s	c	b	t
Quark-Masse [GeV]	0.325	0.325	0.5	1.6	5.0	160

Tabelle 3.4: Aufstellung der in SMURF für die Kinematik verwendeten Quarkmassen

Insgesamt sind folgende Schnitte implementiert bzw. vom Benutzer anwählbar. Dabei können natürlich zusätzliche Schnitte nach der Generierung vorgegeben oder aber durch Einbau in den FORTRAN-Code direkt bei der Integration und Generierung berücksichtigt werden. Je nach Schnitt ist nur ein Mindestwert oder aber ein Intervall vorzugeben:

- Q^2 -Schnitt; hier muß natürlich ein Q_{min}^2 eingehalten werden, um die Divergenz für $Q^2 \rightarrow 0$ zu vermeiden
- y -Schnitt; der y -Bereich ist bis auf den Ausschnitt $y \rightarrow 1$ unkritisch, natürlich ist $y > 0$
- x -Schnitt; zu beachten ist die Grenze x_{min} bei der Verwendung der Strukturfunktionen
- W^2 -Schnitt; er ist der Vollständigkeit halber eingebaut
- p_T -Schnitt; er ist für die Divergenzen des harten Subprozesses wichtig, wie bereits diskutiert, ist der Y_c -Schnitt wesentlich günstiger (PYTHIA kann allerdings nur diesen Schnitt)
- Y_c -Schnitt; wichtig für die Vermeidung der Divergenzen des harten Subprozesses, alternativ zu p_T , aber flexibler
- Θ_e -Schnitt; er kann z.B. für Akzeptanzschnitte des Detektors verwendet werden
- φ -Schnitt; dient zur Erzeugung der φ -Abhängigkeit des harten Subprozesses

3.2.3 Der Farbfluß und JETSET

Wenn nun die Bestimmung der kinematischen Variablen über SPRING stattgefunden hat, so muß der eigentliche Generierungsschritt erfolgen. Dieser besteht im Wesentlichen darin, die Vierervektoren der an der Streuung beteiligten Teilchen zu bestimmen und für die weitere Behandlung vorzubereiten. Das geschieht mit Hilfe des JETSET-Paketes [27], welches schließlich, falls gewünscht, die Schauerung und Fragmentation nach dem Lund-String-Modell vornimmt. Danach können die Teilchen gemäß den H1-Konventionen auf Massenspeicher herausgeschrieben werden.

Vorher muß allerdings JETSET in die Lage versetzt werden, dies zu tun. Dazu werden die Vierervektoren der Teilchen in ein FORTRAN-Feld eingefüllt, dem COMMON LUJETS. Hierbei ist für den Generierungsschritt wichtig, daß neben der reinen kinematischen Information die Teilchenart, Vorgängerteilchen und Farbinformationen abgespeichert werden müssen. Die Bestimmung der Teilchenart ist in der Regel kein Problem, lediglich beim Diquark ist zu beachten, daß die Spininformation und die Flavorzusammensetzung in den Teilchencode (der nach der Konvertion aus [7] erfolgt) eingeht und entsprechend gewählt werden muß.

Bevor aber hierauf genauer eingegangen wird, sollen die möglichen Farbtopologien diskutiert werden. Da ja beim Proton nicht nur Valenz- sondern auch Seequarks oder -antiquarks getroffen werden können, ergeben sich jeweils andere Farblinienkonfigurationen. Glücklicherweise ist die Situation nicht kombinatorisch mehrdeutig, d.h. wenn das (Anti-)Quark ermittelt wurde, steht die Farbtopologie fest.

Wie man in den Abbildungen 3.1 bis 3.3 sehen kann, die sämtliche möglichen Farblinienkonfigurationen darstellen, läßt sich für ein vorgegebenes getroffenes Quark im Proton jeweils genau eine Topologie für die Farblinien finden, was die Festlegung der Farbsingletts bei der Generierung vereinfacht.

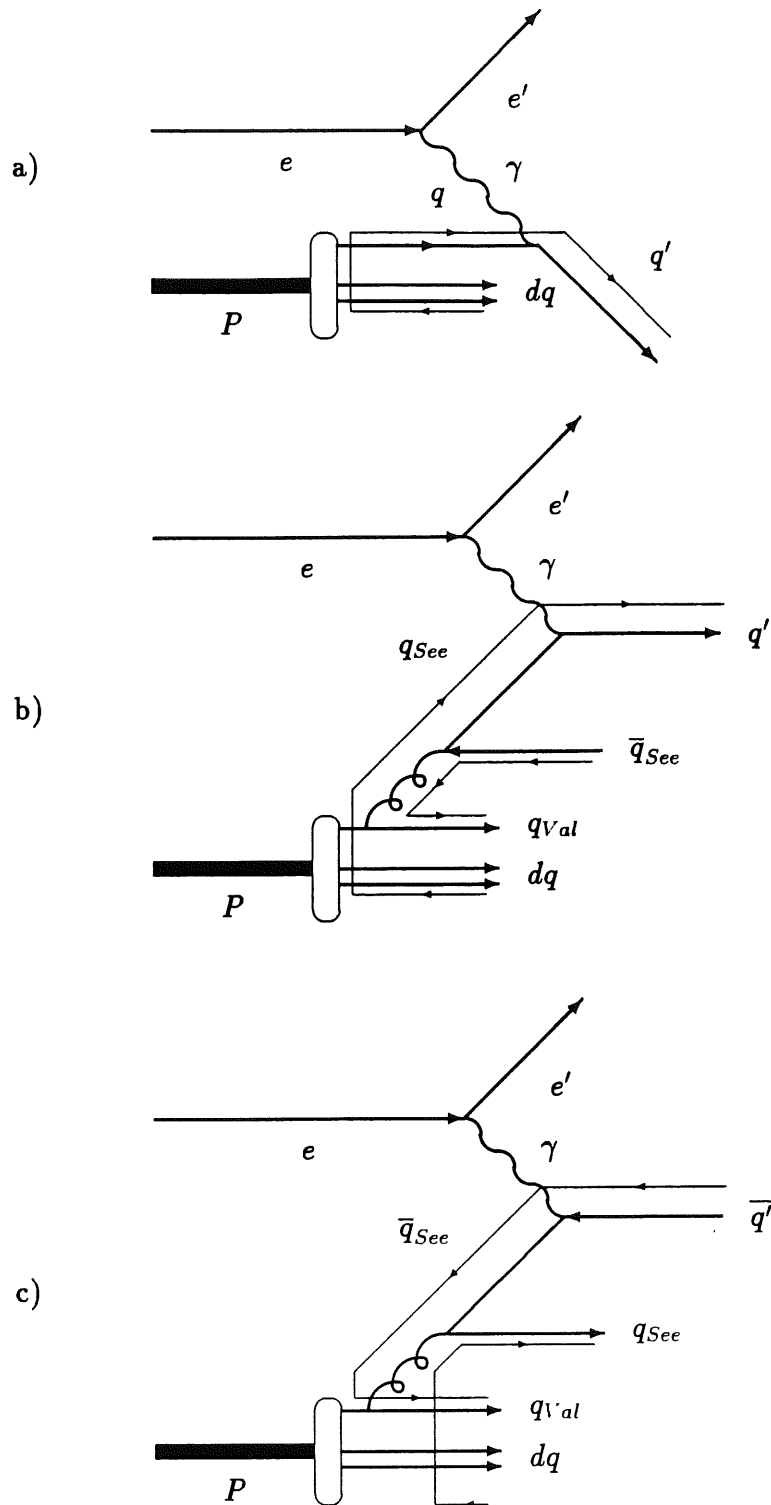


Abbildung 3.1: Farblinien für die verschiedenen Möglichkeiten beim Born-Term: a) getroffenes Valenzquark, b) getroffenes Seequark, c) getroffenes Seeantiquark

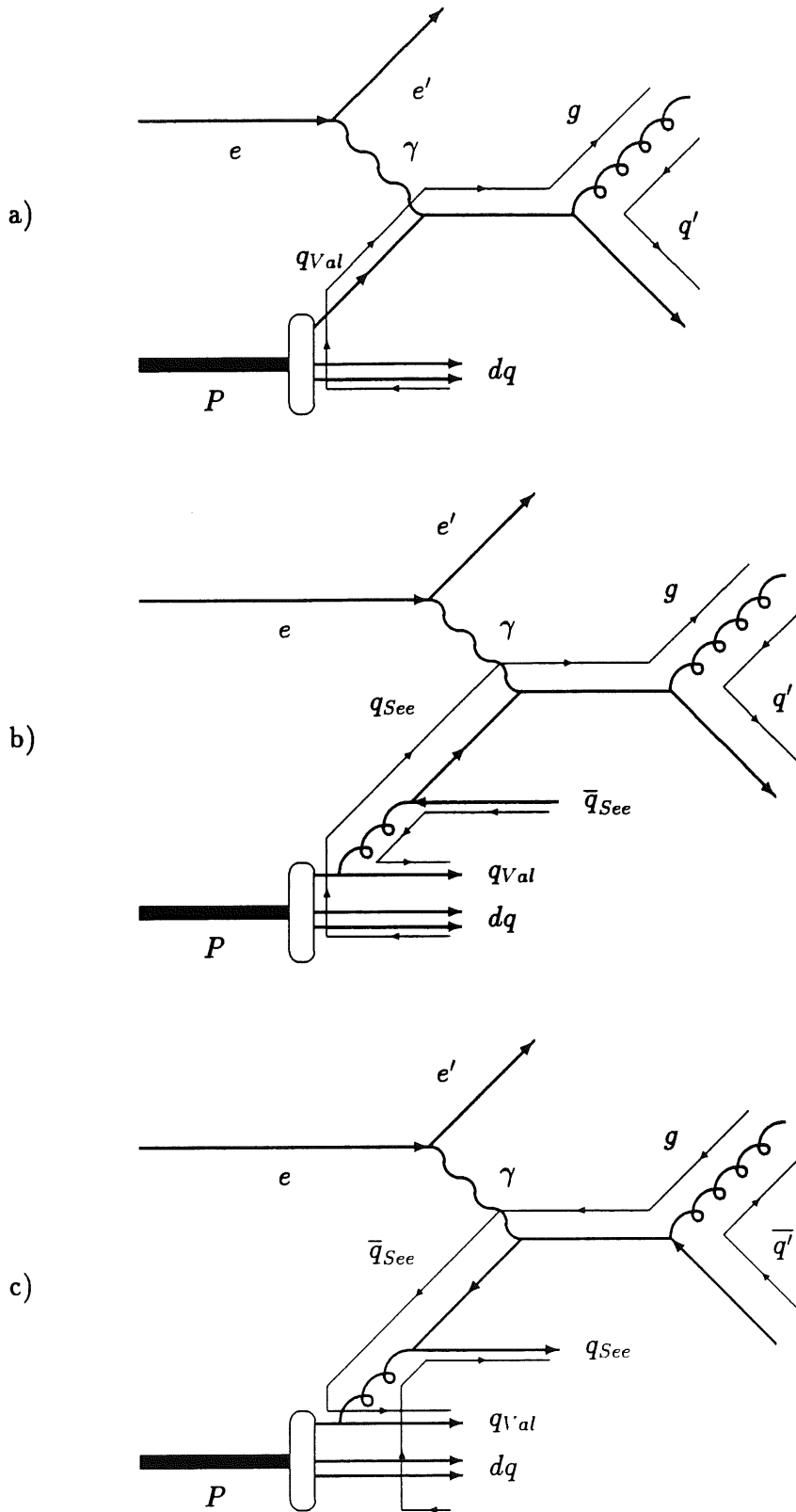


Abbildung 3.2: Farblinien für die verschiedenen Möglichkeiten beim QCD-Compton-Effekt: a) getroffenes Valenzquark, b) getroffenes Seequark, c) getroffenes Seeantiquark

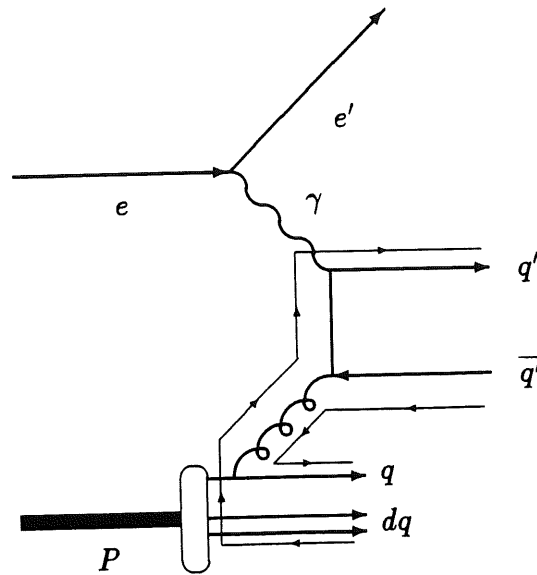


Abbildung 3.3: Farblinien für die γ -Gluon-Fusion; es wird davon ausgegangen, daß immer ein Valenzquark das Gluon abstrahlt

Farblinien sind ein relativ einfaches Mittel, den Farbfluß innerhalb eines Feynmangraphen zu verfolgen und gegenseitige Abhängigkeiten der Partonen durch die nach außen zu fordernde Farbneutralität zu ermitteln. Dabei werden analog zu den Feynmangraphen Pfeile an die Linien gezeichnet, die den Farb- bzw. Antifarbecharakter der Linie symbolisieren. Bei einem Gluon, das gleichzeitig Farbe und Antifarbe trägt, ist eine ein- und eine auslaufende Linie zu ziehen. Ein Diquark verhält sich wie ein Antiquark, was die Farbe angeht.

Mit diesen Überlegungen stehen die Farbkonfigurationen fest. Für den Born-Term und den QCD-Compton-Effekt gibt es daher jeweils drei Möglichkeiten, bei der γ -Gluon-Fusion wurde davon ausgegangen, daß das Valenzquark das Gluon emittiert, da ansonsten höhere Ordnungen in α_S zu berücksichtigen wären, die auch in den Gluondichteparametrisierungen nicht enthalten sind.

Dies führt direkt auf die Teilchenanordnungen bei der Generierung, wie sie in Tabelle 3.5

Zeile	Born-Term			QCD-Compton-Effekt			γ -Gluon-Fusion
	Val- q	See- q	See- \bar{q}	Val- q	See- q	See- \bar{q}	Val- q
1	e	e	e	e	e	e	e
2	P	P	P	P	P	P	P
3	e'	e'	e'	e'	e'	e'	e'
4	γ	γ	γ	γ	γ	$\bar{\gamma}$	γ
5	q_{vor}	q'_{vor}	\bar{q}'_{vor}	q_{vor}	q'_{vor}	\bar{q}'_{vor}	q_{vor}
6	q_{nach}	q'_{nach}	\bar{q}'_{nach}	g	g	\bar{g}	g
7	dq	dq	dq	q_{nach}	q'_{nach}	\bar{q}'_{nach}	q'
8	—	q_{val}	q_{val}	dq	dq	q_{val}	dq
9	—	\bar{q}'	q'	—	q_{val}	dq	dq
10	—	—	—	—	\bar{q}'	q'	q_{nach}

Tabelle 3.5: Aufstellung der Teilchenanordnung von SMURF im LUJETS-COMMON

Born-Term			QCD-Compton-Effekt			γ -Gluon-Fusion
Val- q	See- q	See- \bar{q}	Val- q	See- q	See- \bar{q}	Val- q
q'	q'	\bar{q}'	dq	dq	q_{Val}	dq
dq	dq	q_{Val}	q'	q'	\bar{q}'	q'
			g	g	g	
	q_{Val}	q_{See}		\bar{q}_{See}	dq	$\frac{q}{q'}$
	\bar{q}_{See}	dq		q_{Val}	q_{See}	

Tabelle 3.6: Farbsingletts der verschiedenen Prozesse, je nach getroffenem Quark

dargestellt sind. Die gegenseitigen Farbbeziehungen werden ebenfalls im COMMON LUJETS geeignet parametrisiert (siehe Kapitel 5), so daß die komplette Information über den stattgefundenen Prozeß hier abgespeichert ist. Zu beachten ist noch, daß die einzelnen zu einem Singlett gehörenden Teilchen direkt aufeinanderfolgend angeordnet sein müssen. Aus diesem Grund ist beim QCD-Compton-Effekt, falls ein Antiquark getroffen wurde, das Diquark mit dem Valenzquark vertauscht. Die Singletts sind in Tabelle 3.6 zusammengefaßt.

Ist dieser Schritt abgeschlossen, so ist auch die eigentliche Generierung beendet. Nun kann noch eine Schauerung nach dem Lund-String-Modell erfolgen, die innerhalb des JETSET-Paketes durch Aufruf der Routine LUSHOW erfolgt. Um dies zu bewerkstelligen, benötigt die Routine eine Energieskala, die hier als das Maximum der invarianten Masse der beteiligten Partonen gewählt wurde. Die Energieskala ist nötig, um eine Größenordnung für die Aufspaltung der Strings zu charakterisieren. Weitere Details finden sich in [20, 27]. Wie bereits erwähnt, dient die Schauerung dazu, iterativ die einzelnen Partonen über das String-Modell in mehrere Singletts zerfallen zu lassen, bis die vorhandene Energie dazu nicht mehr ausreicht. Diese Vorgehensweise approximiert die perturbativ nicht mehr behandelbaren Korrekturen der QCD bei größeren Abständen, wo $\alpha_S \rightarrow 1$ und schließlich sogar $\alpha_S > 1$ gilt.

Zusätzlich kann über die Routine LUEXEC die Hadronisierung bzw. Fragmentierung erfolgen, so daß abschließend eine komplette Teilchenliste vorhanden ist, die im Rahmen der starken Wechselwirkung „stabile“ Teilchen enthält und der Detektorsimulation zuführbar ist. Über Schalter im Programm lassen sich sowohl LUSHOW als auch LUEXEC unabhängig anwählen, so daß Studien in jeder Kombinationsmöglichkeit durchgeführt werden können.

Bevor jedoch dieser Generierungsschritt erfolgen kann, muß natürlich erst einmal das Flavor des getroffenen Quarks ausgewählt werden. Dazu werden die Beiträge des Wirkungsquerschnittes, die über SPRING durch Aufruf der Querschnittfunktion bestimmt wurden, getrennt gespeichert. Zusätzlich trennt man bei den u - und d -Quarks die See- von den Valenzanteilen durch Subtraktion und einzelner Speicherung des Antiquarkanteils vom Gesamtanteil, da dem die Überlegung zugrunde liegt, daß Seequarks sich genau wie Seeantiquarks des gleichen Flavors verhalten. Somit kann durch gewichtetes Würfeln über den Wirkungsquerschnitt der Prozeß und anschließend durch gewichtetes Würfeln über See- und Valenzquarks das getroffene Quark ermittelt werden und damit die Generierung erfolgen.

Ist ein Seequark oder -antiquark ausgewählt, so wird davon ausgegangen (wie auch in den Farblinienbildern deutlich wird), daß das Seequark-Antiquarkpaar durch ein Gluon entstanden ist, welches vom Valenzquark emittiert wurde. Das nicht an dem harten Subprozeß teilnehmende Quark des Paares erhält den Impuls im Laborsystem, der seiner Ruhemasse entspricht, während das teilnehmende natürlich den Anteil ξ des Protonimpulses bekommt. Zusätzlich hat es als einziges der Partonen keine Ruhemasse. Dieser Kompromiß wurde eingegangen, da nur so die Viererimpulserhaltung gewährleistet werden konnte. Sie ist zu vertreten, da das übrig-

bleibende Quark sowieso keinen großen Beitrag zur Prozeßsignatur leistet, denn es bewegt sich ja kollinear zum Diquark bzw. Valenzquark, und der Einfluß geht mit der Schauerung und/oder Fragmentierung praktisch verloren.

Das Valenzquark erlangt gemäß der Wahrscheinlichkeitsverteilung [28]

$$\frac{dp}{dx_v} = \frac{2}{x_r^2}(x_r - x_v), \quad x_r = 1 - \xi, \quad 0 \leq x_v \leq x_r \quad (3.8)$$

den Impulsanteil x_v , was im Mittel ein Drittel des Restimpulses ist. Das Diquark bekommt nun den übrigbleibenden Anteil.

Zusätzlich wird das Valenz- und das Diquark gemäß der Wahrscheinlichkeit 1/3 zu 2/3 bezüglich d - zu u -Quark ermittelt. Danach erfolgt die Zuweisung des Spins entsprechend den Besetzungsmöglichkeiten. Das Diquark (uu) hat immer den Spin 1, bei der Kombination (ud) ist zu 75% Spin 1 und zu 25% Spin 0 vorhanden.

Für die Seequarks gilt bei der Wahrscheinlichkeitsdichte in Abhängigkeit von ξ im Gegensatz zu den Valenzquarks, daß für $\xi \rightarrow 0$ die Dichte divergiert, d.h. der Seequarkanteil wird für kleine ξ immer größer, wohingegen der Valenzquarkanteil für diesen Bereich abfällt. Dadurch ergeben sich interessante physikalische Gegebenheiten, die allerdings ebenfalls den perturbativen Bereich verlassen und hier nicht weiter betrachtet werden sollen, was durch einen sicheren x -Schnitt erreicht wird.

Desweiteren sei noch bemerkt, daß sich natürlich jedes einzelne Quarkflavor durch den Benutzer ein- und ausschalten läßt, so daß individuelle Untersuchungen möglich sind.

Zusätzlich zu den oben gemachten Annahmen ist es prinzipiell möglich, dem einlaufenden Proton und Elektron noch einen gaußverteilten Transversalimpuls zu geben, der die experimentellen Gegebenheiten besser beschreibt. Dies wurde im vorliegenden Fall aber nicht getan, um keine Verfälschungen zu haben (die allerdings klein sind).

SMURF ist bisher auf einer VAX 6000 mit zwei Prozessoren betrieben worden. Je nach Ausbaustufe, Dimensionszahl und kinematischer Komplexität der Integration werden für 1000 Ereignisse (wobei die Hauptrechenzeit für die Integration verwendet werden muß) Zeiten zwischen wenigen CPU-Minuten bis zu einer Stunde benötigt. Das ist viel verglichen mit LEPTO, aber da nach der Integration der zusätzliche Rechenzeitaufwand für die Generierung gering ist, kann für den Produktionsbetrieb dieser Nachteil nicht sehr ins Gewicht fallen. Im Vergleich zu PYTHIA, dessen Rechenzeit linear mit der Anzahl der generierten Ereignisse ansteigt, ist SMURF ab einem bestimmten Punkt schneller.

3.3 PYTHIA und LEPTO

Innerhalb der H1-Kollaboration sind die Generatoren PYTHIA [29, 30] und LEPTO [31, 32] seit langem etabliert. Beide Generatoren haben einen unterschiedlichen Schwerpunkt, so daß auch die Stärken und Schwächen der Generatoren jeweils auf einem anderem Gebiet liegen.

PYTHIA gilt als eine Art Universalgenerator, der die unterschiedlichsten Arten von Prozessen simulieren kann, die auch alle getrennt zugeschaltet werden können. Dies hat natürlich Auswirkungen auf die Vorgehensweise bei der Generierung und Berechnung des Wirkungsquerschnittes. Die Wirkungsquerschnitte des harten Subprozesses, welche keine Q^2 -Abhängigkeit haben, wurden bereits in Kapitel 2 beschrieben. Grundsätzlich arbeitet PYTHIA über die Näherung $f_{\gamma/e}$ und somit mit quasireellen Photonen. Virtuelle Korrekturen werden nicht berechnet, ebensowenig ist eine korrekte Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnittes möglich.

Durch diese Vorgehensweise entstehen auch Verletzungen der Viereimpulserhaltung der beteiligten Partonen, so daß nach bestimmten Schemata die Kinematik adaptiert werden muß, was natürlich den betrachteten physikalischen Prozeß verfälscht.

Im Born-Term ist allerdings eine Behandlung mit einem korrekten Q^2 möglich. Als Schauerealgorithmus wird ebenso wie bei SMURF das Paket JETSET 7.2 bzw. JETSET 7.3 verwendet (die aktuelle Version ist PYTHIA 5.6). Wie bereits erwähnt, kann die Divergenz des harten Subprozesses nur über einen p_T -Schnitt sinnvoll abgefangen werden, was eben nur bis zu einer bestimmten Grenze noch funktioniert.

Dagegen werden bei PYTHIA verschiedene zusätzliche Schauerungen und Korrekturen wie ISPS geboten, die Strahlungskorrekturen berücksichtigen.

LEPTO 6.1 konzentriert sich auf die tief inelastische Streuung, und das JETSET-Paket wird verwendet. Als Schnitt für den harten Subprozeß dient Y_c , der hierfür besser als der p_T -Schnitt geeignet ist. Weitere Details zu Betrachtungen des Wirkungsquerschnittes finden sich in [32].

Im folgenden Kapitel werden einige Vergleiche zwischen den beiden Generatoren und SMURF angestellt, die deren physikalische Korrektheit überprüfen sollen. Außerdem wurde zur Überprüfung des Bornterms das Integrationsprogramm DISGEN [33] benutzt, welches durch den einfachen Aufbau und der zweidimensionalen Integration leicht als Referenz und zur Kontrolle verwendet werden konnte.

Kapitel 4

Vergleiche und Ergebnisse

In diesem Kapitel werden Vergleiche des Generators SMURF mit den in der H1-Kollaboration verwendeten Generatoren PYTHIA [29, 30] und LEPTO [31, 32] beschrieben und Wirkungsquerschnitte in ausgewählten kinematischen Regionen berechnet sowie Ergebnisse vorgestellt. Die verwendeten Versionen sind PYTHIA 5.6 und LEPTO 6.1, in einigen Fällen wurde zum Vergleich auch LEPTO 5.2 herangezogen. Wenn keine Version angegeben ist, wird immer von LEPTO 6.1 ausgegangen.

Für SMURF lag die Genauigkeit der Integration grundsätzlich bei 1%, was einen vertretbaren Rechenzeitaufwand bedeutete. Alle Betrachtungen finden auf der Partonebene statt und machen durch die Vernachlässigung höherer Ordnungen und Strahlungskorrekturen eine genauere Berechnung nicht sinnvoll. In Vergleichen mit anderen Generatoren, die mindestens ebenso genau rechnen, lassen sich aber signifikante Unterschiede durchaus feststellen.

Bei der Untersuchung der tief inelastischen Streuung ist neben dem Wirkungsquerschnitt, der durch reine Aufintegration erhalten werden kann, das Auftragen bestimmter kinematischer Größen in Histogrammen aufschlußreich. Dies geschieht während der Generierung, und in der Regel reichen 1000 Ereignisse für derartige Betrachtungen aus, die, wenn nichts anderes angegeben ist, den folgenden Vergleichen zugrunde liegen. Dabei sind die relativen statistischen Fluktuationen, die mit $\sqrt{N^{-1}}$ abnehmen (N ist die Zahl der Ereignisse), zwar noch vorhanden, Veränderungen lassen sich aber bereits gut erkennen. So stellt diese Wahl einen brauchbaren Kompromiß zwischen Genauigkeit und Rechenzeitaufwand dar.

SMURF wurde durch die Verwendung des Strukturfunktionspaketes PAKPDF wesentlich langsamer, da dieses Paket die Verteilungsfunktionen in doppelter Genauigkeit bestimmt und zwecks komfortablerer Handhabbarkeit einen größeren Aufwand treibt. Dieser Aufwand, der signifikant nur während der Integration auftritt, wird jedoch durch die große Auswahl an Strukturfunktionen gerechtfertigt.

Für den Vergleich mit PYTHIA und LEPTO wird die Strukturfunktionsparametrisierung EHLQ1 verwendet (vgl. Tabelle 3.2). Durch die Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnittes in NLL-Näherung wird es erforderlich, auch eine NLL-Parametrisierung zu benutzen. Es wurde der Satz MT, B1 im DIS-Schema gewählt, was bei der Berechnung der Querschnitte in der hier vorliegenden Form notwendig ist [17]. Für numerische Vergleiche ist teilweise auch zusätzlich das \overline{MS} -Schema der gleichen Parametrisierung angewählt worden. Diese Strukturfunktionsparametrisierungen erhöhten den Rechenzeitaufwand beträchtlich, im Vergleich zu EHLQ1 wurde in bestimmten Phasenraumbereichen ein Faktor 2 bis 3 erreicht.

Bei der Bestimmung von α_S ist im Wesentlichen die Konvention von LEPTO eingehalten worden, die mit $\Lambda = 0.2\text{GeV}$ arbeitet und je nach Skala bis zu $n_f = 4$ Quarks zuläßt.

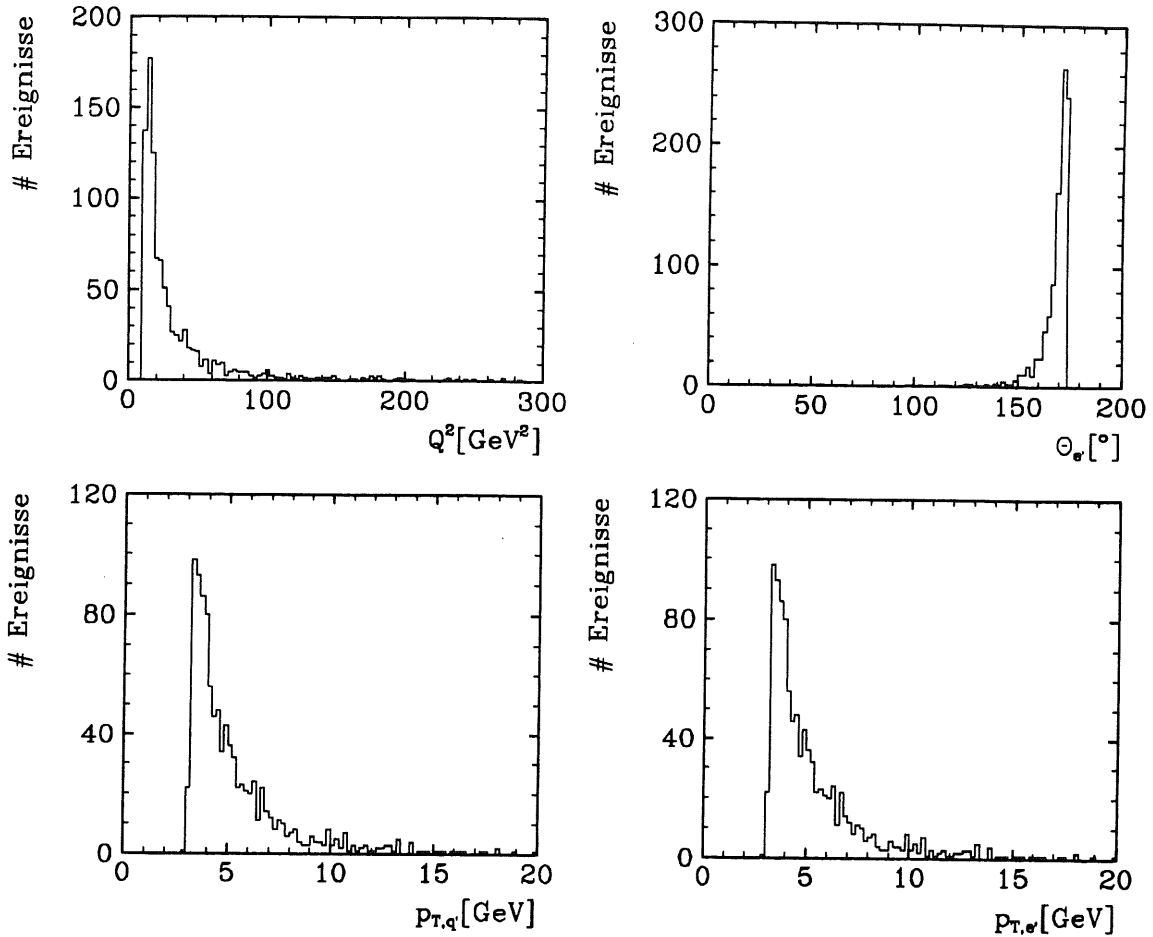


Abbildung 4.1: Einige Standardhistogramme für den Born-Term, berechnet mit SMURF

4.1 Der Born-Term und die $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitte

4.1.1 Grundplots von SMURF

Die wichtigsten kinematischen Größen in der tief inelastischen Streuung, die hier für Analysen herangezogen werden, sind Q^2 und $\Theta_{e'}$ zur Betrachtung der Elektronenseite sowie der Transversalimpuls p_T gestreuter Quarks, wobei bei letzterem zwischen der Definition im Laborsystem und im Schwerpunktsystem der harten Subreaktion zu unterscheiden ist. Für die Analyse im Detektor ist natürlich die erste Definition wichtiger. In den Abbildungen 4.1 bis 4.3 sind daher diese Histogramme für den kinematischen Bereich

$$Q^2 = 10 \dots 1000 \text{ GeV}^2, \quad x = 0.001 \dots 1, \quad y = 0 \dots 1 \quad (4.1)$$

und unter Verwendung der Strukturfunktion EHLQ1 aufgetragen. Bei den $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitten wurde zusätzlich

$$p_T > 5 \text{ GeV} \quad (4.2)$$

verlangt. Er wurde auch in Hinblick auf den Vergleich mit PYTHIA eingeführt, da dort kein Y_c -Schnitt möglich ist. Aus diesem Grund wurde hier auch die transversale Näherung des Wirkungsquerschnittes, allerdings unter Berücksichtigung der Q^2 -Abhängigkeit verwendet. Für diese Histogramme wurden Valenz- und Seequarks miteinbezogen, grundsätzlich wird bis zu $n_f = 5$ gerechnet.

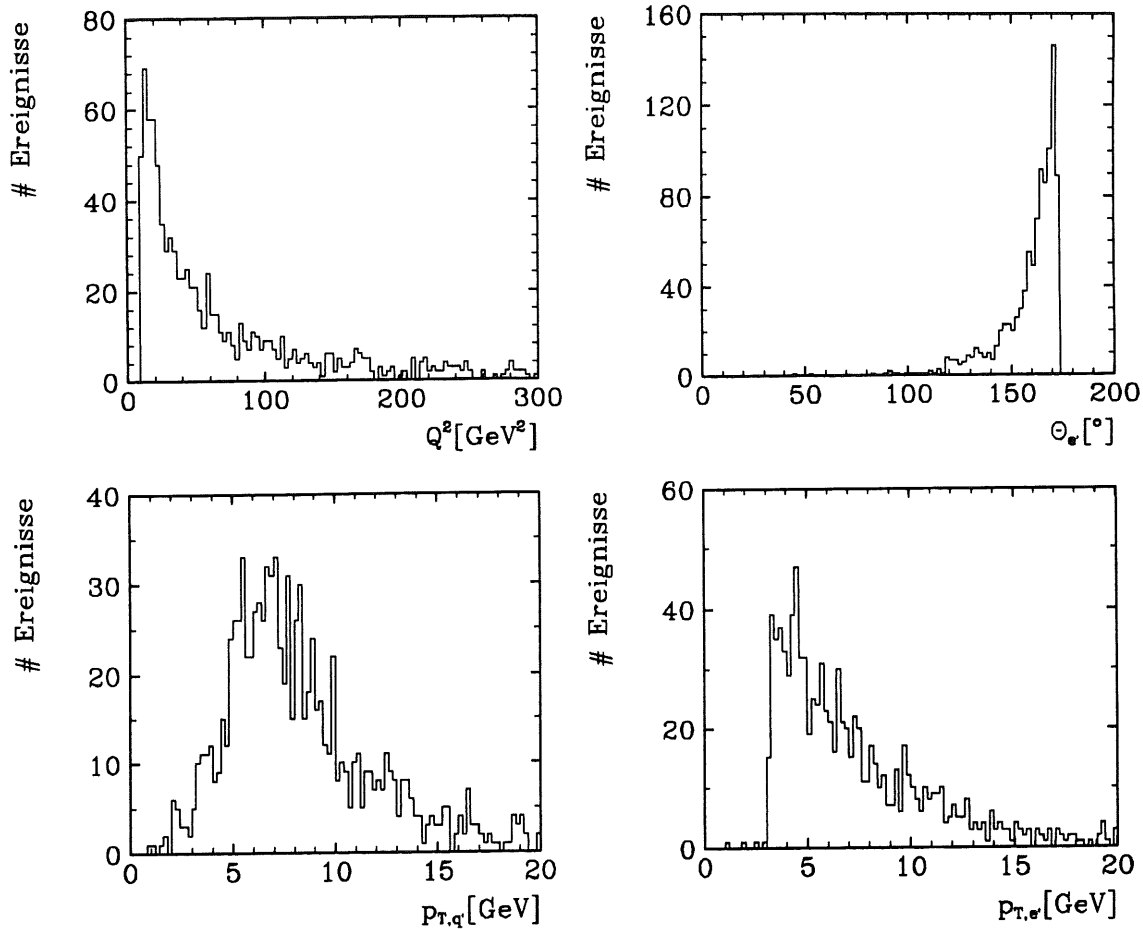
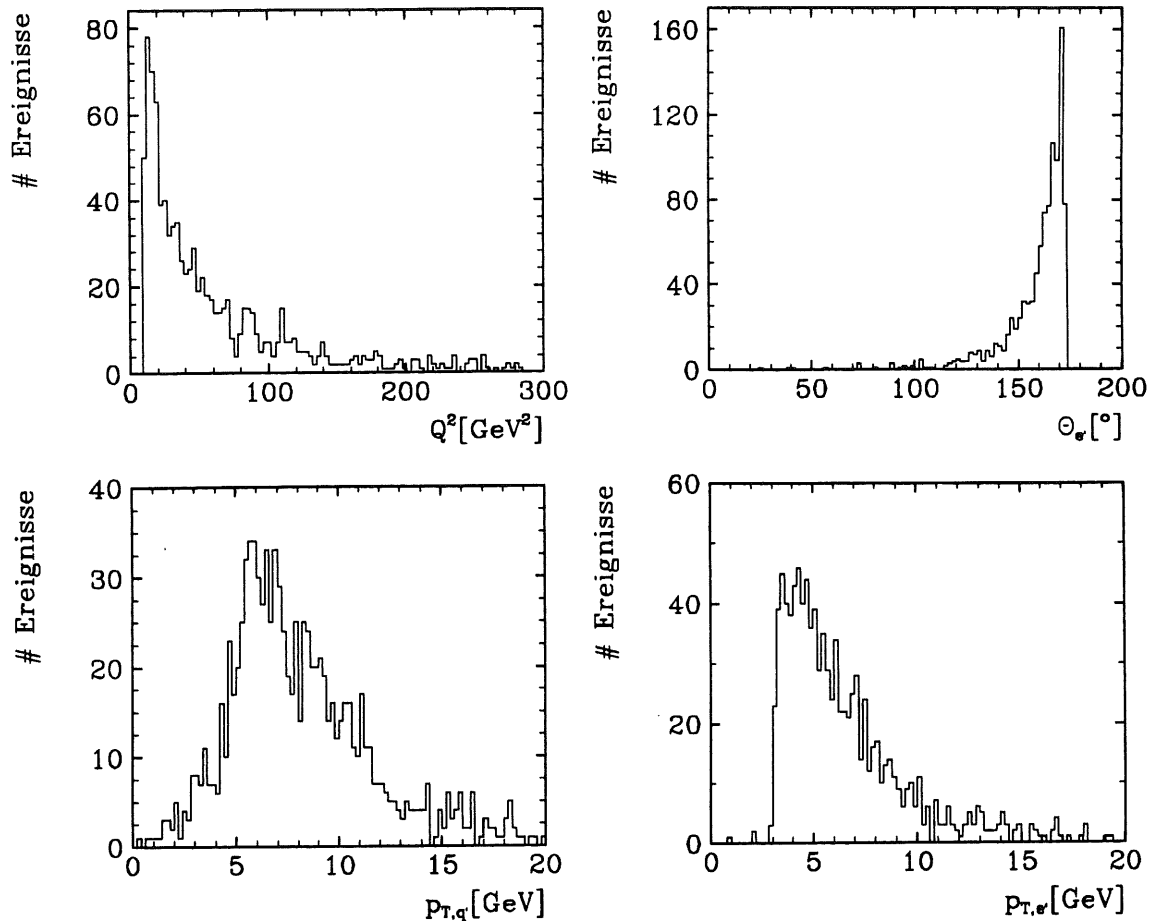


Abbildung 4.2: Einige Standardhistogramme für den QCD-Compton-Effekt, berechnet mit SMURF

Ferner wurde p_T des gestreuten Elektrons histogrammiert, und es ist deutlich zu sehen, daß beim Born-Term eine identische Verteilung bei Quark und Elektron auftritt, während der QCD-Compton-Prozeß und die γ -Gluon-Fusion durch den harten Subprozeß eine „Verschmierung“ der Verteilung beim gestreuten Quark bewirken. Diese Veränderung kommt durch das nicht kollinear einlaufende Photon zustande, welches dem Schwerpunktssystem des harten Subprozesses einen nicht in Strahlrichtung laufenden Impuls gibt und bei der Rücktransformation den beobachteten Effekt zeigt.

Außerdem ist in Abbildung 4.4 α_S für den QCD-Compton-Effekt und in Abbildung 4.5 für die γ -Gluon-Fusion gezeigt.

Darüber hinaus findet sich in der Tabelle 4.1 eine Aufstellung der Querschnitte für diesen Bereich bei SMURF und PYTHIA. Wegen der unterschiedlichen Kinematik ist nur ein direkter Vergleich beim Born-Term sinnvoll, die (2 + 1)-Jet-Raten lassen sich wegen der nicht vorhandenen Q^2 -Abhängigkeit bei PYTHIA nicht direkt vergleichen und sind lediglich der Vollständigkeit halber aufgeführt. Der Born-Term weicht stark ab, was weiter unten noch ausführlicher diskutiert wird.

Abbildung 4.3: Einige Standardhistogramme für die γ -Gluon-Fusion, berechnet mit SMURF

σ [pb]	SMURF	PYTHIA
σ_{Born}	55247	91750
σ_C	919.6	6864
σ_F	1671	20460

Tabelle 4.1: Wirkungsquerschnitte von SMURF und PYTHIA für den Phasenraumbereich 4.2 in [pb], Strukturfunktion EHLQ1

4.1.2 Vergleich mit PYTHIA

Bei der Benutzung von PYTHIA für die Generierung der Born-Term-Ereignisse fällt zunächst der sehr hohe Rechenzeitbedarf auf, da für 1000 Ereignisse typischerweise zwei CPU-Stunden auf der VAX 6000 des Physikzentrums benötigt werden. Da die Rechenzeit bei PYTHIA linear mit der Anzahl der Ereignisse wächst, ist dies als zu hoch anzusehen, um eine größere Zahl von Ereignissen zu produzieren. Außerdem sind die Wirkungsquerschnitte zu groß im Vergleich zu SMURF und LEPTO, was auch damit erklärt werden kann, daß die Q^2 -Behandlung in PYTHIA nicht vollständig richtig gelingt. Ferner ist anzunehmen, daß mit einer anderen Skala für die Berechnung der Strukturfunktionen gearbeitet wird, welches weitere Abweichungen bedingt.

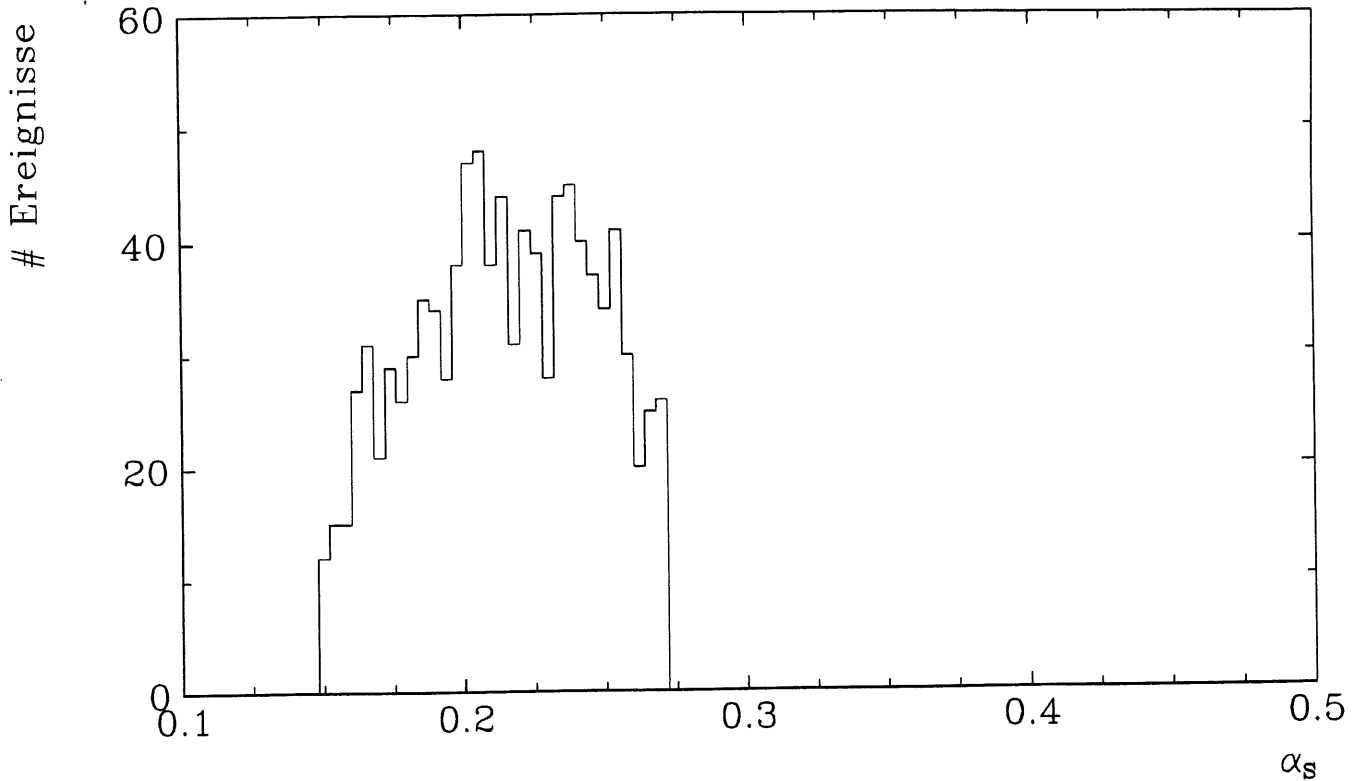


Abbildung 4.4: α_S -Verteilung für den QCD-Compton-Effekt, berechnet mit SMURF

Der Born-Term ist bei PYTHIA der einzige Prozeß, bei dem das Elektron und das ausgetauschte Photon nicht als kollinear angenommen werden. Bestimmt man aus der Ereignisliste Q^2 über das Photon direkt bzw. über das gestreute Elektron nach Gleichung 2.9, so stimmt die Verteilung mit SMURF und LEPTO überein.

Für die Bestimmung von Q^2 läßt sich über die hadronische Seite auch die Methode nach *Jacquet-Blondel* [34] verwenden. Dabei bestimmt sich y über die Summe der Differenzen aus der Energie der hadronischen Teilchen E_h und deren Dreierimpuls- z -Komponente bei Einfall des Protons in z -Richtung zu:

$$y = \sum_h \frac{E_e - p_{z,h}}{2E_e} \quad (4.3)$$

Daraus ergibt sich für Q^2 unter Verwendung des Transversalimpulses $\vec{p}_{T,h}$:

$$Q^2 = \frac{(\sum_h \vec{p}_{T,h})^2}{1 - y} \quad (4.4)$$

Wie Abbildung 4.6 zeigt, ergibt sich hier weitgehende Übereinstimmung zwischen den beiden Methoden bei PYHIA. Auch bei SMURF und LEPTO resultieren alle Methoden in dem gleichen Histogramm.

Die Bestimmung des Wirkungsquerschnittes dagegen bereitet PYTHIA offensichtlich Probleme. In Tabelle 4.2 sind einige Querschnitte aufgetragen, die zum Teil erheblich von denen aus Tabelle 4.3 von SMURF, LEPTO und DISGEN abweichen. Die nicht aufgeführten Bereiche im Vergleich zu Tabelle 4.3 hätten zu einem unvermeidbaren Rechenzeitaufwand geführt

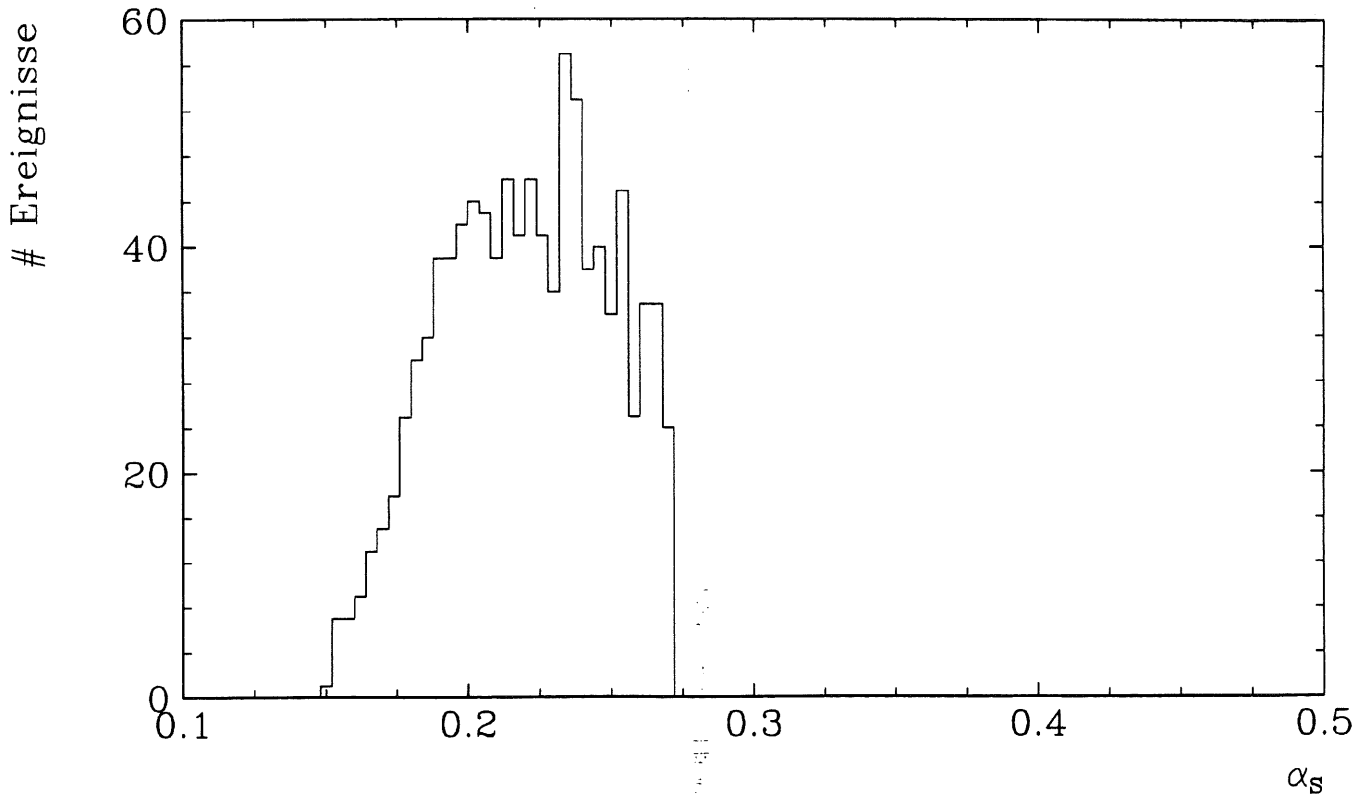


Abbildung 4.5: α_S -Verteilung für die γ -Gluon-Fusion, berechnet mit SMURF

und wurden daher nicht bestimmt.

Bei der Generierung der $(2 + 1)$ -Jet-Ereignisse, also des QCD-Compton-Effektes und der γ -Gluon-Fusion wird bei PYTHIA das Elektron immer als kollinear angenommen, ebenso das ausgetauschte Photon, was die Näherung 2.17 bedingt. Dadurch führen weder die Bestimmung von Q^2 über das Elektron noch über das Photon zu nichtverschwindenden Werten. Auch die Jacquet-Blondel-Methode erreicht keine Verbesserung.

Lediglich nach der Zuschaltung der Anfangszustandsschauerung (ISPS) ändert sich dies leicht, die Verteilungen sind in den Abbildungen 4.8 und 4.10 dargestellt. Es ist zu beachten, daß die Ordinate angepaßt wurde, der kollineare Beitrag macht fast den gesamten Anteil aus. Es wird auch sofort klar, daß dies nicht die korrekte Verteilungen sein können.

Ein weiteres Problem dieser Beschreibung liegt darin, daß der Detektor nur für $\Theta_{e'} = 5^\circ \dots 175^\circ$ sensitiv ist, so daß von PYTHIA generierte Ereignisse praktisch nie ein Elek-

x	Q^2 [GeV^2]	σ_{Born} [pb]
0.01 ... 0.03	8 ... 12	8961
0.03 ... 0.06		4517
0.06 ... 0.1		2657
0.1 ... 0.2		2661
0.01 ... 0.03	80 ... 120	0.836

Tabelle 4.2: Born-Term-Wirkungsquerschnitte von PYTHIA für einige Phasenraumbereiche, Strukturfunktion EHLQ1

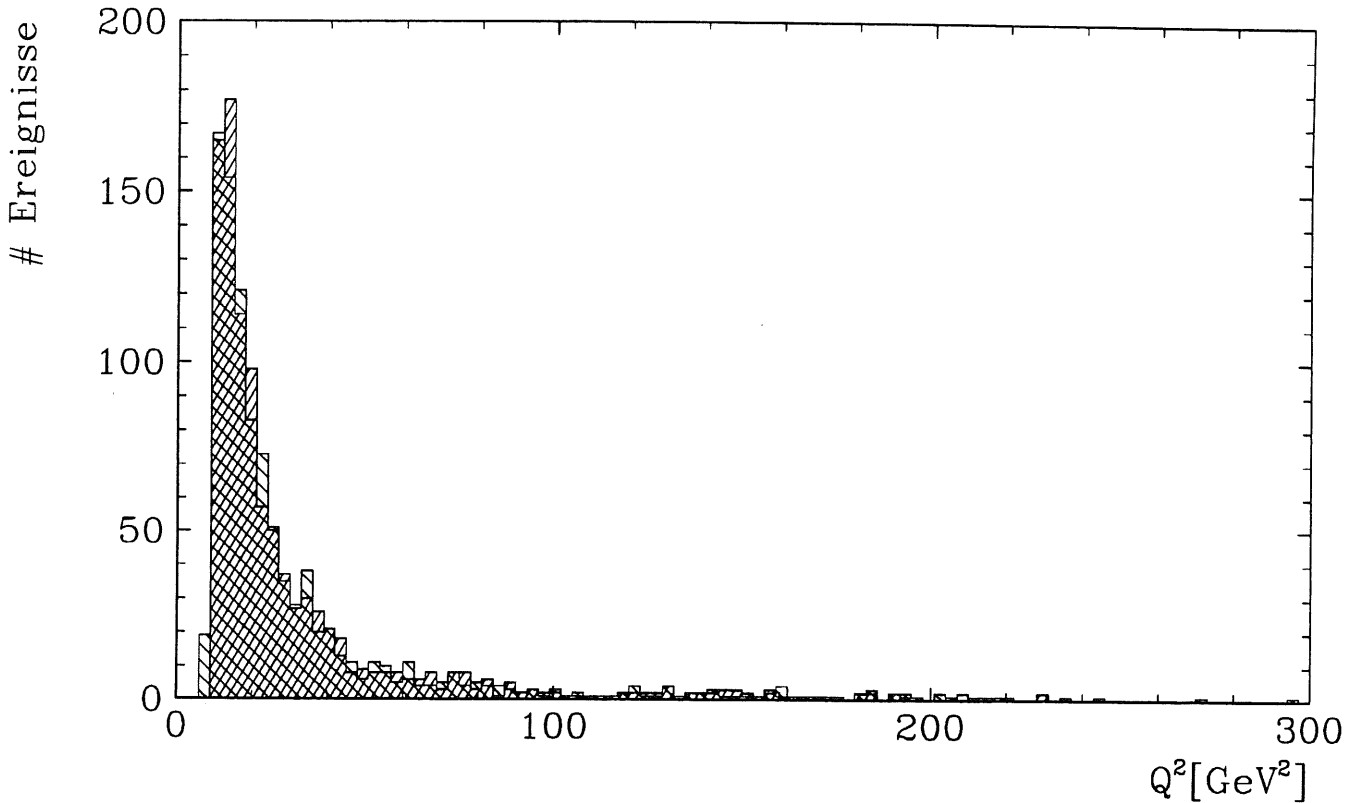


Abbildung 4.6: Vergleichshistogramm für Q^2 bei PYTHIA im Born-Term, dabei bedeutet $///$ Bestimmung von Q^2 durch die Elektronenseite und $\\ \\ \\$ nach *Jacquet-Blondel*

tron im Detektor vorhersagen würden, Ereignisse mit hohem Q^2 lassen sich also überhaupt nicht beschreiben. Dies schlägt sich ebenfalls in den Wirkungsquerschnitten nieder, die zu hoch liegen, da auch für den harten Subprozeß keine Q^2 -Berücksichtigung stattfindet, der auch bei dem transversalen Wirkungsquerschnitt vorhanden ist. Außerdem beeinflusst eine Skala, die in etwa \hat{s} ist, den Wirkungsquerschnitt deutlich.

Vergleicht man die p_T -Verteilungen des gestreuten Quarks, so läßt sich weitgehende Übereinstimmung feststellen (vgl. Abbildungen 4.7 und 4.9). Allerdings sind die Verteilungen gegenüber SMURF leicht verschoben, was dadurch erklärt werden kann, daß bei SMURF ein Q^2 -Schnitt gemacht werden mußte, um den Pol bei der Integration zu vermeiden (hier sind die Verteilungen im Schwerpunktssystem der harten Subreaktion aufgetragen, da sie wegen der Q^2 -Abhängigkeit bei SMURF nur hier vergleichbar sind).

Darüber hinaus ist durch die Kollinearität des Photons im einlaufenden harten Subprozeß kein Transversalimpuls vorhanden, wodurch die Größe p_T in diesem Schwerpunktssystem und im Laborsystem invariant ist. Bei SMURF dagegen verschmiert durch das nichtkollineare Photon natürlich die p_T -Verteilung im Laborsystem, was leicht aus den Abbildungen 4.2 und 4.3 gesehen werden kann.

Aus den erwähnten Gründen erscheint PYTHIA für die Beschreibung der tief inelastischen Streuung, speziell für große Q^2 , ungeeignet, und daher wurden im Weiteren keine detaillierteren Untersuchungen mehr mit diesem Generator gemacht.

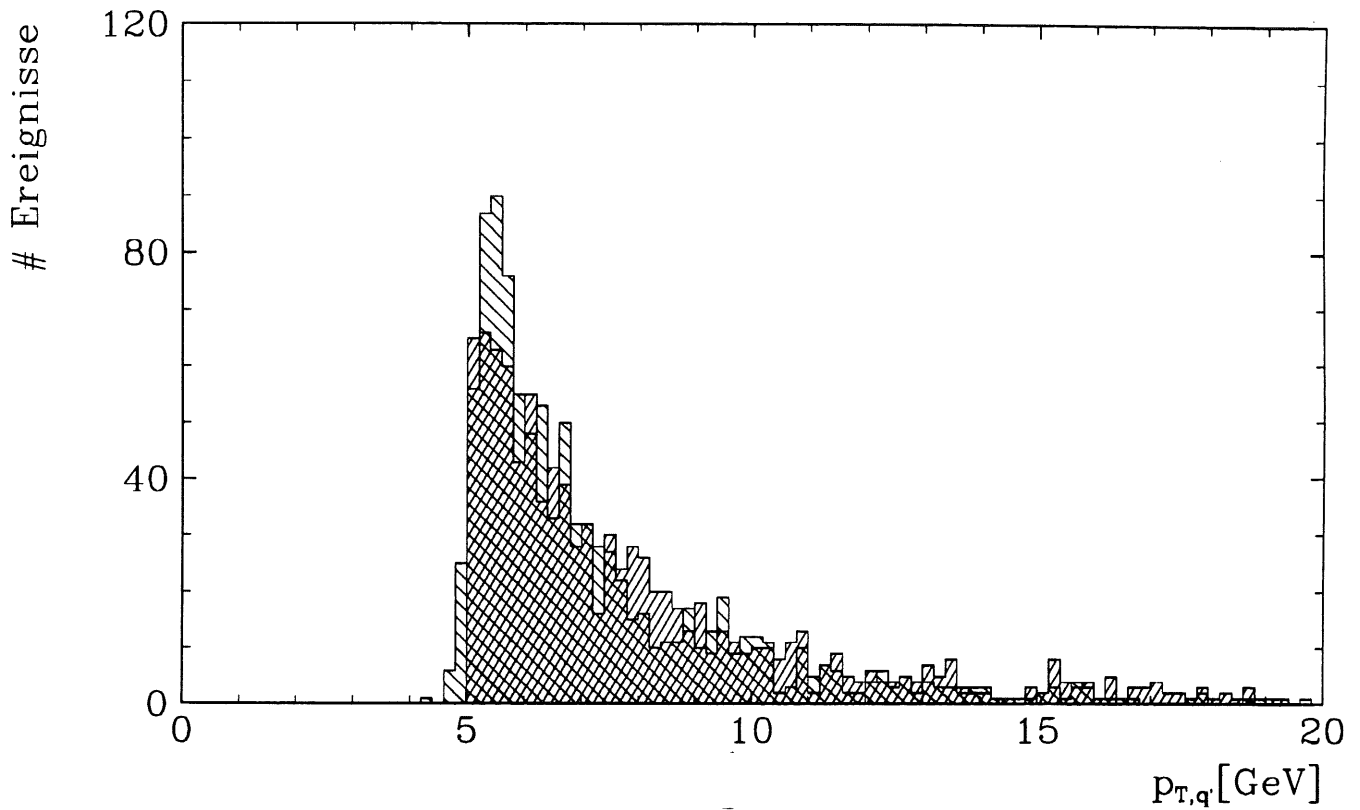


Abbildung 4.7: Vergleichshistogramm für $p_{T,q}$ zwischen PYTHIA und SMURF beim QCD-Compton-Effekt im Schwerpunkssystem des harten Subprozesses, dabei bedeutet

/// SMURF und \\\ PYTHIA

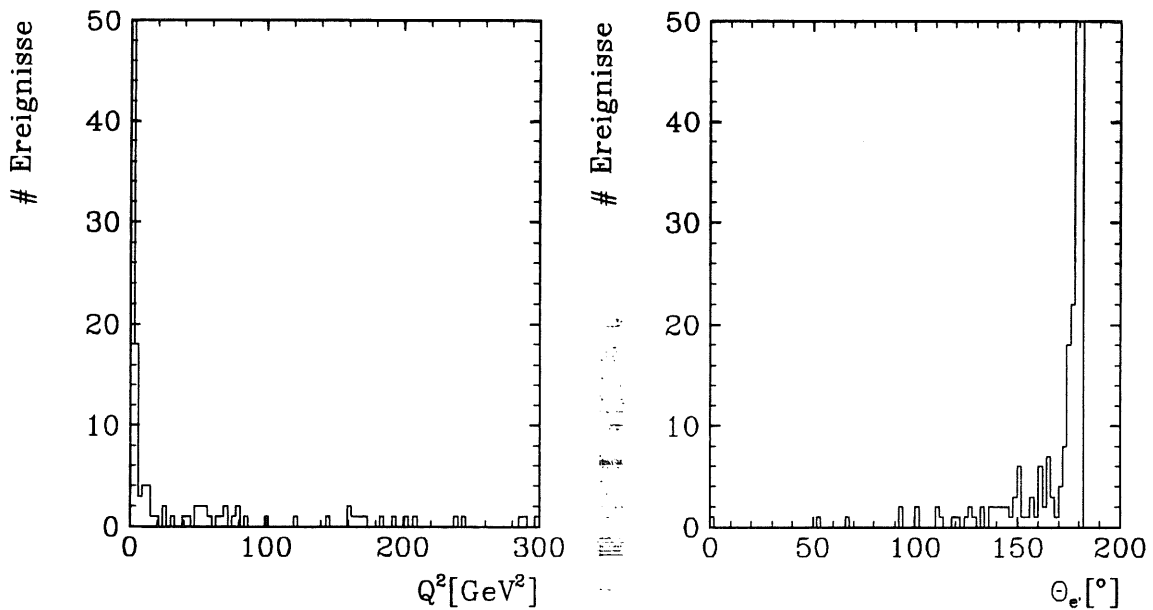


Abbildung 4.8: Q^2 -Verteilung von PYTHIA beim QCD-Compton-Effekt mit ISPS; der Histogrammeintrag für $Q^2 = 0$ bzw. $\Theta_e = 180^\circ$ umfaßt fast alle Ereignisse, daher wurde die Ordinate angepaßt

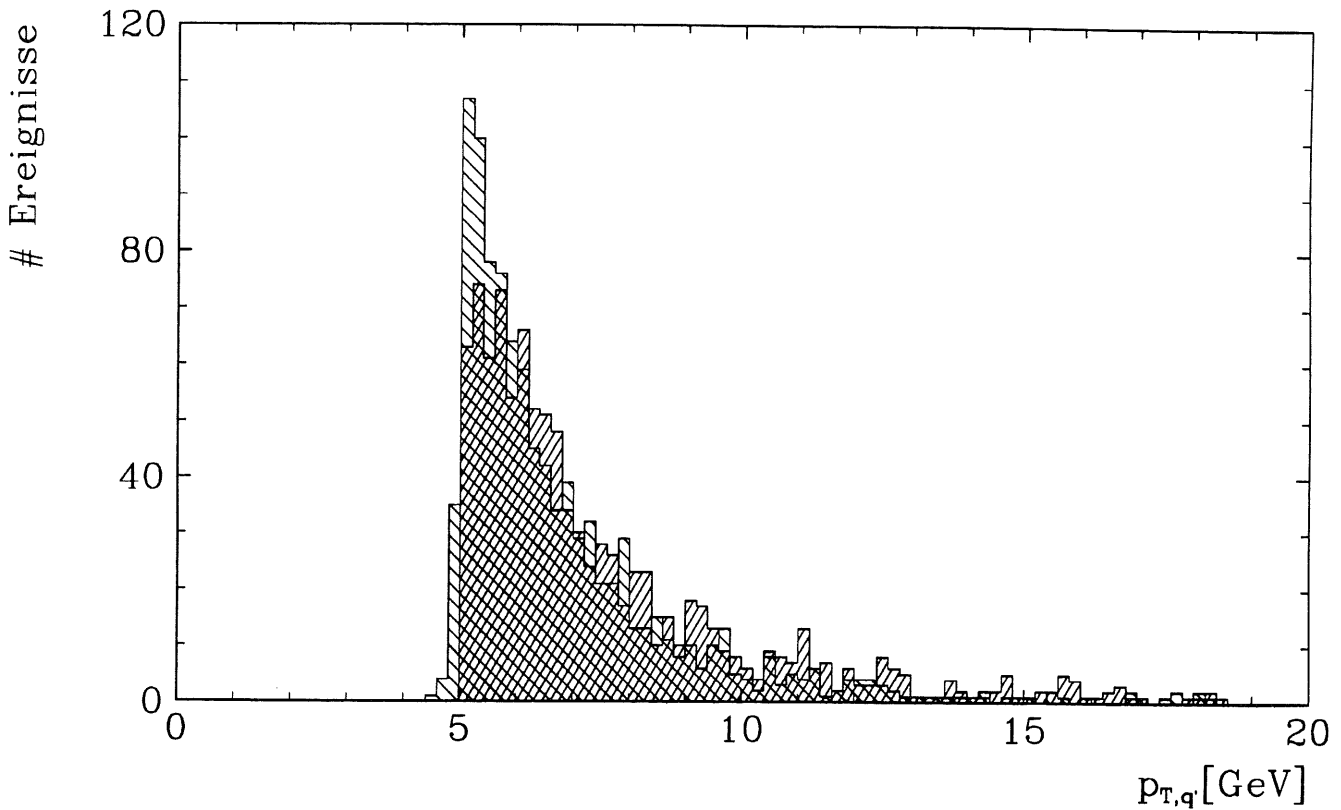


Abbildung 4.9: Vergleichshistogramm für $p_{T,q'}$ zwischen PYTHIA und SMURF bei der γ -Gluon-Fusion im Schwerpunktssystem des harten Subprozesses, dabei bedeutet //// SMURF und \\ \\ \\ PYTHIA

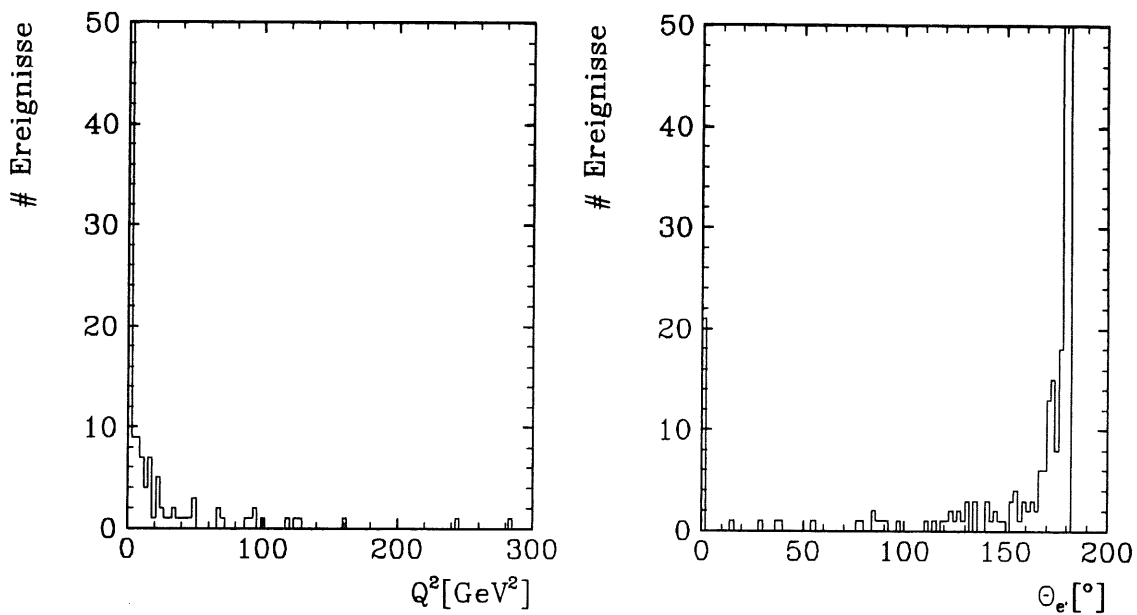


Abbildung 4.10: Q^2 -Verteilung von PYTHIA bei der γ -Gluon-Fusion mit ISPS; der Histogrammeintrag für $Q^2 = 0$ bzw. $\Theta_{e'} = 180^\circ$ umfaßt fast alle Ereignisse, daher wurde die Ordinate angepaßt

x	Q^2 [GeV^2]	DISGEN / SMURF	LEPTO 5.2	LEPTO 6.1	Δ [%]
0.01 ... 0.03	8 ... 12	4101	4110	4321	5.1
0.03 ... 0.06		2674	2679	2814	5.0
0.06 ... 0.1		1958	1961	2061	5.1
0.1 ... 0.2		2504	2508	2636	5.1
0.2 ... 0.3		1246	1248	1310	4.7
0.3 ... 0.5		1052	1054	1118	6.1
0.01 ... 0.03		80 ... 120	571.9	577.5	616.3
0.03 ... 0.06	328.4		330.2	354.2	7.2
0.06 ... 0.1	217.7		218.2	234.8	7.6
0.1 ... 0.2	249.9		250.4	269.5	7.6
0.2 ... 0.3	111.1		111.4	119.8	7.5
0.3 ... 0.5	83.96		84.12	90.55	7.6

Tabelle 4.3: Vergleich von Born-Term-Wirkungsquerschnitten verschiedener Generatoren, Querschnitte in [pb], Strukturformel EHLQ1, Δ gibt die Abweichung von LEPTO 6.1 an

4.1.3 Vergleich mit LEPTO

Um SMURF mit LEPTO zu vergleichen, wurde zunächst der Born-Term genauer untersucht. Dabei zeigte sich in den in Tabelle 4.3 aufgeführten kinematischen Bereichen weitgehende Übereinstimmung zwischen den einzelnen Generatoren. Interessanterweise weichen die Querschnitte von LEPTO 6.1 leicht von den anderen berechneten ab, auch von der alten Version 5.2. Die Ursache läßt sich nicht genau feststellen, könnte aber in der angewandten Näherung für die Betrachtung der (2+1)-Jet-Querschnitte liegen, die zur Implementierung weiterer Eigenschaften geändert wurde.

Andererseits stimmen die Verteilungen für Q^2 und $\Theta_{e'}$ zwischen LEPTO und SMURF gut miteinander überein, in den Abbildungen 4.12 und 4.13 sind sie für den QCD-Compton-Effekt und die γ -Gluon-Fusion dargestellt. Dabei ist zu bemerken, daß LEPTO den Wirkungsquerschnitt zunächst lediglich im Born-Term berechnet und davon ausgeht, daß die Korrekturen zum (2 + 1)-Jet-Querschnitt klein sind. Dies ist im allgemeinen auch richtig, wenn man analog zur QED annimmt, daß sich in der ersten Ordnung der Korrekturfaktor

$$\sigma_{(2+1)\text{-Jet}} = \sigma_{(1+1)\text{-Jet}} \frac{\alpha_S}{2\pi} \quad (4.5)$$

als zusätzlicher Beitrag zum Wirkungsquerschnitt ergibt, was natürlich durch den größeren Wert von α_S nur in einem weit eingeschränkteren Bereich gültig ist (und bei der Berücksichtigung longitudinaler Beiträge gar nicht mehr gilt).

Durch diese Näherung muß der entsprechende Anteil für die (2 + 1)-Jet-Prozesse über das Verhältnis der Ereignisraten berechnet werden, was je nach betrachtetem Bereich zu einigen Abweichungen führen kann. LEPTO bestimmt lediglich den gesamten Wirkungsquerschnitt und die Anzahl der je nach „Jetart“ generierten Ereignisse. Daraus muß nun über Verhältnisbildung der entsprechende Jetquerschnitt ermittelt werden. Wie erwähnt, ist dieses Vorgehen nicht in allen Phasenraumbereichen korrekt, außerdem gibt es je nach der Anzahl der generierten Ereignisse statistische Genauigkeitsprobleme bei der Querschnittsbestimmung. Es stellte sich dabei heraus, daß LEPTO zu große Werte produzierte, was für den kinematischen Bereich

$$Q^2 = 100 \dots 121 GeV^2, \quad x = 0.01 \dots 0.02, \quad y = 0 \dots 1 \quad (4.6)$$

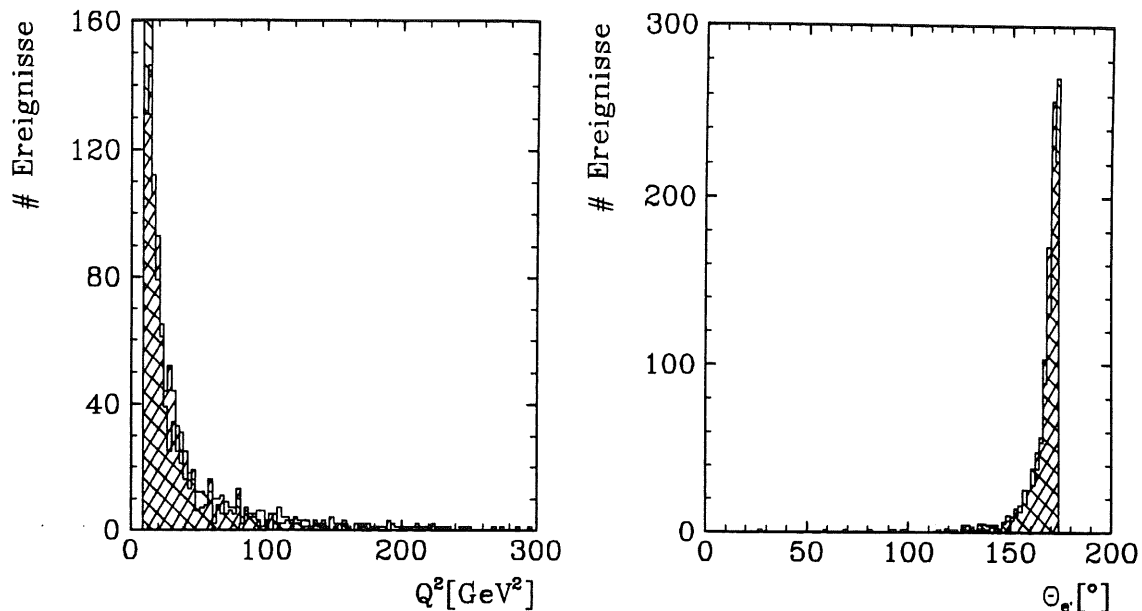


Abbildung 4.11: Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$ zwischen LEPTO und SMURF beim Born-Term, dabei bedeutet $\boxed{///}$ SMURF und $\boxed{\\}$ LEPTO

und unter Verwendung von EHLQ1 in den Abbildungen 4.14 bis 4.16 für den transversalen (bei SMURF auch für den longitudinalen Bereich) Anteil dargestellt ist [35]. Hier zeigen sich auch die statistischen Probleme bei größer werdendem Y_c . Der Grund für die Wahl des engen Bereiches liegt darin, daß Effekte der Aufintegration oder von Strukturfunctionswerten möglichst reduziert werden sollten, um fast einen Phasenraumpunkt zu beschreiben. Abbildung 4.14 zeigt den gesamten Querschnitt, der auch für LEPTO bestimmt wurde, die Abbildungen 4.15 und 4.16 enthalten übereinstimmende Querschnitte von SMURF und dem Integrationsprogramm aus [9]. In [9] wird der Querschnitt in der Ordnung α_S^2 bestimmt und kann auch für die Ordnung α_S ermittelt werden, wobei allerdings darauf zu achten ist, daß die Zerlegung des Lepton-Hadron-Tensors in [9] eine andere ist als die in dieser Arbeit benutzte [36], was entsprechend bei der Berechnung des Querschnitts berücksichtigt wurde. Damit ist gezeigt, daß SMURF die (2 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von Y_c richtig ermittelt und entsprechend Ereignisse würfelt, welches offensichtlich bei LEPTO nicht der Fall ist.

Da die einzige direkte Wirkungsquerschnittsangabe von LEPTO der gesamte Querschnitt ist, wird die Abweichung durch den Übergang von LEPTO 5.2 nach LEPTO 6.1 noch vergrößert, da bei LEPTO 6.1 die Querschnitte leicht über denen von LEPTO 5.2 liegen. Aber bereits LEPTO 5.2 zeigt die beschriebenen Abweichungen.

Für einen weiteren Bereich,

$$Q^2 = 100 \dots 1000 \text{ GeV}^2, \quad x = 0.01 \dots 0.6 \quad y = 0 \dots 1, \quad (4.7)$$

der ebenfalls mit [35] verglichen wurde und Übereinstimmung ergab, sind die Wirkungsquerschnitte in den Abbildungen 4.17 bis 4.19 angegeben. Weitere Betrachtungen zu Jetraten findet sich auch in [37].

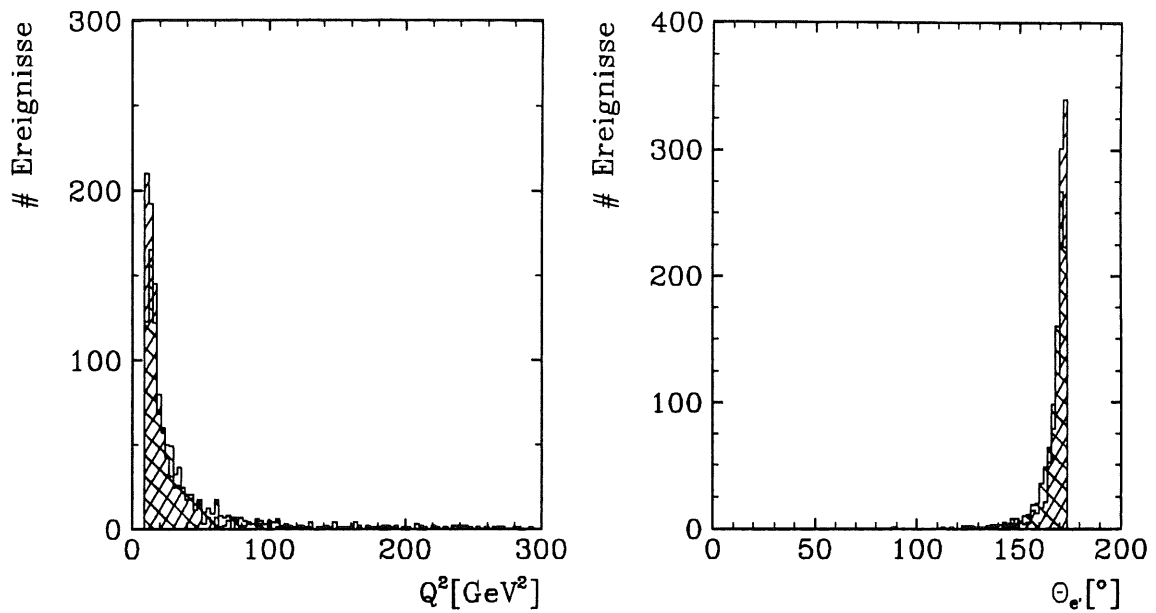


Abbildung 4.12: Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$ zwischen LEPTO und SMURF beim QCD-Compton-Effekt, dabei bedeutet $\begin{array}{|c|} \hline \diagup \diagdown \\ \hline \end{array}$ SMURF und $\begin{array}{|c|} \hline \diagdown \diagup \\ \hline \end{array}$ LEPTO

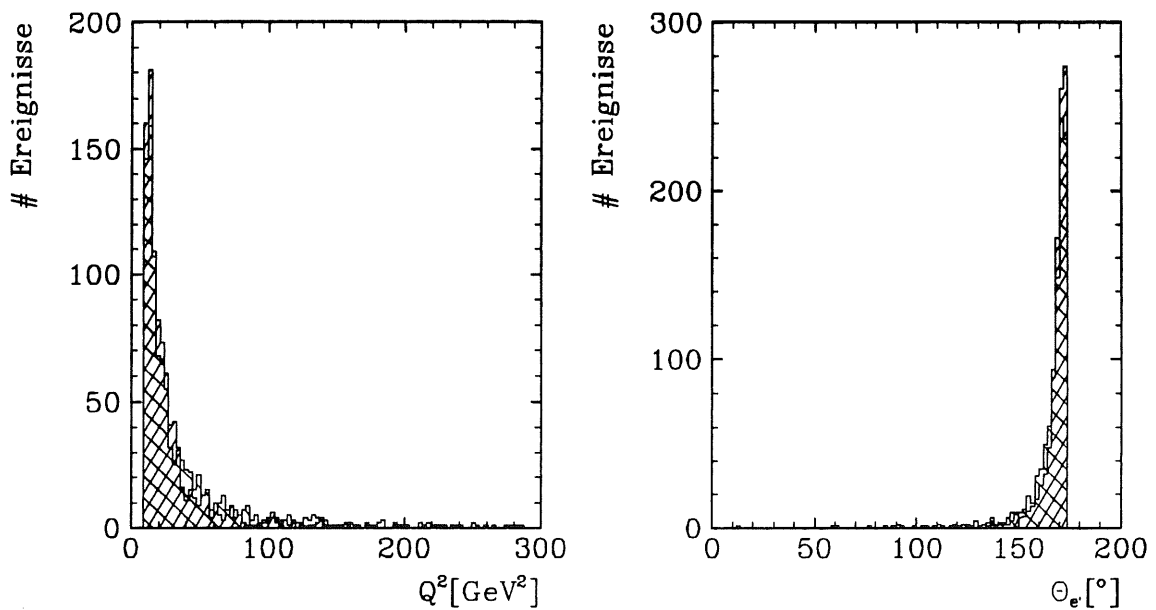


Abbildung 4.13: Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$ zwischen LEPTO und SMURF bei der γ -Gluon-Fusion, dabei bedeutet $\begin{array}{|c|} \hline \diagup \diagdown \\ \hline \end{array}$ SMURF und $\begin{array}{|c|} \hline \diagdown \diagup \\ \hline \end{array}$ LEPTO

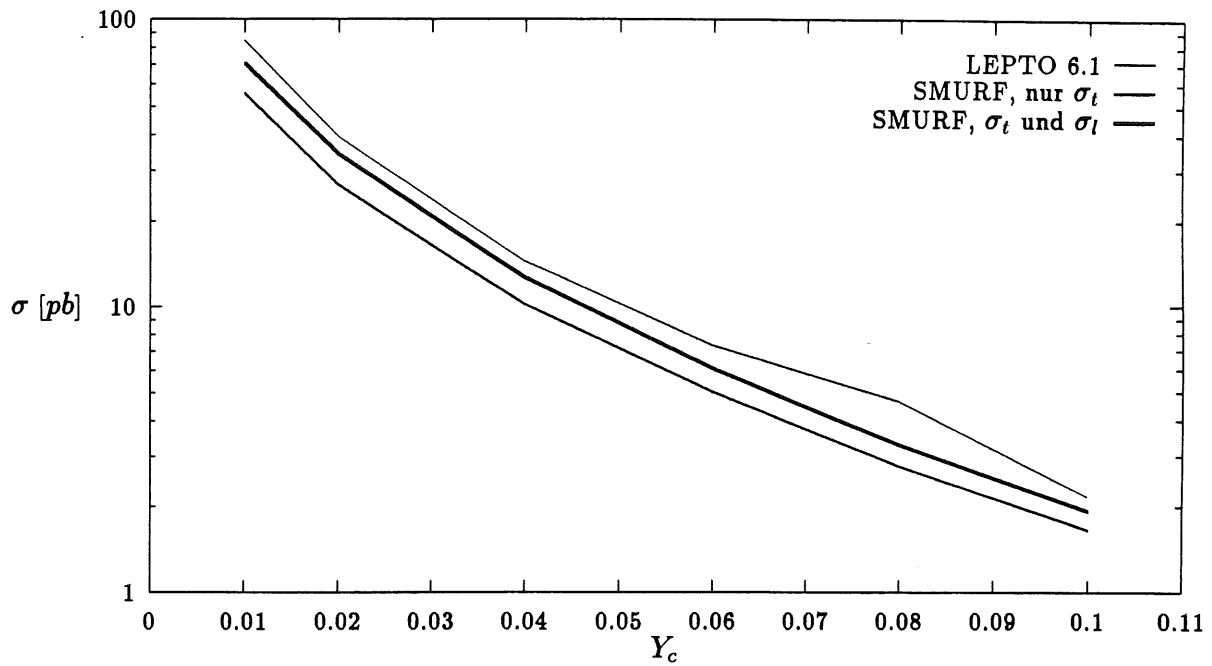


Abbildung 4.14: Vergleich des (2 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.6

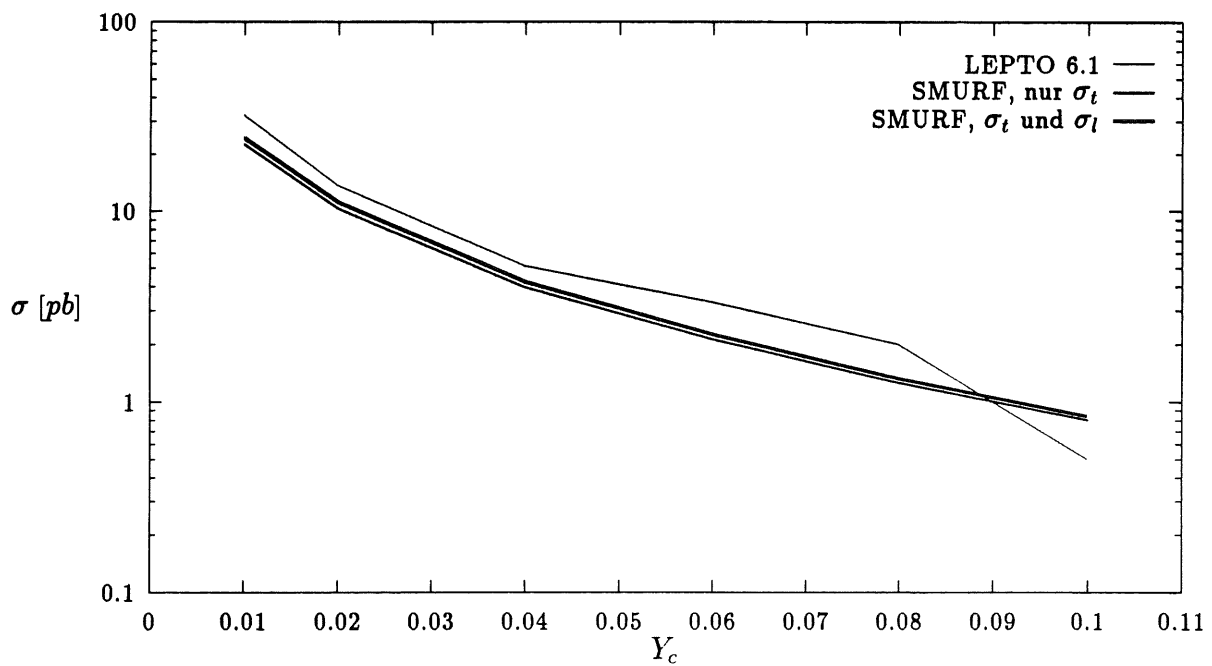


Abbildung 4.15: Der Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.6

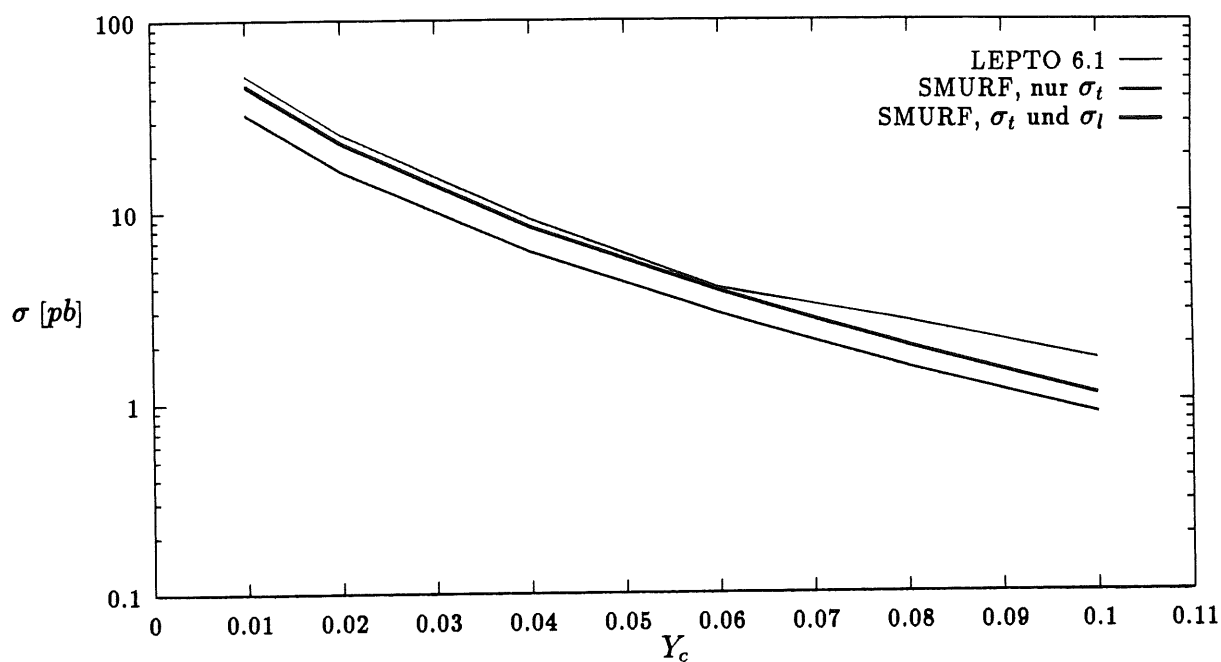


Abbildung 4.16: Der Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.6

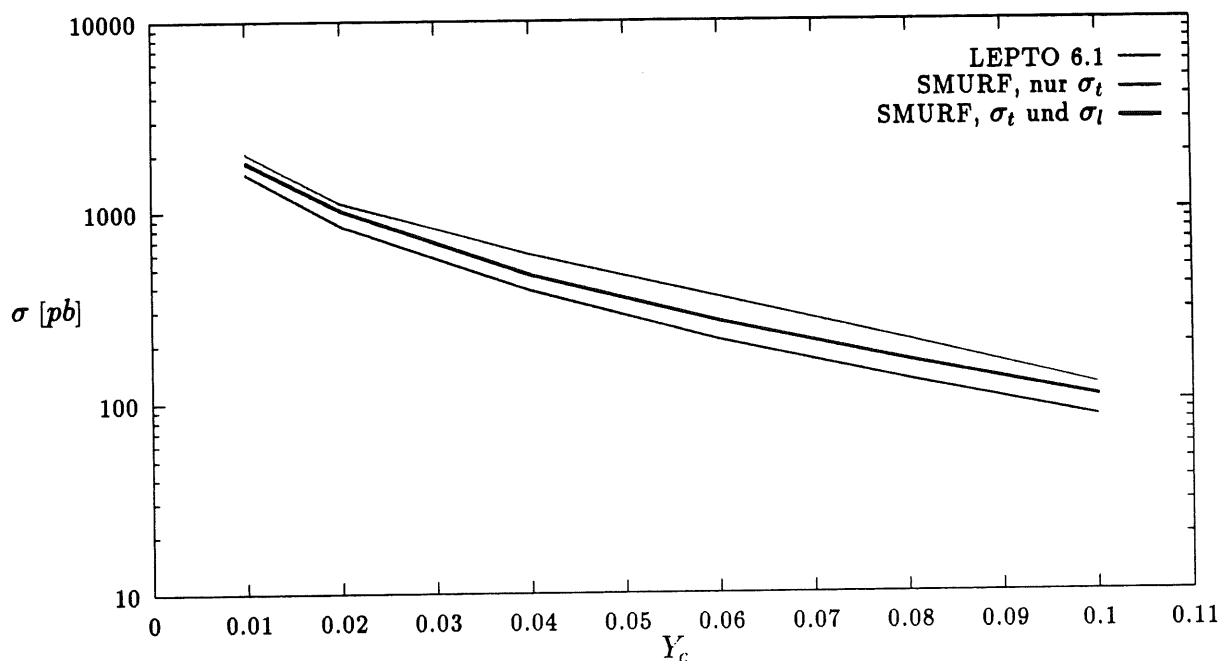


Abbildung 4.17: Vergleich des (2 + 1)-Jet-Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.7

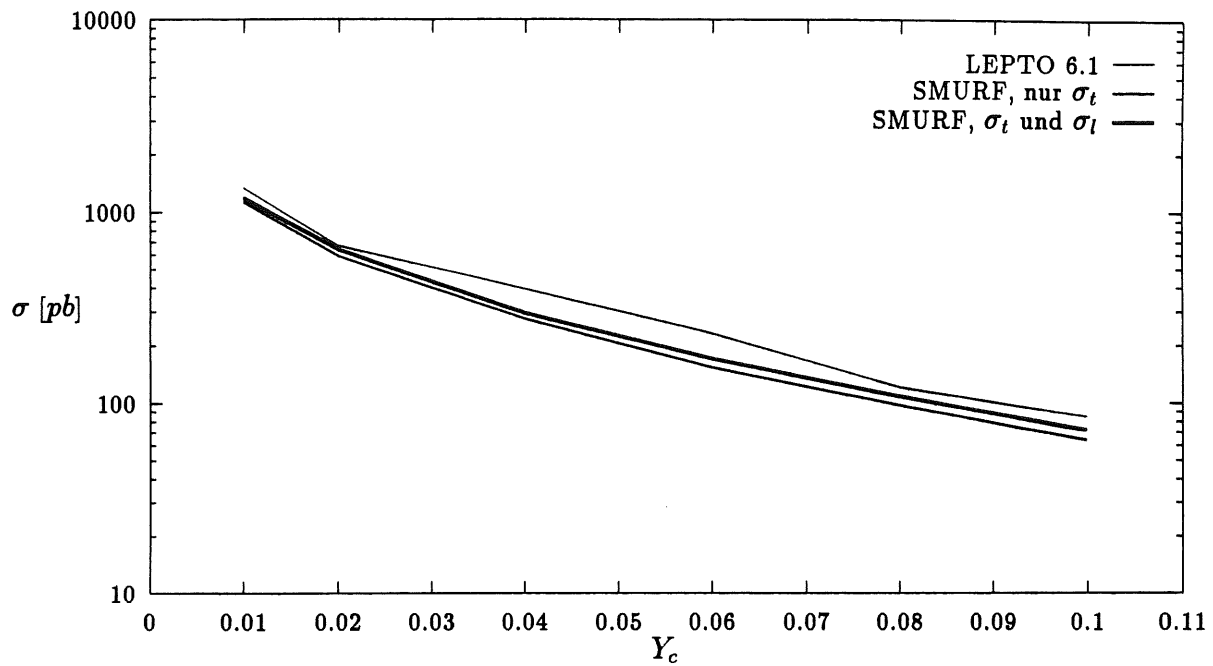


Abbildung 4.18: Der Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.7

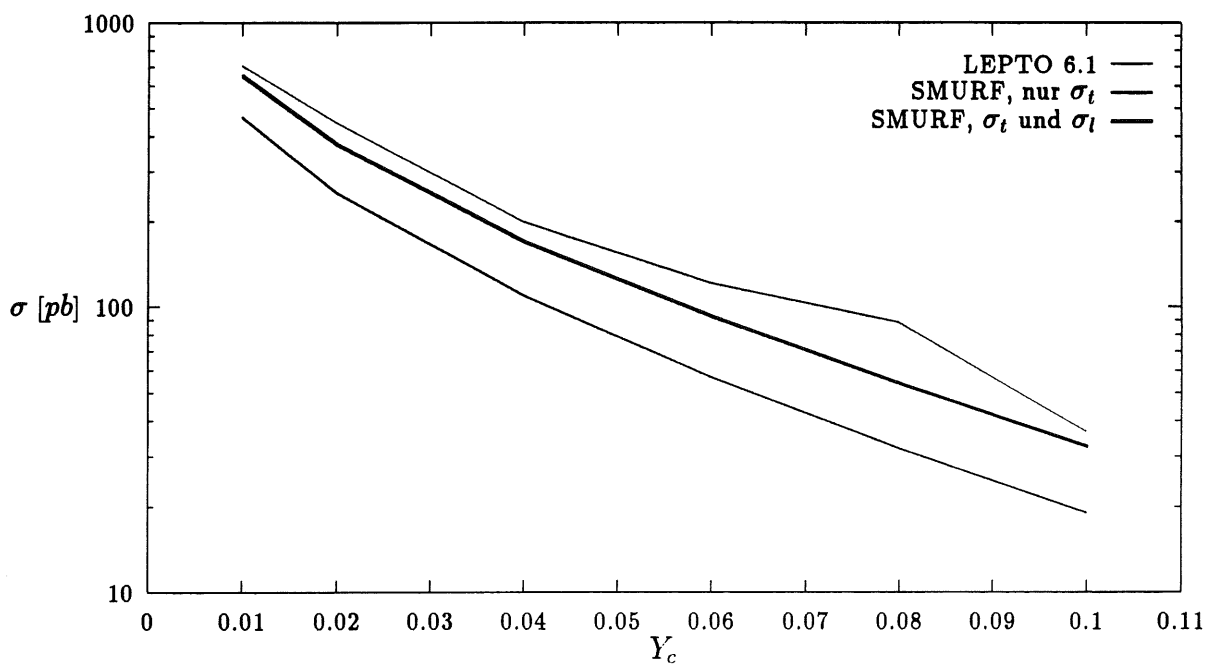


Abbildung 4.19: Der Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.7

4.2 Der longitudinale Querschnitt

Sowohl bei LEPTO 6.1 als auch SMURF kann der longitudinale Querschnitt zusätzlich zum transversalen Anteil zugeschaltet werden. Es zeigte sich aber in Vergleichen, daß die longitudinale Korrektur von LEPTO in den oben untersuchten Bereichen 4.6 und 4.7 keinen signifikanten Effekt verursachte. Verglichen mit SMURF, bei dem die longitudinale Korrektur deutlich erkennbar ist (vgl. Abbildungen 4.14 bis 4.19), ergibt sich kein nachweisbarer Effekt für LEPTO 6.1, so daß hier nicht mehr mit LEPTO verglichen wird, zumal bereits der transversale Anteil bei LEPTO abweicht.

Unter Benutzung der Strukturfunktion EHLQ1 ergaben sich für den Bereich 4.7 und $Y_c = 0.01$ die Verteilungen 4.20 bis 4.23. Es zeigt sich, daß die longitudinalen Anteile bei Q^2 und Θ_e kaum einen Einfluß haben, dagegen läßt sich für die p_T -Verteilung eine leichte Verschiebung ablesen.

Weit deutlicher erscheinen aber die Abweichungen beim Wirkungsquerschnitt, und hier dürfte deren Meßbarkeit auch leichter sein; Tabelle 4.4 stellt die verschiedenen Werte dar und macht auch die Abweichungen deutlich, die bereits in den Abbildungen 4.17 bis 4.19 sichtbar wurden.

σ -Form	QCD-Compton-Effekt	γ -Gluon-Fusion
nur σ_t	1136	464.7
mit σ_t und σ_l	1185	649.8

Tabelle 4.4: Vergleich der verschiedenen Wirkungsquerschnittsformen von SMURF für den Bereich 4.7 und $Y_c = 0.01$, in $[pb]$

Für die weiteren Betrachtungen wird ein kleinerer Phasenraumbereich gewählt, der auch Aussagen über Strukturfunktionsbestimmungen erlaubt. Die Abbildungen 4.24 bis 4.26 zeigen für den Strukturfunktionssatz MT, B1 im DIS-Schema Jetraten im Phasenraumbereich

$$Q^2 = 80 \dots 120 GeV^2, \quad x = 0.01 \dots 0.03, \quad y = 0 \dots 1 \quad (4.8)$$

in Abhängigkeit von Y_c . Wie aus allen bisherigen Darstellungen deutlich wurde, hat die γ -Gluon-Fusion im allgemeinen einen größeren longitudinalen Anteil als der QCD-Compton-Effekt.

Außerdem ist in Abbildung 4.27 die Entwicklung des Wirkungsquerschnittes für verschiedene x dargestellt. Dabei ist:

$$Q^2 = 80 \dots 120 GeV^2, \quad Y_c = 0.01 \quad (4.9)$$

Der kleine Q^2 -Bereich dient wiederum der Konzentration auf den harten Subprozeß. Bei der x -Integration wurden die Grenzen jeweils 10% über und unter dem betrachteten Punkt gesetzt. Man sieht, daß die Bedeutung der einzelnen Prozesse je nach Phasenraumpunkt unterschiedlich ist. Besonders auffällig ist die Dominanz der γ -Gluon-Fusion für kleine x , während hin zu größeren x der QCD-Compton-Effekt den wichtigeren Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefert.

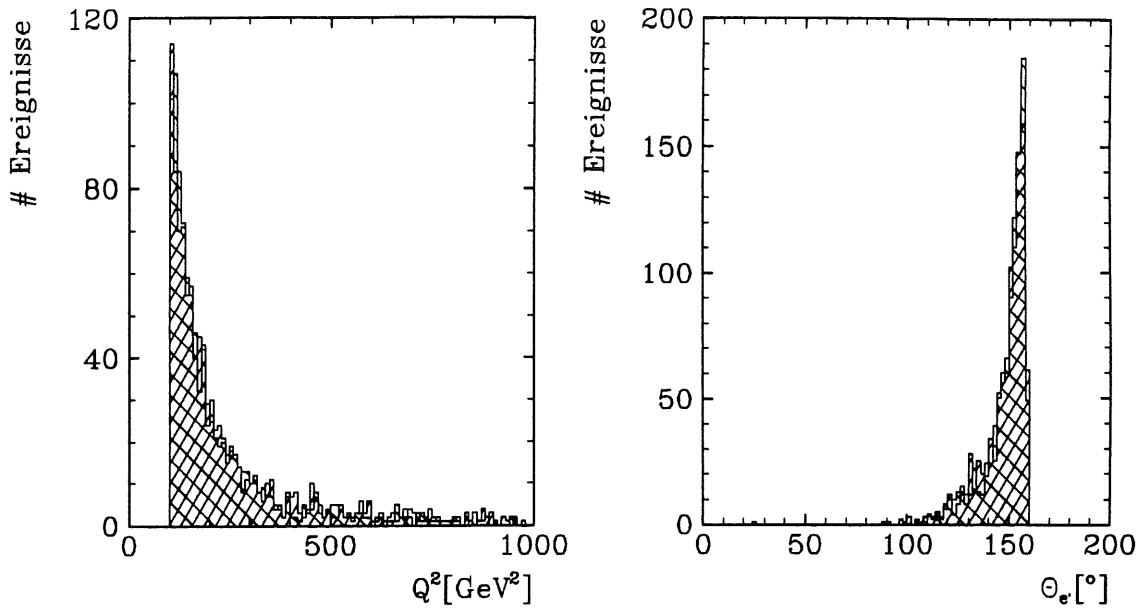


Abbildung 4.20: Vergleichshistogramme für Q^2 und Θ_e von SMURF mit und ohne Berücksichtigung von σ_l beim QCD-Compton-Effekt, dabei bedeutet $\boxed{///}$ nur σ_l und $\boxed{\\ \\ \\}$ mit σ_l

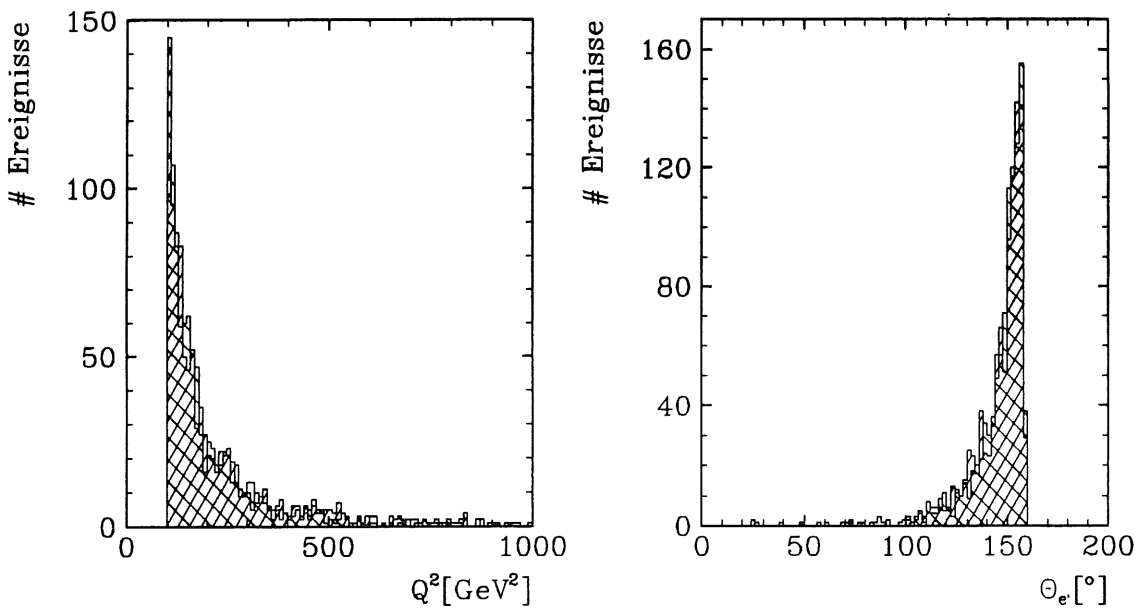


Abbildung 4.21: Vergleichshistogramme für Q^2 und Θ_e von SMURF mit und ohne Berücksichtigung von σ_l bei der γ -Gluon-Fusion, dabei bedeutet $\boxed{///}$ nur σ_l und $\boxed{\\ \\ \\}$ mit σ_l

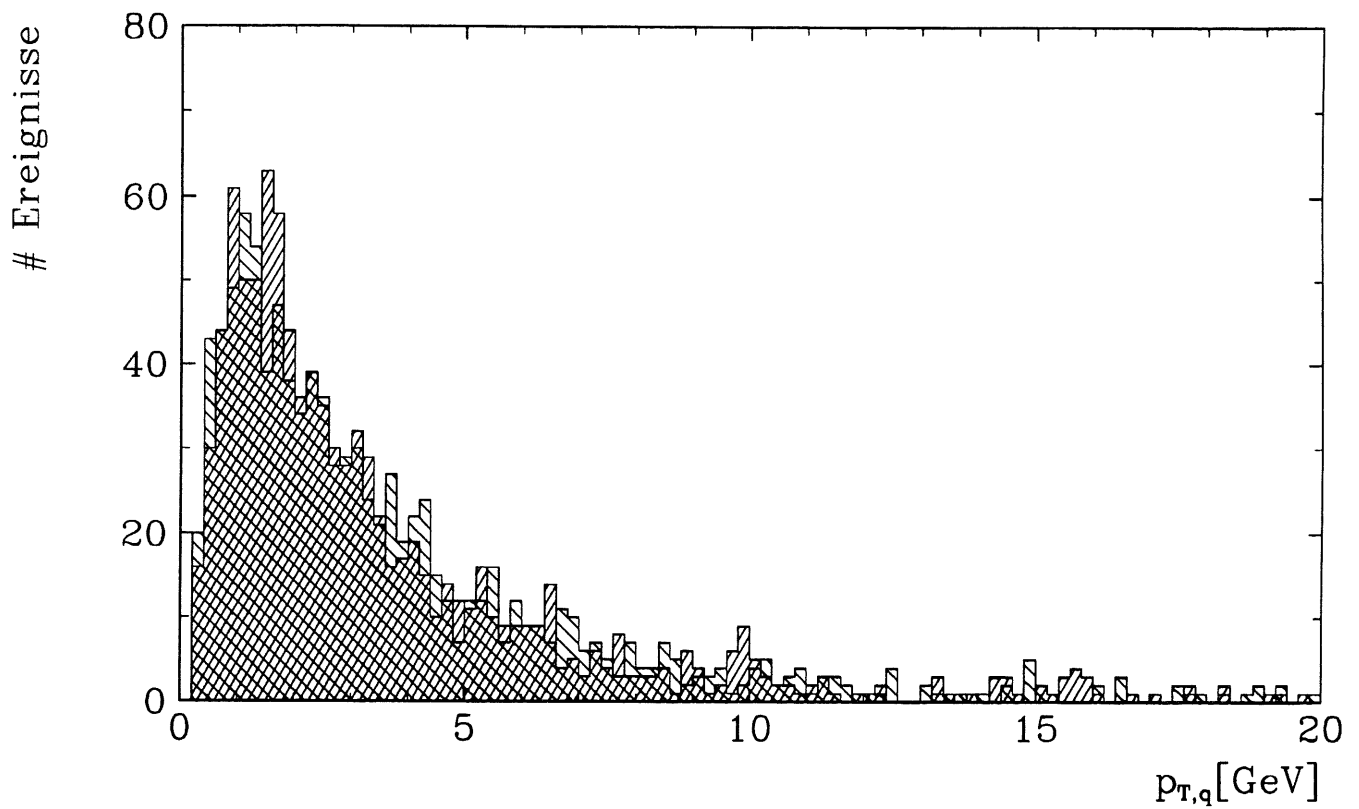


Abbildung 4.22: Vergleichshistogramm für $p_{T,q'}$ von SMURF beim QCD-Compton-Effekt im Schwerpunkssystem des harten Subprozesses, dabei bedeutet $///$ nur transversaler Anteil und $\\$ auch Berücksichtigung von σ_l

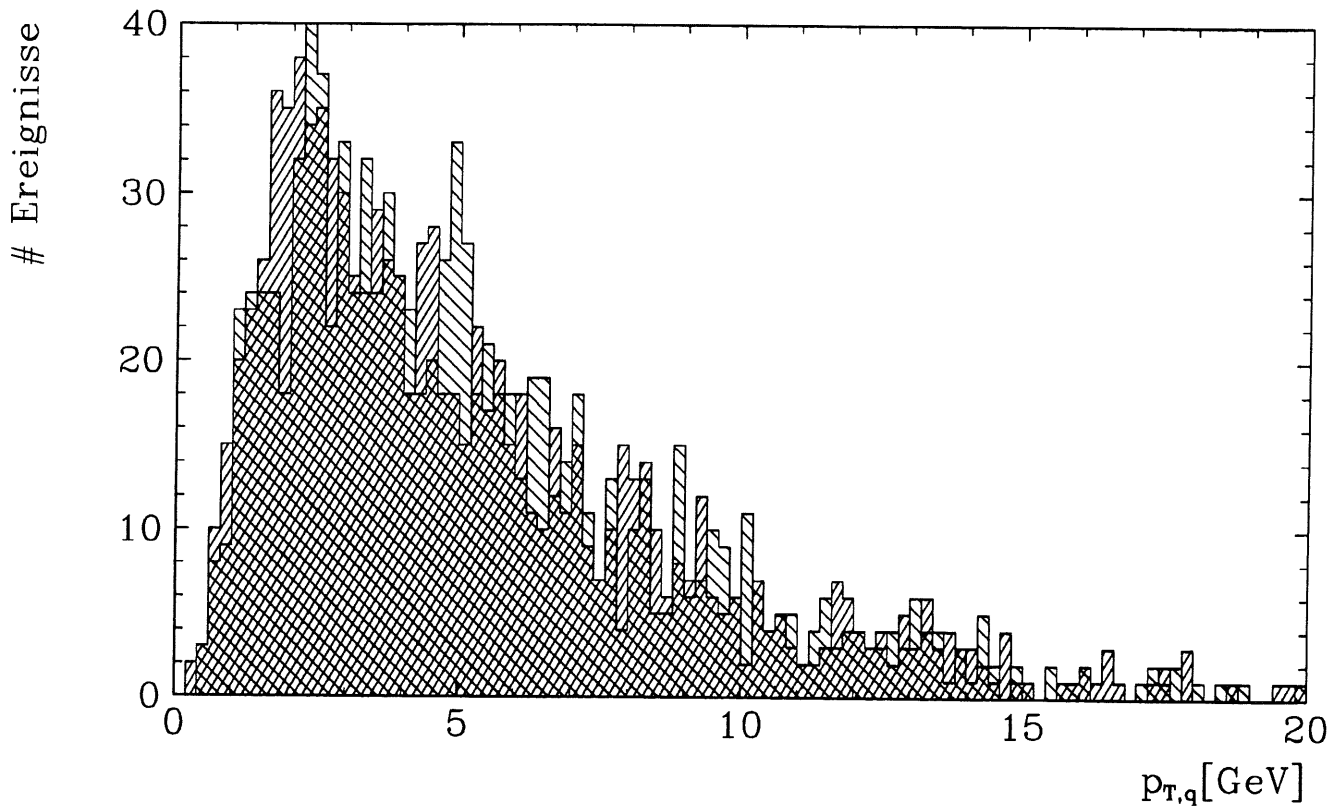


Abbildung 4.23: Vergleichshistogramm für $p_{T,q'}$ von SMURF bei der γ -Gluon-Fusion im Schwerpunktssystem des harten Subprozesses, dabei bedeutet $///$ nur transversaler Anteil und $\\$ auch Berücksichtigung von σ_l

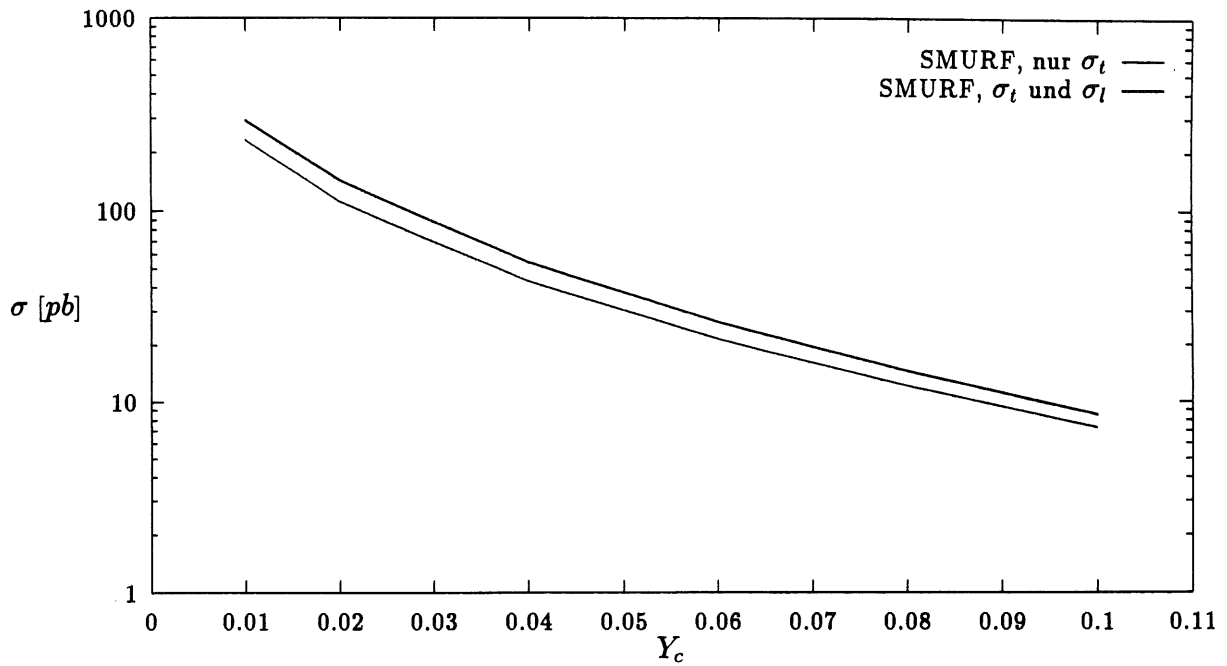


Abbildung 4.24: Vergleich des $(2 + 1)$ -Jet-Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.8

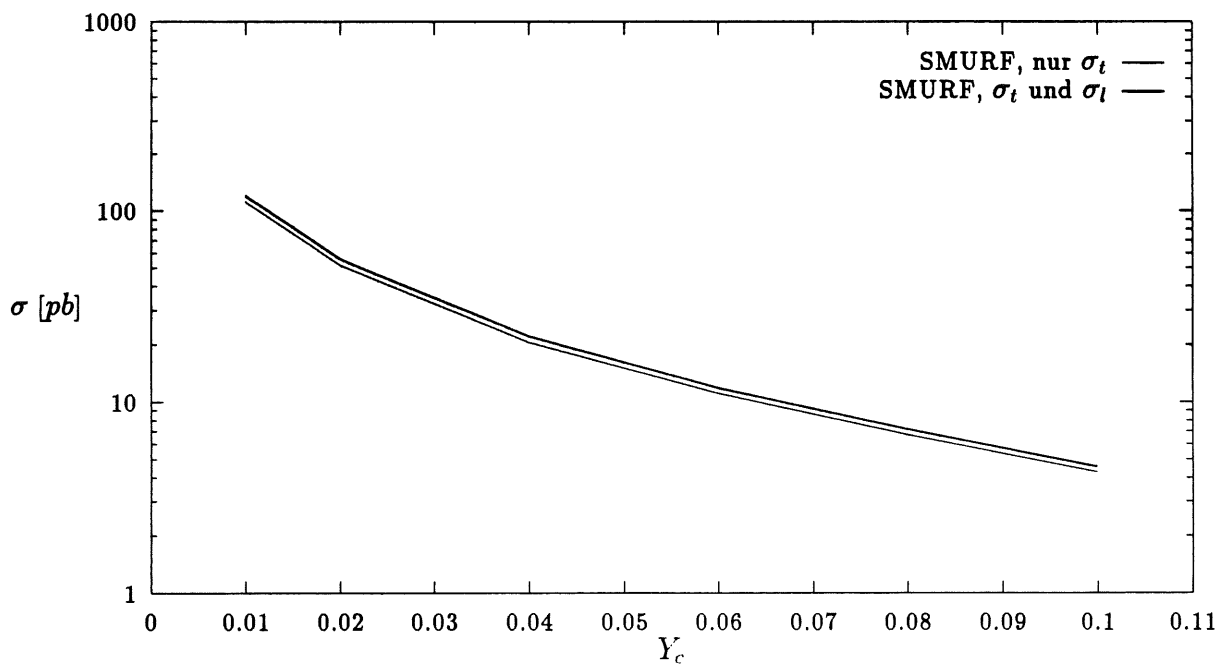


Abbildung 4.25: Der Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.8

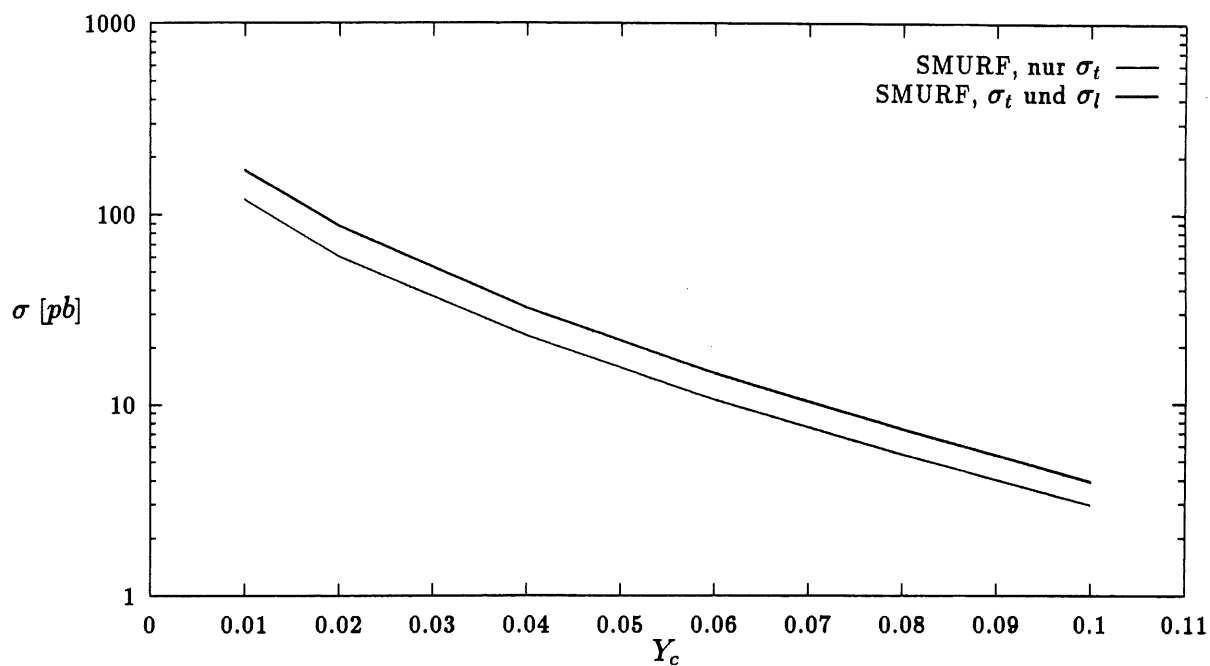


Abbildung 4.26: Der Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit von Y_c für den Bereich 4.8

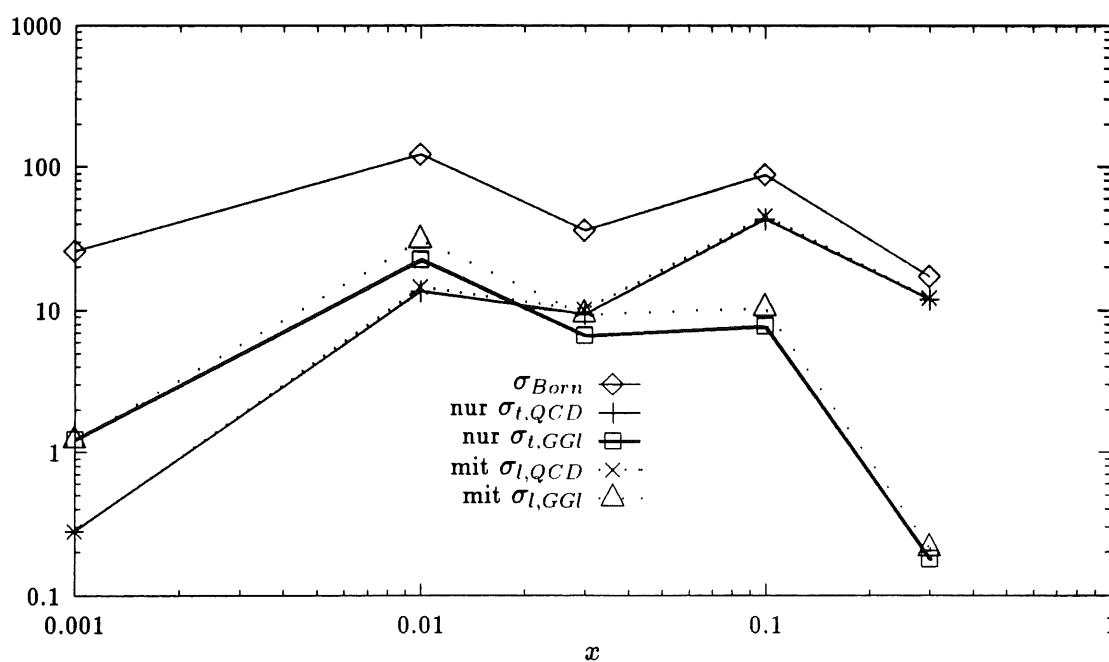


Abbildung 4.27: Wirkungsquerschnittentwicklung in kleinen x -Bereichen für die verschiedenen Prozesse im Bereich 4.9

4.3 Die φ -Abhängigkeit des harten Subprozesses

Wie bereits in Kapitel 2 erwähnt, ergibt sich aus der Theorie eine Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von φ . Sie ist in SMURF eingebaut und kann nachgewiesen werden. Explizit verifiziert wurde dieser Effekt für die Region 4.8 mit $Y_c = 0.01$. Dabei wurde für den Vergleich mit LEPTO 6.1 aus Kompatibilitätsgründen die Strukturfunktion EHLQ1 benutzt, für die explizite Berechnung über Wirkungsquerschnitte der Satz MT, B1 im DIS-Schema, um quantitative Vorhersagen machen zu können.

In den Abbildungen 4.28 und 4.29 ist die Modulation des Wirkungsquerschnittes deutlich zu sehen, wobei direkt mit SMURF integriert wurde. Es wird auch deutlich, daß der QCD-Compton-Effekt einen größeren Beitrag durch den $\cos\varphi$ -Term erhält, während die γ -Gluon-Fusion durch den $\cos 2\varphi$ -Term dominiert wird.

Für den gleichen Bereich ließ sich mit SMURF explizit zeigen, daß der Effekt zu- und abschaltbar ist, wie aus den Abbildungen 4.30 bis 4.33 hervorgeht. Dabei wurde einmal die Integrationsvariable direkt aufgetragen, zum anderen wurde der Winkel aus dem Ereignis rekonstruiert. Da der hier direkt ermittelte Wert $\cos\varphi$ noch die Vorzeichenambiguität aufweist, ist diese Verteilung auf anschaulich eindeutige Weise mit dem Winkel φ verknüpft. Weil hier nur das Prinzip gezeigt werden sollte, wurde auf eine eindeutige Rückrechnung verzichtet. Durch den relativ kleinen Beitrag zum Querschnitt mußte für den Nachweis jeweils mit 10000 Ereignissen gerechnet werden.

Bei LEPTO 6.1 ließen sich qualitativ ähnliche Verteilungen erzeugen, wobei allerdings keine genaue Übereinstimmung mit SMURF erreicht wurde, wie in Abbildung 4.34 zu sehen ist. Der QCD-Compton-Effekt ist im Wesentlichen gleich, die γ -Gluon-Verteilung dagegen zeigt eine schwächere φ -Abhängigkeit als SMURF. In [38] werden für komplexere Phasenraumbereiche prinzipiell gleiche, jedoch deutlichere Abhängigkeiten von LEPTO 6.1 gezeigt.

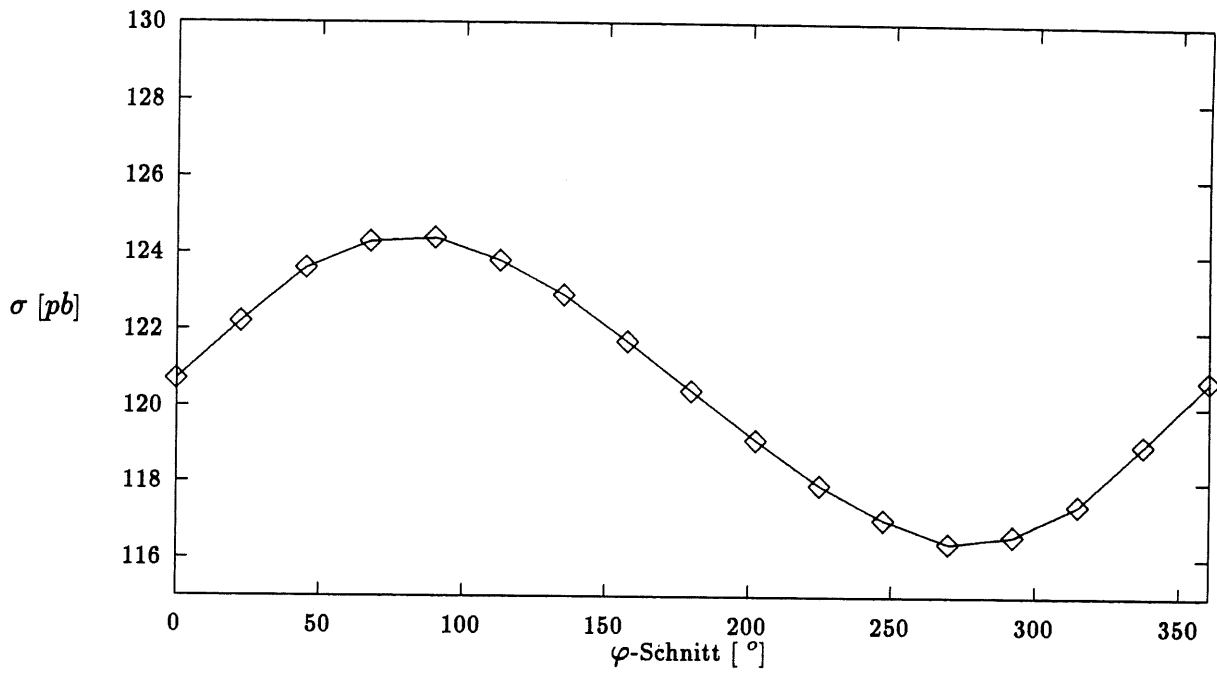


Abbildung 4.28: Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit des φ -Schnittes für den Bereich 4.8 mit $Y_c = 0.01$

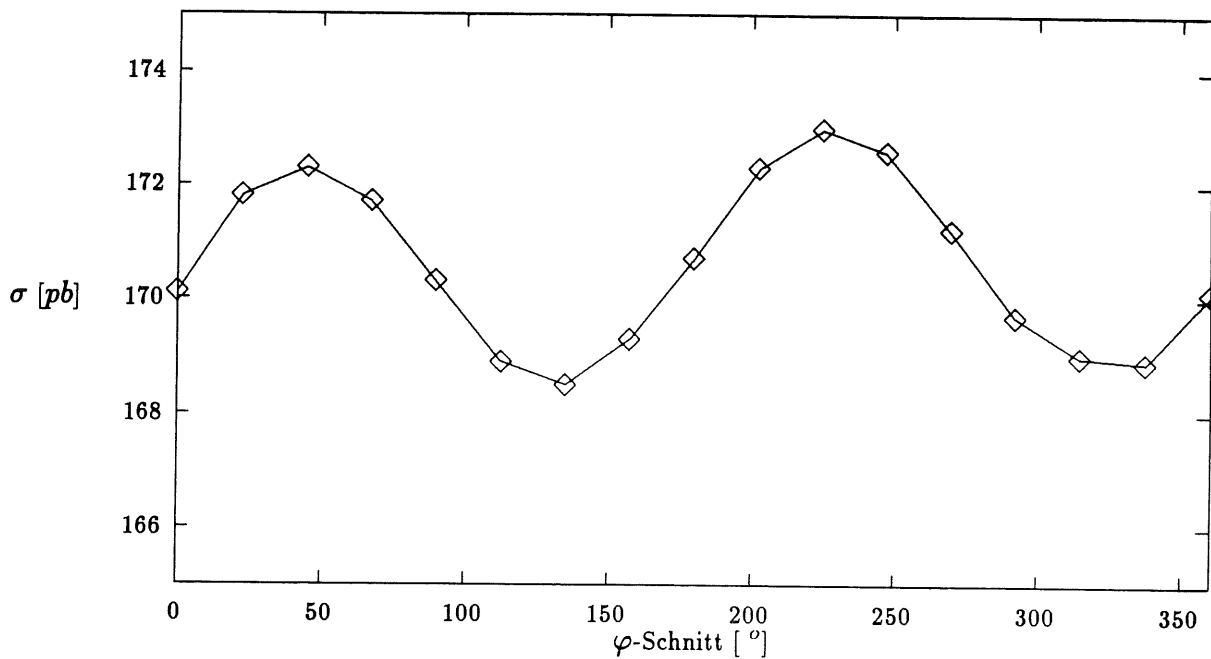


Abbildung 4.29: Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit des φ -Schnittes für den Bereich 4.8 mit $Y_c = 0.01$

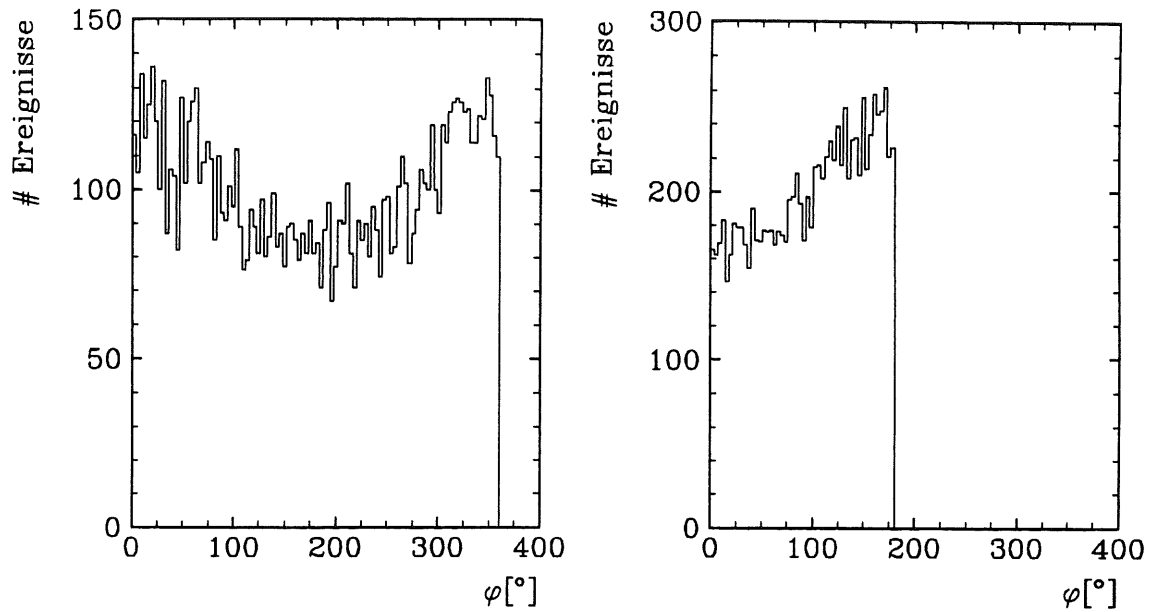


Abbildung 4.30: Histogramme der φ -Abhängigkeit des QCD-Compton-Effektes bei SMURF, links direkt aus der Integrationsvariablen, rechts durch Rekonstruktion aus den generierten Ereignissen

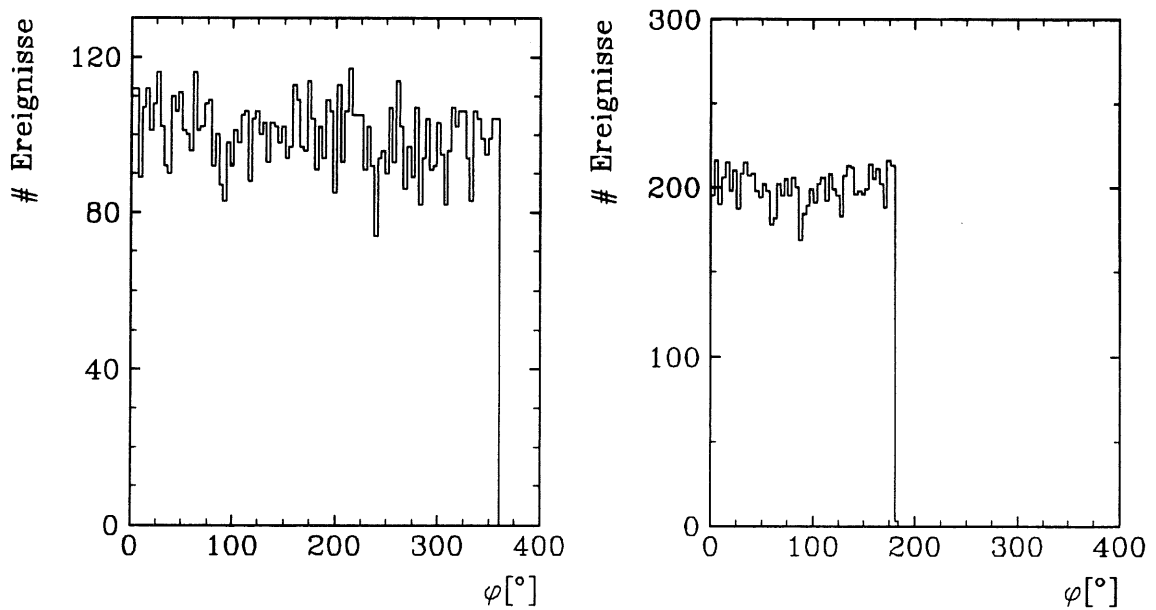


Abbildung 4.31: φ -Verteilungen des QCD-Compton-Effektes bei ausgeschalteten φ -abhängigen Termen des harten Subprozesses in SMURF

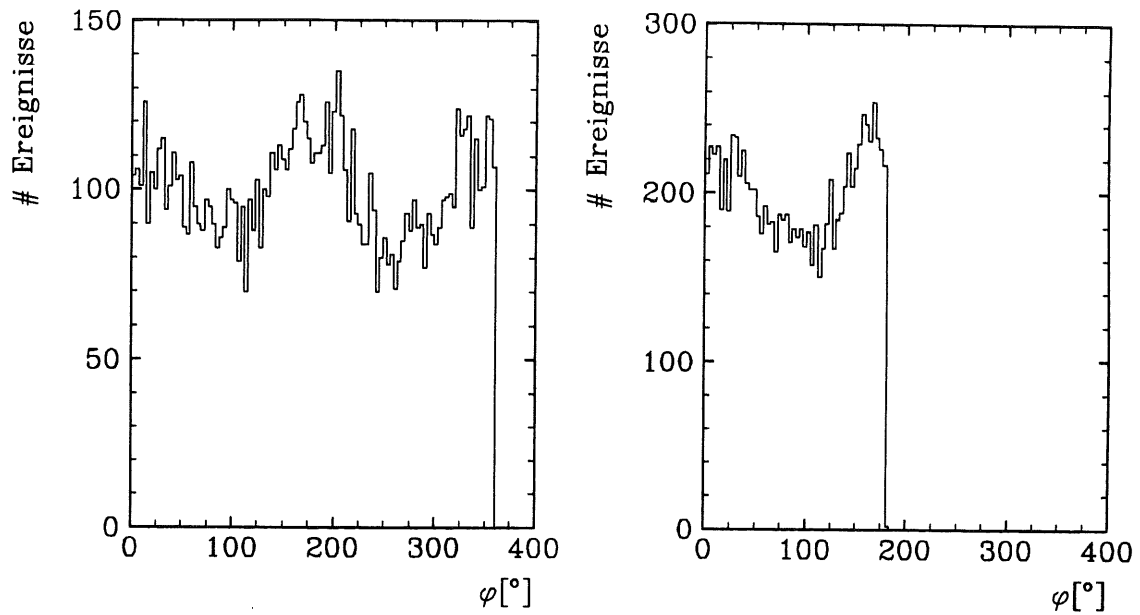


Abbildung 4.32: Histogramme der φ -Abhängigkeit der γ -Gluon-Fusion bei SMURF

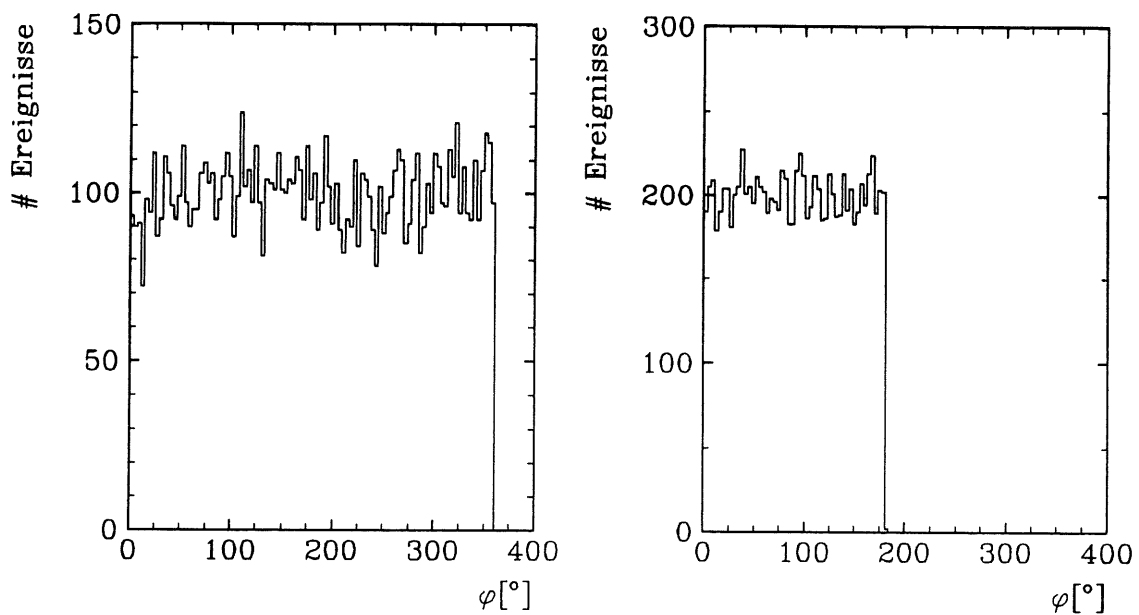


Abbildung 4.33: φ -Verteilungen der γ -Gluon-Fusion bei ausgeschalteten φ -abhängigen Termen des harten Subprozesses in SMURF

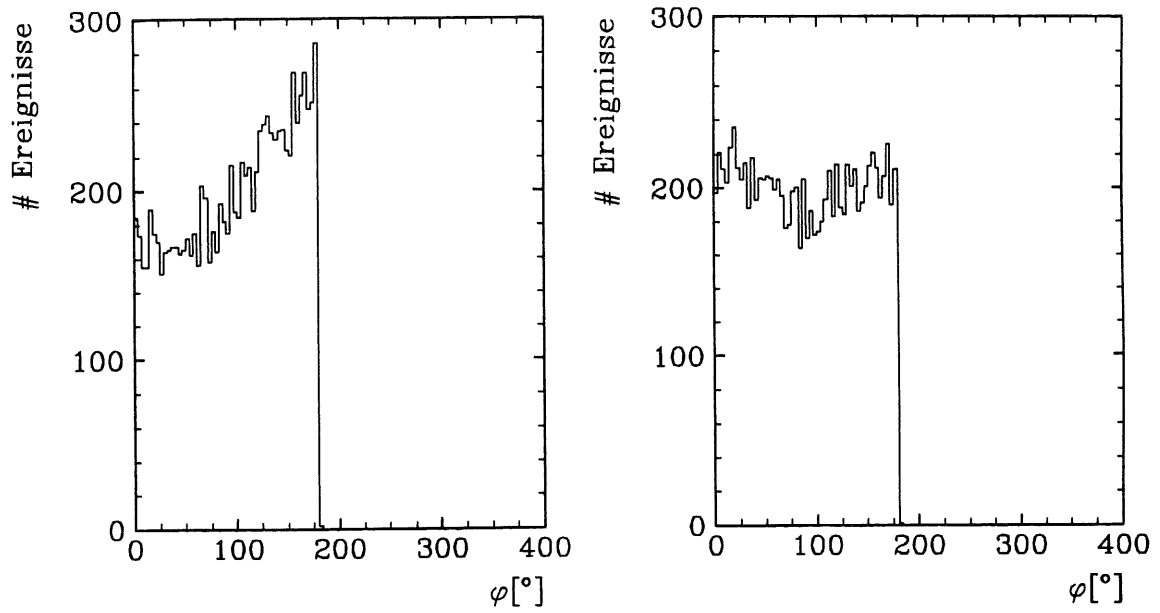


Abbildung 4.34: Histogramme der φ -Abhängigkeit des QCD-Compton-Effektes (links) und der γ -Gluon-Fusion (rechts) bei LEPTO

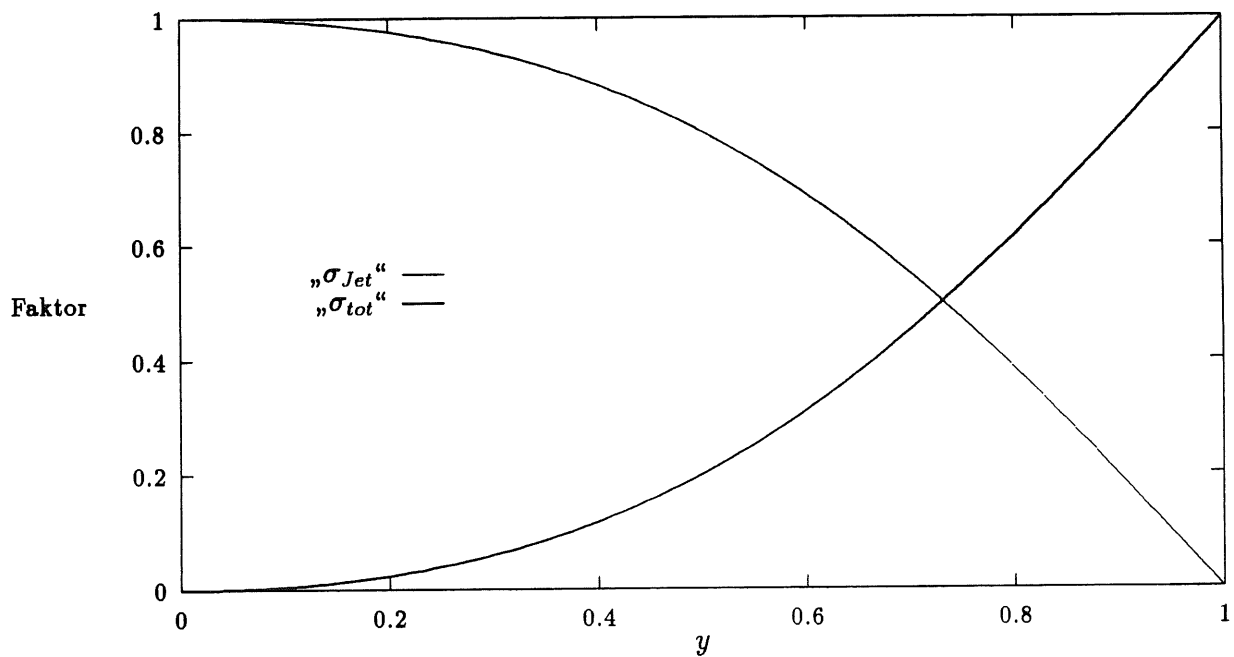


Abbildung 4.35: Vergleich des Betrags der Vorfaktoren vor σ_l für σ_{tot} und σ_{Jet}

4.4 Der totale Wirkungsquerschnitt

In Kapitel 2 wurde auch bereits das Verhältnis des totalen Wirkungsquerschnittes zu den (1+1)-Jet- und (2+1)-Jet-Prozessen diskutiert. Der tatsächliche Unterschied zwischen σ_{Born} und σ_{tot} tritt aber erst in einem Bereich auf, der experimentell schwierig zu erreichen ist.

Während die longitudinalen Beiträge zum Wirkungsquerschnitt bei kleinen y groß werden, gilt dies für den totalen Wirkungsquerschnitt gerade bei $y \rightarrow 1$. Der Grund hierfür liegt in dem y -abhängigen Vorfaktor, der zur Berechnung von F_l nach Gleichung 2.85 mit σ_l multipliziert werden muß. Seine Entwicklung im Vergleich zum „(2+1)-Jet-Vorfaktor“ ϵ ist in Abbildung 4.35 dargestellt und zeigt die unterschiedlichen Bereiche, in denen die Abhängigkeit beobachtet werden kann.

In Tabelle 4.5 sind einige Wirkungsquerschnitte von SMURF für EHLQ1 dargestellt, wobei deutlich wird, daß für große y die Abweichungen wachsen. Zum Vergleich wurden die Werte mit LEPTO berechnet, die ein qualitativ ähnliches Verhalten zeigen, wobei allerdings die absoluten Werte abweichen, was beim Born-Term ja bereits festgestellt wurde (vgl. Tabelle 4.3). Die gewählten Phasenraumbereiche sind notwendig, da wegen Gleichung 2.13 zur Erfassung eines hohen y -Bereiches ein kleines x und großes Q^2 benutzt werden muß.

Tabelle 4.6 schließlich zeigt die gleichen Berechnungen mit dem Satz MT, B1 (DIS-Schema), ferner ist in Tabelle 4.7 der Satz MT, B1 im \overline{MS} -Schema verwandt worden. Dieser ist zwar wegen der Berechnungsmethode für σ_{tot} nicht korrekt, aber es ist trotzdem interessant, die numerischen Abweichungen zu betrachten.

Der größte Effekt zeigt sich erwartungsgemäß beim Wechsel der Strukturfunktion von EHLQ (ein LL-Ansatz) zu MT (in NLL-Näherung), was zu einer Erhöhung des Wirkungsquerschnittes führt und auch die Korrekturen durch σ_{tot} leicht verringert. Dagegen ändert der Wechsel des Schemas die Querschnitte kaum.

x	Q^2 [GeV ²]	y	$\sigma_{Born,SMURF}$	$\sigma_{tot,SMURF}$	Δ_{SMURF} [%]
0.002...0.004	180...220	0.7...1	38.34	32.01	20
		0.8...1	23.90	19.02	26
		0.9...1	11.32	8.531	33
	280...320	0.7...1	7.571	6.155	23
		0.8...1	7.571	6.151	23
		0.9...1	4.995	3.950	26
x	Q^2 [GeV ²]	y	$\sigma_{Born,LEPTO}$	$\sigma_{tot,LEPTO}$	Δ_{LEPTO} [%]
0.002...0.004	180...220	0.7...1	41.31	34.01	21
		0.8...1	25.85	20.38	27
		0.9...1	12.22	9.248	32
	280...320	0.7...1	8.211	6.650	23
		0.8...1	8.211	6.648	24
		0.9...1	5.365	4.266	26

Tabelle 4.5: Vergleich der totalen und Born-Term-Wirkungsquerschnitte (in [pb], Satz EHLQ1)

4.5 Die Gluonstrukturfunktion

Abschließend seien noch einige Betrachtungen zur Meßbarkeit von $g(\xi, Q^2)$ angestellt. Für HERA ist interessant, daß die Meßbarkeit hin zu kleineren x erweitert wird, wobei ausgenutzt

werden kann, daß die Quarkdichteverteilungen bereits wesentlich genauer bekannt sind.

Die folgenden Abschätzungen stellen lediglich eine grobe Näherung dar, zeigen aber dennoch, daß sich bei weiteren Überlegungen, welche geplant sind, interessante physikalische Untersuchungsmöglichkeiten ergeben.

In Abbildung 4.27 wurde bereits deutlich, daß die γ -Gluon-Fusion bei kleinen x der dominante $(2+1)$ -Jet-Prozeß ist. Geht man nun davon aus, daß der QCD-Compton-Anteil durch die Quarkdichteverteilungen und somit den Wirkungsquerschnitt bereits gut beschrieben wird, so kann man durch Messung der $(2+1)$ -Jetrade und Subtraktion des σ_C -Terms den γ -Gluon-Anteil bestimmen und anschließend daraus auf die Gluondichte schließen:

$$\sigma_F = \sigma_{(2+1)\text{-Jet}} - \sigma_C \quad (4.10)$$

Somit läßt sich der absolute Fehler durch quadratische Addition annähern:

$$\Delta\sigma_F = \sqrt{(\Delta\sigma_{(2+1)\text{-Jet}})^2 + (\Delta\sigma_C)^2} \quad (4.11)$$

Damit folgt für den relativen Fehler:

$$\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_F} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\sigma_{(2+1)\text{-Jet}}}{\sigma_F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\sigma_C}{\sigma_F}\right)^2} \quad (4.12)$$

Mit

$$\frac{\Delta\sigma_{(2+1)\text{-Jet}}}{\sigma_{(2+1)\text{-Jet}}} = \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_{(2+1)\text{-Jet}}L}} \quad (4.13)$$

ist:

$$\frac{\Delta\sigma_F}{\sigma_F} = \sqrt{\frac{\sigma_F + \sigma_C}{\sigma_F^2 L} + \left(\frac{\sigma_C}{\sigma_F}\right)^2 \cdot (0.05)^2} \quad (4.14)$$

Dabei wurde davon ausgegangen, daß mit einem Fehler von 5% in dem QCD-Compton-Term bereits systematische Effekte mitberücksichtigt sind. Nimmt man nun die bei HERA in einem Jahr angestrebte Luminosität von $L = 100pb^{-1}$, so ergeben sich die in den Tabellen 4.8 bis 4.10 angegebenen prozentualen Genauigkeiten. Für den quantitativen Vergleich wurde in den gleichen kinematischen Regionen sowohl mit der LL-Strukturfunktion EHLQ1 als auch den NLL-Parametrisierungen MT, B1 gerechnet, wobei das DIS-Schema natürlich das „korrekte“ ist.

Es zeigt sich, daß mit steigendem x die Genauigkeit drastisch abnimmt, ab etwa $x = 0.2$ liefert diese Abschätzung kein sinnvolles Ergebnis mehr, was auch dahingehend interpretiert werden kann, daß dort innerhalb eines Jahres mit dieser Methode aufgrund des niedrigen Wirkungsquerschnittes keine genauen Aussagen möglich sind. Dagegen sind die Aussichten, in dieser Zeit besser als 10% zu messen, für kleinere x sehr günstig. Hier sind aber auf jeden Fall weitere detaillierte Überlegungen nötig, um die Abschätzung zu verbessern bzw. die Meßbarkeit genauer zu analysieren.

Die in diesem Kapitel beschriebenen Untersuchungen können natürlich nur ein erster Schritt zur genaueren Beschreibung der tief inelastischen Streuung sein. Es sollte aber gezeigt werden, daß der transversale Wirkungsquerschnitt bei der Analyse von Phasenraumbereichen mit hohem Q^2 allein nicht mehr ausreicht und durch weitere Terme modifiziert werden muß. Außerdem bieten sich durch die genauere Behandlung interessante Tests der QCD an sowie die Möglichkeit, die Strukturfunktionen in neuen kinematischen Regionen zu bestimmen.

x	Q^2 [GeV ²]	y	$\sigma_{Born,SMURF}$	$\sigma_{tot,SMURF}$	Δ_{SMURF} [%]
0.002...0.004	180...220	0.7...1	46.30	40.25	15
		0.8...1	28.95	24.30	19
		0.9...1	13.74	11.03	25
	280...320	0.7...1	8.868	7.489	18
		0.8...1	8.868	7.494	18
		0.9...1	5.854	4.840	21

Tabelle 4.6: Vergleich der totalen und Born-Term-Wirkungsquerschnitte (in [pb], Satz MT, B1, DIS-Schema)

x	Q^2 [GeV ²]	y	$\sigma_{Born,SMURF}$	$\sigma_{tot,SMURF}$	Δ_{SMURF} [%]
0.002...0.004	180...220	0.7...1	46.14	40.35	14
		0.8...1	28.81	24.33	18
		0.9...1	13.66	11.05	23
	280...320	0.7...1	8.899	7.566	18
		0.8...1	8.899	7.569	18
		0.9...1	5.872	4.902	20

Tabelle 4.7: Vergleich der totalen und Born-Term-Wirkungsquerschnitte (in [pb], Satz MT, B1, \overline{MS} -Schema)

Q^2 [GeV ²]	x	σ_C [pb]	σ_F [pb]	Genauigkeit [%]
8 ... 12	0.01...0.03	1305	1871	3.5
	0.03...0.06	1390	963.8	7.2
	0.06...0.1	1356	506.6	13
	0.1...0.2	2098	364.6	29
	0.2...0.3	1048	73.72	71
	0.3...0.5	689.4	19.70	175
80 ... 120	0.01...0.03	110.8	176.4	3.2
	0.03...0.06	113.8	90.84	3.3
	0.06...0.1	101.8	44.17	12
	0.1...0.2	148.7	28.45	27
	0.2...0.3	75.97	4.848	81
	0.3...0.5	62.73	1.157	279

Tabelle 4.8: Genauigkeitsabschätzung für die Messung von $g(\xi, Q^2)$ bei HERA, Strukturfunktionsatz EHLQ1

Q^2 [GeV^2]	x	σ_C [pb]	σ_F [pb]	Genauigkeit [%]
8 ... 12	0.01...0.03	1416	1991	3.6
	0.03...0.06	1508	910.0	8.3
	0.06...0.1	1470	427.0	17
	0.1...0.2	2299	260.0	44
	0.2...0.3	1151	39.96	144
	0.3...0.5	747.1	8.197	456
80 ... 120	0.01...0.03	120.4	170.6	3.7
	0.03...0.06	123.3	82.32	7.7
	0.06...0.1	110.8	36.84	15
	0.1...0.2	163.5	20.86	40
	0.2...0.3	83.84	2.928	147
	0.3...0.5	70.19	0.5945	607

Tabelle 4.9: Genauigkeitsabschätzung für die Messung von $g(\xi, Q^2)$ bei HERA, Strukturfunktionssatz MT, B1, DIS-Schema

Q^2 [GeV^2]	x	σ_C [pb]	σ_F [pb]	Genauigkeit [%]
8 ... 12	0.01...0.03	1504	1718	4.4
	0.03...0.06	1608	777.8	10
	0.06...0.1	1567	361.3	22
	0.1...0.2	2403	228.0	53
	0.2...0.3	1145	37.81	152
	0.3...0.5	685.5	8.632	398
80 ... 120	0.01...0.03	126.7	152.9	4.3
	0.03...0.06	129.7	73.40	9.0
	0.06...0.1	116.4	33.03	18
	0.1...0.2	167.8	19.24	44
	0.2...0.3	83.32	2.959	144
	0.3...0.5	65.36	0.681	494

Tabelle 4.10: Genauigkeitsabschätzung für die Messung von $g(\xi, Q^2)$ bei HERA, Strukturfunktionssatz MT, B1, \overline{MS} -Schema

Kapitel 5

Programmdetails

5.1 Der Programmaufbau von SMURF

Das Monte-Carlo-Generatorprogramm SMURF ist in einer FORTRAN-Variante geschrieben, die sich in weiten Teilen an den Standard der „höheren“ Programmiersprache FORTRAN77 hält, und wurde auf einer VAX 6000 mit zwei Prozessoren entwickelt. Es folgt in seiner Struktur sehr den Generatoren EPEWAX und QUAGS, da es aus dem Untergrundprozeßgenerator C4 für den QCD-Compton-Effekt hervorgegangen ist. Aus diesem Grund sind die Erläuterungen zur Programmstruktur in [20] in weiten Teilen auch für SMURF gültig, wobei die Abweichungen im Folgenden beschrieben werden sollen, ferner wird die Darstellung soweit erweitert werden, daß die Bedienung des Programms einsichtig werden wird. Die Form des Generators wurde auch nicht zuletzt deswegen nicht stark verändert, weil geplant ist, ihn dem strengen „H1-Standard“ anzupassen. Dabei werden die Namen der Routinen und der Variablen bzw. COMMON-Blöcke dieser dann verbindlichen Konvention gemäß gewählt werden. Der Unterschied zu [20] besteht formal hauptsächlich darin, daß die Namen der Common-Blöcke mit „C“ beginnen, also z.B. CPAR1. Weitere Details zu den verwendeten Paketen finden sich auch in [39].

Aus Gründen der zu erwartenden Anpassung arbeitet das Programm auch noch mit dem Datenformat „OLDBOS“, das inzwischen innerhalb der Kollaboration durch ein neues „FPACK“-Format ersetzt wurde. Einige Softwarepakete unterstützen „OLDBOS“ nicht mehr, deshalb wird die Adaption ohnehin erfolgen müssen. Für die in dieser Arbeit gemachten Untersuchungen auf Partonenebene ist das natürlich unerheblich.

Momentan ist das Programm ausschließlich in Aachen auf der VAX des Physikzentrums installiert. Dort findet man das Steuerprogramm SMURF.COM auf dem Bereich

```
DISK$H1.USER:[H1.HAMPEL.SMURF],
```

worin auch die Pfade der verwendeten Unterprogramme angegeben sind.

Nach Abschluß der Adaption, welche Anfang 1993 erfolgt sein wird, wird es auch auf der IBM des DESY-Rechenzentrums eine Installation geben, die unter

```
F34HAM.SMURFxx.S
```

zu finden sein wird. Hierbei steht „xx“ für die Programmversion, momentan ist $xx = 01$.

Wie bereits in Kapitel 3 angedeutet, besteht das Programm aus einem Integrations- und einem Generierungsteil. Nach dem Einlesen der Steuerkarten und vor dem Initialisieren der Variablen, was ganz analog zu [20] verläuft, wird eine vom Benutzer änderbare Startroutine

aufgerufen, die momentan HISTOINIT heißt und die Verwendung des Histogrammpaketes vorbereitet. Danach erfolgt der Aufruf der Integrationsroutine und hierauf der Generationsteil. Beide Unterprogramme können getrennt zu- oder abgeschaltet werden, so daß auch von einem bereits vorbereitetem Gitter aus generiert werden kann.

Während des Generationsteils erfolgt der zweite Aufruf einer Benutzeroutine, ANALYSE0, bei jedem einzelnen Ereignis, was dazu benutzt werden kann, Histogramme zu füllen oder andere Analyseaufgaben wahrzunehmen. Innerhalb dieser Schleife werden auch die erzeugten Ereignisse auf Massenspeicher ausgelagert, falls dies angewählt wurde.

Nach Beendigung dieses Teils wird die Ausgabe beendet und abschließend HISTOWR gerufen, um die Analyse zu beenden und z.B. Histogramme abzuschließen. SMURF gibt auch abschließende Ergebnisse aus.

5.2 Die wichtigsten COMMON-Blöcke

Neben den COMMON-Blöcken, die zur Ankopplung an Fremdpakete dienen, wobei hauptsächlich BASES, SPRING und JETSET zu sehen ist, aber auch das Datenformat zum Herausschreiben der Ereignisse, gibt es zwei Gruppen von Variablen. Die einen steuern den Ablauf des Programms über ihre Werte, die anderen enthalten physikalische Information in Form von kinematischen Größen oder Resultaten.

Für die Ankopplung an BASES und SPRING sind zwei Blöcke wichtig:

```
COMMON/BASE1/NDIM,NCUB1,NTRIAL,ITMX,IGRAPH,IFLAG,NOMAX
```

NDIM	:	Anzahl der Dimensionen für Integration und Generierung
NCUB1	:	Anzahl der von BASES benutzten Quader, Ausgabevariable
NTRIAL	:	Anzahl der Versuche pro Hyperquader
ITMX	:	Maximale Anzahl der Iterationen
IGRAPH	:	Schalter für BASES-internes Histogramm (unbenutzt)
IFLAG	:	Statusvariable (siehe Tabelle 5.1)
NOMAX	:	Maximalanzahl möglicher Hyperwürfel

```
COMMON/RESULT/S1,S2,S3,S4
```

S1	:	Gesamtintegral
S2	:	Varianz des Gesamtintegrals
S3	:	Integralwert der letzten Iteration
S4	:	Varianz des Integralwertes der letzten Iteration

Sind die Steuerparameter vorgegeben, so läßt sich das Ergebnis einmal über die Variablen weiterverarbeiten, zusätzlich schreibt BASES noch eine Tabelle mit ausführlicheren Informationen, insbesondere zum Konvergenzverhalten, heraus. Über die Statusvariable IFLAG läßt sich beim Aufruf von BASES die gewünschte Option anwählen, und nach der Ausführung wird der Systemstatus wiederum dort abgelegt. Die verschiedenen Möglichkeiten sind in Tabelle 5.1 wiedergegeben.

Die Benutzung von JETSET legt auch sofort die Benutzung des COMMONS

```
COMMON/LUJETS/N,K(4000,5),P(4000,5),V(4000,5)
```

fest. Hierfür gilt:

- N : Anzahl der Teilchen
 K(i, j) : Eigenschaften des Teilchens i
 P(i, j) : Dreierimpuls, Energie und Masse des Teilchens i
 V(i, j) : Vertexinformationen über den Ursprung des Teilchens i

Für nähere Erläuterungen dieser Variablen sei auf die Anleitung zu diesem Paket verwiesen [27]. Das Feld V wird in SMURF nicht gefüllt, und bezüglich K ist zu bemerken, daß neben der Information über Mutter- und Tochterteilchen auch die Farbinformation hier abgelegt wird. Dabei ist:

- K(i, 4) = 10000 · Zeilennummer des zugehörigen Farbteilchens
 K(i, 5) = 10000 · Zeilennummer des zugehörigen Farbantiteilchens

Die spezielle Konfigurationen für SMURF wurden bereits in den Tabellen 3.5 und 3.6 dargestellt.

Die folgenden COMMON-Blöcke dienen bei SMURF zur Steuerung innerhalb der Routine bzw. Erfassen von kinematischen Größen. Sie sind zum Teil aus [20] übernommen, aber durch die Behandlung mehrerer Prozesse und der Betrachtung aller Quarks (im Gegensatz zur ausschließlichen Behandlung der Valenzquarks) erforderte einige Änderungen, Erweiterungen und das Einrichten neuer COMMON-Blöcke.

Über eine Steuerbank wird der folgende COMMON gefüllt:

```
COMMON/EXTERN/ ISTEER,IRNUN,ISEED1,ISEED2,IGUN,IFLAG,
                IPRAE,NEVENT,IPRI,IPRF,IQDCO,IGGL,IBORNT,
                IXFORM,IFREE(6)
```

- ISTEER : Schalter für Gittererzeugung, Generierung oder beides
 IRNUN : I/O-Nummer für den Zufallszahlengenerator
 ISEED1 : Initialisationswert 1 für den Zufallszahlengenerator
 ISEED2 : Initialisationswert 2 für den Zufallszahlengenerator
 IGUN : I/O-Nummer für das Gitter
 IFLAG : Startwert für BASES, vgl. Tabelle 5.1
 IPRAE : GENOUT-Formatschalter
 NEVENT : Anzahl der zu generierenden Ereignisse
 IPRI : erstes auszulistendes Ereignis
 IPRF : letztes auszulistendes Ereignis
 IQDCO : Schalter für den QCD-Compton-Effekt
 IGGL : Schalter für die γ -Gluon-Fusion
 IBORNT : Schalter für den Born-Term
 IXFORM : Art des Wirkungsquerschnitts, vgl. Tabelle 3.3
 IFREE(6) : freie Parameter für weitere Schalter

IFLAG	BASES-Eingabe	BASES-Ausgabe
-1	Integration ohne Gittererzeugung	Integration ohne Gittererzeugung
0	Start der Gitterbestimmung	—
1	—	Ende von BASES
2	Weiterführung der Gitterbestimmung	'Time-Out' bei Gitterbestimmung
3	Weiterführung der Integration	'Time-Out' bei Integration

Tabelle 5.1: Die Bedeutung der Variablenwerte von IFLAG bei BASES

Die folgenden Blöcke beschreiben kinematische Größen. Wenn nichts weiteres erwähnt ist, beziehen sie sich auf alle Prozesse oder aber die (2 + 1)-Jet-Graphen:

COMMON/CPAR1/S,E0,P0,PTMIN,POLI,ACC1,ACC2,IFRAGO

S : s der Reaktion
 E0 : Energie des einlaufenden Elektrons
 P0 : Energie des einlaufenden Protons
 PTMIN : Mindesttransversalimpulsschnitt
 POLI : Schalter für Elektronpolarisation (unbenutzt)
 ACC1 : Genauigkeit für den ersten BASES-Lauf
 ACC2 : Genauigkeit für den zweiten BASES-Lauf
 IFRAGO : Schalter für Schauerung und Fragmentierung, vgl. Tabelle 5.2

	Option
0	keine Schauerung oder Fragmentierung
1	nur Schauerung
2	nur Fragmentierung
3	Schauerung und Fragmentierung

Tabelle 5.2: Bedeutung der Schaltervariablen IFRAGO

COMMON/CPAR2/RME,AL,AS,PI,CROSCAL

RME : Ruhemasse des Elektrons
 AL : α
 AS : α_S
 PI : π
 CROSCAL : Umrechnung von SI-Einheiten auf „GeV“-Einheiten

COMMON/CPAR3/PUD0,RMUD,RMP

PUD0 : Wahrscheinlichkeitsverhältnis der Spins im ud -Diquark
 RMUD : Ruhemasse eines Valenzquarks
 RMP : Ruhemasse des Protons

COMMON/CPAR4/EOUT,EQOUT,PEOUT,PQOUT

EOUT : Born-Term: Auslaufende Energie des Elektrons
 EQOUT : Born-Term: Auslaufende Energie des getroffenen Quarks
 PEOUT : Born-Term: Auslaufender Dreierimpuls des Elektrons
 PQOUT : Born-Term: Auslaufender Dreierimpuls des getroffenen Quarks

COMMON/FOUT/THED,XX,YY,Q2LEP,NCALL(3)

THED : $\hat{\Theta}$
 XX : ξ
 YY : y
 Q2LEP : Q^2
 NCALL(3) : Anzahl der Funktionsaufrufe durch BASES (unbenutzt)

COMMON/KINOUT/SD,TD,UD,PT,PDI,PDF,W2,UU,E\$0,THEEL,XB

SD : \hat{s}
 TD : \hat{t}
 UD : \hat{u}
 PT : p_T des harten Subprozesses
 PDI : \hat{p}_i
 PDF : \hat{p}_f
 W2 : W^2
 UU : unbenutzt
 E\$0 : Energie des gestreuten Elektrons
 THEEL : $\Theta_{e'}$
 XB : x

Das Feld QMASS speichert die Massen der beteiligten Quarks, wie in Tabelle 3.4 dargestellt ist. Dabei ist die Indizierung von $-6 \dots 6$ zur Beschreibung von Quark („+“) und Antiquark („-“) unmittelbar klar, die Indizes 7 und 8 wurden zur Behandlung der Valenzquarks zusätzlich eingeführt, was sich wegen der Generierung getrennt nach Valenz- und Seaquarks als sinnvoll erwiesen hat. Eine analoge Konvention gilt für die Teilwirkungsquerschnitte.

COMMON/MASSES/QMASS(-6:8)

Einige Schnitte sind in CUTS zusammengefaßt:

COMMON/CUTS/ THEMIN,THEMAX,XBMIN,XBMAX,W2CMIN,RPHIMIN,
 RPHIMAX,RPHI,YMAX,YMIN,YCMIN

THEMIN : Θ_{min} des gestreuten Elektrons (in Grad)
 THEMAX : Θ_{max} des gestreuten Elektrons (in Grad)
 XBMIN : untere x -Grenze
 XBMAX : obere x -Grenze
 W2MIN : minimales W^2
 RPHIMIN : minimales φ des harten Subprozesses (in Radian)
 RPHIMAX : maximales φ des harten Subprozesses (in Radian)
 RPHI : φ des harten Subprozesses (in Radian)
 YMAX : obere y -Grenze
 YMIN : untere y -Grenze
 YCMIN : Y_c -Schnitt

COMMON/CROSS/ F\$TEIL(-6:6),DSB(-6:6),DSC(-6:6),DSG(-6:6),
 DSCL(-6:6),DSGL(-6:6)

F\$TEIL(-6:6) : Gesamtwirkungsquerschnitt je nach Quark
 DSB(-6:6) : Bornwirkungsquerschnitt je nach Quark
 DSC(-6:6) : QCD-Compton-Wirkungsquerschnitt je nach Quark
 DSG(-6:6) : γ -Gluon-Wirkungsquerschnitt je nach Quark
 DSCL(-6:6) : $\sigma_{l,C}$ -Anteil für die Berechnung von σ_{tot} , je nach Quark
 DSGL(-6:6) : $\sigma_{l,F}$ -Anteil für die Berechnung von σ_{tot} , je nach Quark

COMMON/BOKIN/PDDI,YYY,SDD,TTHEEL,CTTHEEL,TTTHED,PPT,CCTHED,WW2

PDDI : Born-Term: p_i des einlaufenden Quarks
 YYY : Born-Term: y
 SDD : Born-Term: s
 TTHEEL : Born-Term: $\Theta_{e'}$
 CTTHEEL : Born-Term: $\cos \Theta_{e'}$
 TTTHED : Born-Term: $\Theta_{q'}$ im Laborsystem
 PPT : Born-Term: p_T des getroffenen Quarks (im Laborsystem)
 CCTHED : Born-Term: $\cos \Theta_{q'}$ im Laborsystem
 WW2 : Born-Term: W^2

COMMON/SELECT/TOTAL,DSBORN,DSCOM,DSGGL,DSCLON,DSGLON

TOTAL : Gesamtwirkungsquerschnitt der Reaktion
 DSBORN : Gesamt-Born-Wirkungsquerschnitt
 DSCOM : Gesamt-QCD-Compton-Wirkungsquerschnitt
 DSGGL : Gesamt- γ -Gluon-Wirkungsquerschnitt
 DSCLON : Gesamt- $\sigma_{l,C}$ für die Berechnung von σ_{tot}
 DSGLON : Gesamt- $\sigma_{l,F}$ für die Berechnung von σ_{tot}

COMMON/WHICH/IDECIDE,NBORN,NCOM,NGGL,NGOOD

IDECIDE : enthält den ausgewählten Prozeß
 NBORN : Anzahl der generierten Born-Ereignisse
 NCOM : Anzahl der generierten QCD-Compton-Ereignisse
 NGGL : Anzahl der generierten γ -Gluon-Ereignisse
 NGOOD : Anzahl der Ereignisse nach einer zweiten Schnittserie

5.3 Die wichtigsten Unterprogramme

Wie bereits mehrfach erwähnt, folgt die Struktur des Generators SMURF stark [20]. Daher seien hier auch nur die Unterprogramme mit einigen Erläuterungen in alphabetischer Reihenfolge aufgezählt, die für das Verständnis von SMURF im Unterschied zu [20] wichtig sind sowie einige unabdingbare Prozeduren. Die Nomenklatur wird sich nach der Adaption an den „H1-Standard“ noch ändern.

ANALYSE0: Diese Routine wird bei jedem generierten Ereignis aufgerufen, um Analyseoperationen oder Benutzerschnitte anbringen zu können.

BASES: Diese Routine führt die Integration und Berechnung des Gitters mit Hilfe der Funktion F durch. Sie wurde ausführlich in Kapitel 3 beschrieben.

C\$DATA: Hier werden die Variablen initialisiert, sofern dies nicht über Steuerkarten erfolgt ist.

DALPS: Diese Funktion wurde dem LEPTO 5.2-Paket [24] entnommen und leicht verändert. Sie berechnet α_S in der gewünschten Ordnung und unter Berücksichtigung einer wahlweise fest einstellbaren oder über QMASS berechenbaren Anzahl von Quarkflavors.

DSIGD1: Funktion zur Berechnung des harten Subprozesses beim QCD-Compton-Effekt, die verschiedenen Alternativen folgen Tabelle 3.3.

DSIGD2: Diese Funktion arbeitet analog zu DSIGD1, aber für die γ -Gluon-Fusion.

DSIGD3: In dieser Funktion wird der Born-Term berechnet. Da die Kinematik zum großen Teil neu bestimmt werden muß, enthält sie wesentlich mehr eigenständige Berechnungen. Aus Konsistenzgründen wird sie trotzdem genauso wie DSIGD1 und DSIGD2 aufgerufen.

DSIGD4: Hier werden die longitudinalen Wirkungsquerschnittanteile des QCD-Compton-Effektes berechnet, die für die Bestimmung von σ_{tot} benötigt werden.

DSIGD5: Diese Funktion arbeitet analog zu DSIGD4, aber für die γ -Gluon-Fusion.

F: Hauptfunktion des Wirkungsquerschnittes, sie wird direkt von BASES und SPRING aufgerufen und berechnet die Kinematik und den Wirkungsquerschnitt.

FEG: Funktion zur Berechnung von Γ_t .

HISTOINIT: Diese Routine wird zu Beginn des Programmablaufs aufgerufen, um Benutzerinitialisationen zu ermöglichen, z.B. das Definieren von Histogrammen.

HISTOWR: Mit dieser Routine hat der Benutzer abschließend die Gelegenheit, vor dem Programmende wichtige Daten, z.B. Histogramme abzuspeichern und abschließende Ausgaben zu veranlassen.

JSINB: In dieser Routine, die vom Generierungsteil gerufen wird, erfolgt das Füllen des COMMONs LUJETS, in dem das Ereignis abgelegt wird. Die Nomenklatur folgt Tabelle 3.5.

JSINC: Diese Routine arbeitet analog zu JSINB, aber für den QCD-Compton-Effekt.

JSING: Diese Routine arbeitet analog zu JSINB, aber für die γ -Gluon-Fusion.

LUEXEC: Mit dieser Routine kann die Fragmentation aufgerufen werden, es gehört zum JETSET-Paket.

LUSHOW: Diese Routine des JETSET-Paketes führt die Schauerung durch.

PDSET: Mit dieser Routine kann innerhalb des Paketes PAKPDF [23] eine Definition verschiedener Parameter, z.B. der t -Masse, erfolgen.

PDVAL: Diese Routine aus PAKPDF liefert die Quark- und Gluondichte gemäß der angewählten Parametrisierung. Zu beachten ist, daß das Ergebnis in doppelter Genauigkeit berechnet wird.

PYSTFU: Diese Routine wurde vorher anstelle von PDVAL verwendet und ist aus Kompatibilitätsgründen noch implementiert. Details finden sich in [20].

SMURF: Das Hauptprogramm übernimmt die Steuerung des kompletten Generators und wird direkt vom Kontrolldatensatz aus aufgerufen.

SPRING: Die Komplementärroutine zu BASES würfelt mit Hilfe von F einen Phasenraumpunkt der gewählten Region aus und ermöglicht so die Generierung eines Ereignisses.

YCUT: Diese Routine bestimmt den Y_c -Schnitt für den $(2 + 1)$ -Jet-Wirkungsquerschnitt.

5.4 Ausschnitte aus dem Quellcode

Da in [20] und den vorangegangenen Abschnitten bereits die wichtigsten Elemente des Generatorprogramms dargestellt wurden, ist die Struktur damit hinreichend erläutert. Der Quellcode enthält reichlich Kommentare, die das Nachvollziehen der einzelnen Schritte ermöglichen sollte. Ferner wird nach der Umstellung auf den „H1-Standard“ eine diesen berücksichtigende Beschreibung erstellt werden, so daß dann auch damit gearbeitet werden kann.

Abschließend soll ein Ausschnitt aus der Funktion $F(Y)$ im Quellcode aufgelistet werden, um die Vorgehensweise bei der Berechnung der einzelnen Teilwirkungsquerschnitte und die Zusammenfassung zum Gesamtquerschnitt deutlich zu machen.

```

=====
REAL*4 FUNCTION F(Y)
-----
COMMON/EXTERN/ISTEER, IRNUN, ISEED1, ISEED2, IGUN, IFLAG,
>          IPRAE, NEVENT, IPRI, IPRF, IQDCO, IGGL, IBORNT,
>          IXFORM, IFREE(6)
COMMON/LEPTOU/CUT(14), LST(40), PARL(30), X$, Y$, W2$, Q2$, U$
COMMON/CPAR1/S, EO, PO, PTMIN, POLI, ACC1, ACC2, IFRAGO
COMMON/CPAR2/RME, AL, AS, PI, CROSCAL
COMMON/CPAR3/PUDO, RMUD, RMP
COMMON/CPAR4/EOUT, EQOUT, PEOUT, PQOUT
COMMON/MASSES/QMASS(-6:8)
COMMON/CSWI/IFLAV(-6:6)
COMMON/CUTS/THEMIN, THEMAX, XBMIN, XBMAX, W2CMIN, RPHIMIN, RPHIMAX, RPHI,
>          YMAX, YMIN, YCMIN
COMMON/FOUT/THED, XX, YY, Q2LEP, NCALL(3)
COMMON/KINOUT/SD, TD, UD, PT, PDI, PDF, W2, UU, E$0, THEEL, XB
COMMON/CROSS/F$TEIL(-6:6), DSB(-6:6), DSC(-6:6), DSG(-6:6),
>          DSCL(-6:6), DSGL(-6:6)
COMMON/BOKIN/PDDI, YYY, SDD, TTHEEL, CTTHEEL, TTHED, PPT, CCTHED, WW2
COMMON/SELECT/TOTAL, DSBORN, DSCOM, DSGGL, DSCLON, DSGLON
REAL*4 XPQ(-6:6), QQQ(-6:6), QVS(-6:6), Y(10)
REAL*8 DXPQ(-6:6), DXPAR
LOGICAL EJE, QCD, OK
-----
C ...

```

In dem hier nicht abgedruckten Teil wird die Grundkinematik berechnet. Für den folgenden Ausschnitt gilt, daß die logische Variable QCD entscheidet, ob die Kinematik für den $(2+1)$ -Jet-Wirkungsquerschnitt geeignet ist. Die logische Variable OK wird über die Y_c -Abfrage gesetzt. Ferner enthält das Feld QVS die Quark- bzw. Gluondichte, die über die Strukturfunktion ermittelt wurde. QQQ ist die Ladung des jeweiligen Quarks, IMASS steuert die Abfrage nach Gleichung 3.7 und die Variablen DJDX1, DJDX2 sowie RJACOBI sind Funktionaldeterminanten zur Konvertierung der Integrationsbereiche und -variablen:

C ...

```

*-----
DO 40 IQFL=-6,6          ! beruecksichtige alle Quarks
                        ! je nach Voranwahl

IF (IFLAV(IQFL).EQ.1) THEN

  IF (SD.GT.(4.*QMASS(IQFL)**2 * FLOAT(IMASS))) THEN
    SCUT = 1.
  ELSE
    SCUT = 0.
  ENDIF

  QQ = QQQ(IQFL)

  IF ((QCD .EQ. .TRUE.) .AND. (OK .EQ. .TRUE.)) THEN

    DSC(IQFL) = CROSCAL * SCUT *
  >   RJACOBI * DJDX1 * FEG(YY,Q2LEP) *
  >   FLOAT(IQDCO) * DSIGD1(QQ) * QVS(IQFL)          ! QCD-Compton

    IF (IQFL.GT.0)
  >   DSG(IQFL) = CROSCAL * SCUT *
  >   RJACOBI * DJDX1 * FEG(YY,Q2LEP) *
  >   FLOAT(IGGL) * DSIGD2(QQ) * QVS(0)          ! g-g1-Fusion

    DSCL(IQFL) = - CROSCAL * SCUT *
  >   RJACOBI * DJDX1 * FEG(YY,Q2LEP) *
  >   FLOAT(IQDCO) * DSIGD4(QQ) * QVS(IQFL)          ! QCD-Compton_L

    IF (IQFL.GT.0)
  >   DSGL(IQFL) = - CROSCAL * SCUT *
  >   RJACOBI * DJDX1 * FEG(YY,Q2LEP) *
  >   FLOAT(IGGL) * DSIGD5(QQ) * QVS(0)          ! g-g1-Fusion_L

    DSB(IQFL) = CROSCAL *
  >   FLOAT(IBORNT) * DJDX2 * DSIGD3(QQ,Y,IQFL) * QVS(IQFL)

                                                ! Born

  IF ((IXFORM.LT.5).OR.(IXFORM.EQ.6).OR.(IXFORM.EQ.8)) THEN
    F$TEIL(IQFL) = DSC(IQFL) + DSG(IQFL) + DSB(IQFL)
  ELSE IF ((IXFORM .EQ. 5) .OR. (IXFORM .EQ. 7)) THEN
    F$TEIL(IQFL) = DSCL(IQFL) + DSGL(IQFL) + DSB(IQFL)
  ELSE
    PRINT *, 'IXFORM has wrong value !!! Execution stopped.'

```

```

        STOP
    ENDIF

ELSE IF (QCD .EQ. .TRUE.) THEN

    IF ((IXFORM .GE. 5) .AND. (IXFORM .LE. 8)) THEN

        DSCL(IQFL) = - CROSCAL * SCUT *
    >         RJACOBI * DJDX1 * FEG(Y,Y,Q2LEP) *
    >         FLOAT(IQDCO) * DSIGD4(QQ) * QVS(IQFL)      ! QCD-Compton_L

        IF (IQFL.GT.0)
    >         DSGL(IQFL) = - CROSCAL * SCUT *
    >         RJACOBI * DJDX1 * FEG(Y,Y,Q2LEP) *
    >         FLOAT(IGGL) * DSIGD5(QQ) * QVS(0)          ! g-g1-Fusion_L

    ENDIF

        DSB(IQFL) = CROSCAL *
    >         FLOAT(IBORNT) * DJDX2 * DSIGD3(QQ,Y,IQFL) * QVS(IQFL)

                                                    ! Born

        IF ((IXFORM.LT.5).OR.(IXFORM.EQ.6).OR.(IXFORM.EQ.8)) THEN
            F$TEIL(IQFL) = DSB(IQFL)
        ELSE IF ((IXFORM .EQ. 5) .OR. (IXFORM .EQ. 7)) THEN
            F$TEIL(IQFL) = DSCL(IQFL) + DSGL(IQFL) + DSB(IQFL)
        ELSE
            PRINT *, 'IXFORM has wrong value !!! Execution stopped.'
            STOP
        ENDIF

    ELSE

        DSB(IQFL) = FLOAT(IBORNT) *
    >         CROSCAL * DJDX2 * DSIGD3(QQ,Y,IQFL) * QVS(IQFL) ! Born

        F$TEIL(IQFL) = DSB(IQFL)

    ENDIF

*-----
    F = F + F$TEIL(IQFL)
    DSCOM = DSCOM + DSC(IQFL)
    DSGGL = DSGGL + DSG(IQFL)
    DSBORN = DSBORN + DSB(IQFL)
    DSCLON = DSCLON + DSCL(IQFL)
    DSGLON = DSGLON + DSGL(IQFL)

```


ENDIF

40 CONTINUE

TOTAL = F

*-----

RETURN

END

*=====

Anhang A

Zur Herleitung der Querschnitte

Zur Herleitung der vollständigen Querschnitte des harten Subprozesses dienen die Ergebnisse aus [12], die für die Neutrino-Nukleon- und Elektron-Nukleostreuung errechnet wurden und zusätzlich zu der Topologie der hier betrachteten Prozesse die Abstrahlung eines π -Mesons berücksichtigen. Da der differentielle Wirkungsquerschnitt als Faltung geschrieben wird, kann die Herausblendung dieses Anteils erfolgen, und man erhält so die gewünschten Resultate.

Zusätzlich muß allerdings die Schreibweise an die hier verwendete adaptiert werden, um Kompatibilität zu erreichen.

In [12] wird zunächst der differentielle Wirkungsquerschnitt als von sechs Variablen abhängig definiert. Die sechste Größe kommt durch den zusätzlichen Freiheitsgrad bei der Pionabstrahlung, die hier zwar für die Umrechnung berücksichtigt werden muß, ansonsten aber durch eine δ -„Funktion“ entfernt wird.

Die sechs verwendeten Parameter sind:

$$Q^2, x, y, z, P'_T, \Phi \quad (\text{A.1})$$

$$z \equiv \frac{P \cdot P'}{P \cdot q} \quad (\text{A.2})$$

Die Bedeutung ist identisch mit der bereits definierten Nomenklatur, lediglich für P' , P'_T und Φ gelten andere Definitionen. P' ist der Viererimpuls des abgestrahlten π , und Φ ist der Winkel zwischen gestreutem Elektron und dem Transversalimpuls des gestreuten π bezüglich der Photonenrichtung. Es ist aber kein Problem, diesen Winkel in das hier interessierende φ umzudefinieren, da die Wirkungsquerschnitte sich bei Drehung des „Bezugsteilchens“ (oder hier der Bezugsebene) lediglich um einen konstanten Wert ändern würde, der hier zu Null gesetzt wird.

Weiterhin ist für die Partonen p_a und p_b , wobei der Index a vor und b nach dem Stoß bedeutet:

$$x_p \equiv \frac{Q^2}{2p_a \cdot q} \quad (\text{A.3})$$

$$z_p \equiv \frac{p_a \cdot p_b}{p_a \cdot q} \quad (\text{A.4})$$

Hieraus ergibt sich:

$$p_a = \xi P, \quad P' = \xi' p_b \quad (\text{A.5})$$

$$\xi = \frac{x}{x_p}, \quad \xi' = \frac{z}{z_p} \quad (\text{A.6})$$

Die Variablen ξ und ξ' stammen aus den Partondichteverteilungen $f_a(\xi, Q^2)$ für Partonen aus dem Proton und $D_b^\pi(\xi', Q^2)$ für die Emissionswahrscheinlichkeit eines Pions aus Parton b . Daher ist ξ identisch mit der bereits früher eingeführten Bedeutung.

Somit lassen sich die globalen Variablen auf den harten Subprozeß abbilden, y , P und Φ bleiben natürlich gleich.

Damit ist nach [12]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dx dy dz dP_T' d\Phi} &= \sum_{a,b} \int dx_p dz_p dp_T d\xi d\xi' \delta(x - \xi x_p) \delta(z - \xi' z_p) \\ &\times \delta(P_T' - \xi' p_T) f_a(\xi, Q^2) \frac{d\sigma_{ab}}{dx_p dy dz_p dp_T d\Phi} D_b^\pi(\xi', Q^2) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Hierbei ist p_T der Absolutbetrag des Transversalimpulses von p_b .

Der Born-Term ergibt sich auf Partonenebene zu (hier wurde wieder das Quarkladungsquadrat weggelassen):

$$\frac{d\sigma_{\text{Born, Men}}}{dx_p dy dz_p dP_T d\Phi} = \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2} \frac{1}{y} 2\pi \delta(x_p - 1) \delta(z_p - 1) \delta(p_T) [1 + (1 - y)^2] \quad (\text{A.8})$$

Dies ist, wie sich leicht zeigen läßt, genau der Born-Term, der bereits hergeleitet wurde.

Die hier interessanten Wirkungsquerschnitte rühren aus der Ordnung α_S her, und nach [12] ist der komplette $(2 + 1)$ -Jet-Querschnitt auf Partonenebene gegeben durch (ohne Quarkladungsquadrat):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{(2+1)\text{-Jet, Men}}}{dx_p dy dz_p dP_T d\Phi} &= \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2} \frac{1}{y} \delta \left(P_T' - \sqrt{\frac{Q^2 z_p^2 (1 - z_p) (1 - x_p)}{x_p}} \right) \\ &\times c_i \{ A_i + B_i \cos \Phi + C_i \cos 2\Phi \} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Die Koeffizienten c_i , A_i , B_i und C_i lauten:

$$c_1 = c_2 = \frac{4}{3}, \quad c_3 = \frac{1}{2} \quad (\text{A.10})$$

$$A_1 = 8(1 - y)x_p z_p + [1 + (1 - y)^2] \left[(1 - x_p)(1 - z_p) + \frac{1 + x_p^2 z_p^2}{(1 - x_p)(1 - z_p)} \right] \quad (\text{A.11})$$

$$A_2 = 8(1 - y)x_p(1 - z_p) + [1 + (1 - y)^2] \left[(1 - x_p)z_p + \frac{1 + x_p^2(1 - z_p)^2}{(1 - x_p)z_p} \right] \quad (\text{A.12})$$

$$A_3 = 16(1 - y)x_p(1 - x_p) + [1 + (1 - y)^2] \left[x_p^2 + (1 - x_p)^2 \right] \frac{z_p^2 + (1 - z_p)^2}{z_p(1 - z_p)} \quad (\text{A.13})$$

$$B_1 = -4 \left[\sqrt{(1-y)} + \sqrt{(1-y)^3} \right] \sqrt{\frac{x_p z_p}{(1-x_p)(1-z_p)}} [x_p z_p + (1-x_p)(1-z_p)] \quad (\text{A.14})$$

$$B_2 = 4 \left[\sqrt{(1-y)} + \sqrt{(1-y)^3} \right] \sqrt{\frac{x_p(1-z_p)}{(1-x_p)z_p}} [x_p(1-z_p) + (1-x_p)z_p] \quad (\text{A.15})$$

$$B_3 = -4 \left[\sqrt{(1-y)} + \sqrt{(1-y)^3} \right] \sqrt{\frac{x_p(1-x_p)}{z_p(1-z_p)}} (1-2x_p)(1-2z_p) \quad (\text{A.16})$$

$$C_1 = 4(1-y)x_p z_p \quad (\text{A.17})$$

$$C_2 = 4(1-y)x_p(1-z_p) \quad (\text{A.18})$$

$$C_3 = 8(1-y)x_p(1-x_p) \quad (\text{A.19})$$

Integriert man über ξ , ξ' und p_T und setzt die Gleichungen A.8 und A.9 in Gleichung A.7 ein, so erhält man einen Ausdruck der Form:

$$\frac{d\sigma_{Men}}{dx dy dz dP'_T d\Phi} = (A_0 + A) + B \cos \Phi + C \cos 2\Phi \quad (\text{A.20})$$

Dabei ist:

$$A_0(x, y, z, P'_T, Q^2) = \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2} \frac{1}{y} 2\pi \delta(P'_T) [1 + (1-y)^2] H_1(x, z, Q^2) \quad (\text{A.21})$$

$$A(x, y, z, P'_T, Q^2) = \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2} \frac{1}{y} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} \int_z^1 \frac{dz_p}{z_p} \delta \left(P'_T - \sqrt{\frac{Q^2 z^2 (1-z_p)(1-x_p)}{x_p z_p}} \right) \times \sum_{i=1}^3 c_i A_i H_i \left(\frac{x}{x_p}, \frac{z}{z_p}, Q^2 \right) \quad (\text{A.22})$$

$$B(x, y, z, P'_T, Q^2) = \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2} \frac{1}{y} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} \int_z^1 \frac{dz_p}{z_p} \delta \left(P'_T - \sqrt{\frac{Q^2 z^2 (1-z_p)(1-x_p)}{x_p z_p}} \right) \times \sum_{i=1}^3 c_i B_i H_i \left(\frac{x}{x_p}, \frac{z}{z_p}, Q^2 \right) \quad (\text{A.23})$$

$$C(x, y, z, P'_T, Q^2) = \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2} \frac{1}{y} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} \int_z^1 \frac{dz_p}{z_p} \delta \left(P'_T - \sqrt{\frac{Q^2 z^2 (1-z_p)(1-x_p)}{x_p z_p}} \right) \times \sum_{i=1}^3 c_i C_i H_i \left(\frac{x}{x_p}, \frac{z}{z_p}, Q^2 \right) \quad (\text{A.24})$$

Der Term A_0 ist wieder der Born-Term, während A , B und C jeweils Terme des QCD-Compton-Effektes (Index $i = 1$) bzw. der γ -Gluon-Fusion (Index $i = 3$) sind. Der Index $i = 2$ wird nicht weiter behandelt, da er zusätzliche Graphen berücksichtigt, die beim QCD-Compton-Effekt durch die Behandlung jeweils des Gluons und des Quarks als Träger des Impulses p_b entstehen. Sie sind zwar für die π -Abstrahlung wichtig, aber hier uninteressant. Dies wird auch leicht dadurch deutlich, daß in den Gleichungen A.11 bis A.19 die Terme mit dem Index $i = 2$ immer aus denen mit Index $i = 1$ durch die Ersetzung $z_p \rightarrow (1-z_p)$ hervorgehen.

Für die hier benötigten Zwecke wird zunächst zur Abspaltung des Pionen-Terms gesetzt:

$$D_b^\pi(\xi', Q^2) = \delta(z) \quad (\text{A.25})$$

Außerdem folgt hiermit aus [12, 14, 15] (es werden in [12] vier Quarkflavors betrachtet, also bis zum c -Quark), wobei die Summe über Teilchen und Antiteilchen läuft:

$$\begin{aligned} \int H_1(\xi, \xi', Q^2) d\xi' &= \frac{4}{9}u(\xi, Q^2) + \frac{1}{9}d(\xi, Q^2) + \frac{4}{9}\bar{u}(\xi, Q^2) + \frac{1}{9}\bar{d}(\xi, Q^2) \\ &\quad + \frac{1}{9}s(\xi, Q^2) + \frac{1}{9}\bar{s}(\xi, Q^2) + \frac{4}{9}c(\xi, Q^2) + \frac{4}{9}\bar{c}(\xi, Q^2) \\ &= \sum_{j \in \{f, \bar{f}\}} Q_j^2 q_j(\xi, Q^2) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Ebenso gilt dann für $H_3(\xi, \xi', Q^2)$, wobei diesmal nur über die Teilchen summiert wird, um pro Flavor einen entsprechenden Beitrag für die Gluondichteverteilungsfunktion aufzuaddieren:

$$\int H_3(\xi, \xi', Q^2) d\xi' = \frac{20}{9}g(\xi, Q^2) = 2 \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2 g(\xi, Q^2) \quad (\text{A.27})$$

Damit folgt sofort:

$$\begin{aligned} \int A dP_T' dz &= \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2 y} \int \frac{dx_p}{x_p} \frac{dz_p}{z_p} \sum_{i=1,3} c_i A_i H_i(\xi, \xi', Q^2) dz \\ &= \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2 y} 2 \int \frac{dx_p}{x_p} \\ &\quad \times \left[c_1 A_1 \sum_{j \in \{f, \bar{f}\}} Q_j^2 q_j(\xi, Q^2) + c_3 A_3 g(\xi, Q^2) \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Definiert man

$$\bar{A} \equiv c_1 A_1 \sum_{j \in \{f, \bar{f}\}} Q_j^2 q_j(\xi, Q^2) + c_3 A_3 g(\xi, Q^2) \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2, \quad (\text{A.29})$$

wobei \bar{A} eine andere Bedeutung hat als in [12], so läßt sich völlig analog \bar{B} und \bar{C} herleiten, da sich die rechten Seiten der Gleichungen A.22 bis A.24 lediglich in den Funktionen A_i , B_i bzw. C_i unterscheiden:

$$\bar{B} \equiv c_1 B_1 \sum_{j \in \{f, \bar{f}\}} Q_j^2 q_j(\xi, Q^2) + c_3 B_3 g(\xi, Q^2) \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2, \quad (\text{A.30})$$

$$\bar{C} \equiv c_1 C_1 \sum_{j \in \{f, \bar{f}\}} Q_j^2 q_j(\xi, Q^2) + c_3 C_3 g(\xi, Q^2) \sum_{j \in \{f\}} Q_j^2, \quad (\text{A.31})$$

Nun folgt für den $(2+1)$ -Jet-Wirkungsquerschnitt:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{(2+1)\text{-Jet, Men}}}{dx_p dy dz_p d\Phi} &= \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2 y} \int \frac{dx_p}{x_p} (\bar{A} + \bar{B} \cos \Phi + \bar{C} \cos 2\Phi) \\ &= \alpha_S(Q^2) \frac{\alpha^2}{2\pi Q^2 y} \int \frac{x_p}{x} d\xi (\bar{A} + \bar{B} \cos \Phi + \bar{C} \cos 2\Phi) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Davon ausgehend kann man den folgenden Ansatz machen, wobei mit $f(\xi, Q^2)$ je nach Prozeß entweder $q(\xi, Q^2)$ oder $g(\xi, Q^2)$ verstanden und eine Summation impliziert wird (der Index „Men“ wird außerdem unterdrückt):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{(2+1)-Jet}}{dx_p dy dz_p d\Phi} &= \Gamma_t \int f(\xi, Q^2) d\xi \\ &\times \left[\frac{d\sigma_l}{dz_p d\Phi} + \epsilon \frac{d\sigma_l}{dz_p d\Phi} + \epsilon \frac{d\sigma_p}{dz_p d\Phi} \right. \\ &\left. + \sqrt{2\epsilon(\epsilon+1)} \frac{d\sigma_i}{dz_p d\Phi} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

Setzt man ferner

$$N_1 \equiv \frac{\alpha\alpha_S}{\hat{s} + Q^2}, \quad (\text{A.34})$$

wobei

$$x_p = \frac{Q^2}{\hat{s} + Q^2} \quad (\text{A.35})$$

benutzt wurde, so kann man über einen Koeffizientenvergleich nachfolgende Beziehungen ermitteln (hier wurde das Ladungsquadrat aus Konsistenzgründen mitgeschrieben). Zunächst der QCD-Compton-Effekt:

$$\frac{d\sigma_{l,C}}{dz_p d\Phi} + \epsilon \frac{d\sigma_l}{dz_p d\Phi} = N_1 c_1 A_1 Q_j^2 \frac{1}{1 + (1-y)^2} \quad (\text{A.36})$$

Also:

$$\frac{d\sigma_{l,C}}{dz_p d\Phi} = N_1 c_1 Q_j^2 \left[(1-x_p)(1-z_p) + \frac{1+x_p^2 z_p^2}{(1-x_p)(1-z_p)} \right] \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{d\sigma_{l,C}}{dz_p d\Phi} = N_1 c_1 Q_j^2 4x_p z_p \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{d\sigma_{p,C}}{dz_p d\Phi} = N_1 c_1 Q_j^2 2x_p z_p \cos 2\Phi \quad (\text{A.39})$$

$$\frac{d\sigma_{i,C}}{dz_p d\Phi} = -N_1 c_1 Q_j^2 2 \sqrt{\frac{x_p z_p}{(1-x_p)(1-z_p)}} (x_p z_p + (1-x_p)(1-z_p)) \cos \Phi \quad (\text{A.40})$$

Auf ganz analoge Weise folgt für die γ -Gluon-Fusion:

$$\frac{d\sigma_{l,F}}{dz_p d\Phi} = N_1 c_3 Q_j^2 (x_p^2 + (1-x_p)^2) \frac{z_p^2 + (1-z_p^2)}{z_p(1-z_p)} \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{d\sigma_{l,F}}{dz_p d\Phi} = N_1 c_3 Q_j^2 8x_p(1-x_p) \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{d\sigma_{p,F}}{dz_p d\Phi} = N_1 c_3 Q_j^2 4x_p(1-x_p) \cos 2\Phi \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{d\sigma_{i,F}}{dz_p d\Phi} = -N_1 c_3 Q_j^2 2 \sqrt{\frac{x_p(1-x_p)}{z_p(1-z_p)}} (1-2x_p)(1-2z_p) \cos \Phi \quad (\text{A.44})$$

Darüber hinaus lassen sich ähnlich wie in Gleichung A.35 mit Hilfe der Gleichungen 2.33, A.3 und A.4 einige nützliche Beziehungen aufstellen:

$$z_p = \frac{-\hat{t}}{\hat{s} + Q^2} \quad (\text{A.45})$$

$$1 - z_p = \frac{-\hat{u}}{\hat{s} + Q^2} \quad (\text{A.46})$$

$$1 - x_p = \frac{\hat{s}}{\hat{s} + Q^2} \quad (\text{A.47})$$

Daraus kann man dann eine Umrechnung in die oben eingeführten Mandelstam-Variablen vornehmen, um mit den vorherigen Ergebnissen vergleichen zu können, was auf die Gleichungen 2.63 bis 2.70 führt.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Der HERA-Speicherring am DESY in Hamburg	5
1.2	Der H1-Detektor	6
2.1	Prinzipdiagramm für die tief inelastische Elektron-Proton-Streuung	10
2.2	Feynmangraphen der betrachteten Prozesse	11
2.3	Plot von $\cos \Theta_{e'}$ in der (y, Q^2) -Ebene bei HERA-Energie	14
2.4	Nomenklatur eines Stoßprozesses der Form $2 \rightarrow 2$	18
2.5	Zur Kinematik im Schwerpunktsystem des harten Subprozesses beim QCD-Compton-Effekt	18
2.6	Zur Kinematik im Schwerpunktsystem des harten Subprozesses bei der γ -Gluon-Fusion	18
2.7	Topologisch mögliche Feynmangraphen des harten Subprozesses	19
3.1	Farblinien für die verschiedenen Möglichkeiten beim Born-Term	36
3.2	Farblinien für die verschiedenen Möglichkeiten beim QCD-Compton-Effekt	37
3.3	Farblinien für die γ -Gluon-Fusion	38
4.1	Einige Standardhistogramme für den Born-Term, berechnet mit SMURF	44
4.2	Einige Standardhistogramme für den QCD-Compton-Effekt, berechnet mit SMURF	45
4.3	Einige Standardhistogramme für die γ -Gluon-Fusion, berechnet mit SMURF	46
4.4	α_S -Verteilung für den QCD-Compton-Effekt, SMURF	47
4.5	α_S -Verteilung für die γ -Gluon-Fusion, SMURF	48
4.6	Vergleichshistogramm für Q^2 , PYTHIA	49
4.7	Vergleichshistogramm für $p_{T,q'}$, QCD-Compton-Effekt	50
4.8	Q^2 -Verteilung von PYTHIA beim QCD-Compton-Effekt mit ISPS	50
4.9	Vergleichshistogramm für $p_{T,q'}$, γ -Gluon-Fusion	51
4.10	Q^2 -Verteilung von PYTHIA bei der γ -Gluon-Fusion mit ISPS	51
4.11	Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$, Born-Term	53
4.12	Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$, QCD-Compton-Effekt	54
4.13	Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$, γ -Gluon-Fusion	54
4.14	Vergleich des $(2 + 1)$ -Jet-Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von Y_c	55
4.15	Der Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit von Y_c	55
4.16	Der Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit von Y_c	56
4.17	Vergleich des $(2 + 1)$ -Jet-Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von Y_c	56
4.18	Der Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit von Y_c	57
4.19	Der Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit von Y_c	57
4.20	Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$, QCD-Compton-Effekt, σ_t und σ_l	59
4.21	Vergleichshistogramme für Q^2 und $\Theta_{e'}$, γ -Gluon-Fusion, σ_t und σ_l	59

4.22	Vergleichshistogramm für $p_{T,q'}$, QCD-Compton-Effekt	60
4.23	Vergleichshistogramm für $p_{T,q'}$, γ -Gluon-Fusion	61
4.24	Vergleich des $(2 + 1)$ -Jet-Wirkungsquerschnittes in Abhängigkeit von Y_c	62
4.25	Der Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit von Y_c	62
4.26	Der Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit von Y_c	63
4.27	Wirkungsquerschnittentwicklung in kleinen x -Bereichen für die verschiedenen Prozesse	63
4.28	Wirkungsquerschnitt des QCD-Compton-Effektes in Abhängigkeit des φ -Schnittes	65
4.29	Wirkungsquerschnitt der γ -Gluon-Fusion in Abhängigkeit des φ -Schnittes	65
4.30	Histogramme der φ -Abhängigkeit des QCD-Compton-Effektes bei SMURF	66
4.31	φ -Verteilungen des QCD-Compton-Effektes bei ausgeschalteten φ -abhängigen Termen des harten Subprozesses in SMURF	66
4.32	Histogramme der φ -Abhängigkeit der γ -Gluon-Fusion bei SMURF	67
4.33	φ -Verteilungen der γ -Gluon-Fusion bei ausgeschalteten φ -abhängigen Termen des harten Subprozesses in SMURF	67
4.34	Histogramme der φ -Abhängigkeit der $(2 + 1)$ -Jet-Prozesse bei LEPTO	68
4.35	Vergleich des Betrags der Vorfaktoren vor σ_l für σ_{tot} und σ_{Jet}	68

Tabellenverzeichnis

1.1	Anordnung der Leptonen und Quarks im Standardmodell	4
3.1	Bedeutung der BASES-Variablen für die einzelnen Querschnitte	32
3.2	Aufstellung der verschiedenen Strukturfunktionsparametrisierungen	33
3.3	Die verschiedenen Varianten von $d\sigma$ in SMURF	34
3.4	Aufstellung der in SMURF verwendeten Quarkmassen	34
3.5	Aufstellung der Teilchenanordnung von SMURF im LUJETS-COMMON	38
3.6	Farbsingletts der verschiedenen Prozesse, je nach getroffenem Quark	39
4.1	Wirkungsquerschnitte von SMURF und PYTHIA	46
4.2	Born-Term-Wirkungsquerschnitte von PYTHIA	48
4.3	Vergleich von Born-Term-Wirkungsquerschnitten verschiedener Generatoren	52
4.4	Vergleich der verschiedenen Wirkungsquerschnittsformen von SMURF	58
4.5	Vergleich der totalen und Born-Term-Wirkungsquerschnitte (in [pb], Satz EHLQ1)	69
4.6	Vergleich der totalen und Born-Term-Wirkungsquerschnitte (in [pb], Satz MT, B1, DIS-Schema)	71
4.7	Vergleich der totalen und Born-Term-Wirkungsquerschnitte (in [pb], Satz MT, B1, \overline{MS} -Schema)	71
4.8	Genauigkeitsabschätzung für die Messung von $g(\xi, Q^2)$ bei HERA, Strukturfunk- tionssatz EHLQ1	71
4.9	Genauigkeitsabschätzung für die Messung von $g(\xi, Q^2)$ bei HERA, Strukturfunk- tionssatz MT, B1, DIS-Schema	72
4.10	Genauigkeitsabschätzung für die Messung von $g(\xi, Q^2)$ bei HERA, Strukturfunk- tionssatz MT, B1, \overline{MS} -Schema	72
5.1	Die Bedeutung der Variablenwerte von IFLAG bei BASES	75
5.2	Bedeutung der Schaltervariablen IFRAGO	76

Literaturverzeichnis

- [1] J.D. Bjorken, S.D. Drell, Relativistic Quantum Mechanics, McGraw-Hill, 1964
- [2] J.D. Bjorken, S.D. Drell, Relativistic Quantum Fields, McGraw-Hill, 1965
- [3] C. Itzykson, J.B. Zuber, Quantum Field Theory, McGraw-Hill, 1980
- [4] D. H. Perkins, Introduction to High Energy Physics, Addison Wesley, 1987
- [5] F. Halzen, A.D. Martin, Quarks & Leptons, An Introductory Course in Modern Particle Physics, Wiley, 1984
- [6] C. Berger, Teilchenphysik, Eine Einführung, Springer, 1992
- [7] Particle Data Group, Review of Particle Properties, Physical Review D45, Part 2 (June 1992)
- [8] G. Ingelman et. al., Proceedings of the HERA workshop, Vol. 11, Hamburg 1987, 3
- [9] D. Graudenz, Dissertation, Hamburg, 1990
- [10] C. Berger, W. Wagner, Physics Reports 146, Nos. 1 & 2 (1987) 1-134
- [11] D.W. Duke, J.F. Owens, Physical Review D, 26 (1982) 1600
- [12] A. Mendez, Nuclear Physics B, 145 (1978) 199-220
- [13] C. Berger, private Mitteilung
- [14] C. Berger, private Mitteilung
- [15] C. Berger, private Mitteilung
- [16] J.G. Körner, E. Mirkes, International Journal of Modern Physics A, Vol.4, No. 7 (1989) 1781-1825
- [17] C. Berger, private Mitteilung
- [18] A.M. Cooper-Sarkar et al., Proceedings of the HERA workshop, Vol. 1, Hamburg 1991, 155
- [19] D. Graudenz, private Mitteilung
- [20] E. Theuer, Diplomarbeit, Aachen, 1991
- [21] G.P. Lepage, Journal of Computational Physics 27 (1978) 192-203

- [22] S. Kawabate, KEK-Preprint 85-26 (1985)
- [23] K. Charcula, Computer Physics Communications 69 (1992) 360-368
- [24] Programmpaket Lepto, Version 5.2, verfügbar auf dem H1-Generatorbereich, IBM im DESY-Rechenzentrum
- [25] E. Eichten, I. Hinchliff, K. Lane und C. Quigg, Rev. Mod. Phys. 56 (1984) 579; Erratum: Rev. Mod. Phys. 58 (1986) 1065
- [26] J. Morfin, W.K. Tung, Z. Phys. C, 52 (1991) 13
- [27] LUND-Gruppe, Jetset 7.2-Manual, verfügbar auf dem Bereich F36GGG unter F36GGG.H1GEN.JETSET.S(MANUAL72), IBM im DESY-Rechenzentrum
- [28] T. Köhler, Diplomarbeit, Aachen, 1989
- [29] Programmpaket PYTHIA, verfügbar auf dem Bereich F36GGG, IBM im DESY-Rechenzentrum (Stand 1992),
- [30] T. Sjöstrand, Proceedings of the HERA workshop, Vol. 3, Hamburg 1991, 1405
- [31] Programmpaket Lepto, Version 6.1, verfügbar auf dem H1-Generatorbereich, IBM im DESY-Rechenzentrum
- [32] G. Ingelman, Proceedings of the HERA workshop, Vol. 3, Hamburg 1991, 1366
- [33] DISGEN, verfügbar auf dem Bereich F34KOE, IBM im DESY-Rechenzentrum
- [34] J. Feltesse, Proceedings of the HERA workshop, Vol. 1, Hamburg 1987, 33
- [35] D. Graudenz, R. Nisius, private Mitteilung
- [36] C. Berger, private Mitteilung
- [37] D. Graudenz, N. Magnussen, Proceedings of the HERA workshop, Vol. 1, Hamburg 1991, 261
- [38] V. Hedberg, G. Ingelman, C. Jacobsson, L. Jönsson, Proceedings of the HERA workshop, Vol. 1, Hamburg 1991, 331
- [39] K. Rosenbauer, Diplomarbeit, Aachen, 1992

Danksagung

An erster Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr. Christoph Berger für die interessante Themenstellung und intensive Betreuung meiner Diplomarbeit danken sowie Herrn Priv.-Doz. Dr. Frank Raupach für die zahlreichen Diskussionen und die hilfsbereite Unterstützung.

Darüber hinaus haben mir viele Mitglieder des Institutes und der H1-Kollaboration geholfen, von denen ich hier die „Insassen“ des „Kinderzimmers“ erwähnen möchte, da sie ganz entscheidend zu einem guten Arbeitsklima und zu interessantem und wichtigem Gedankenaustausch beigetragen haben: Heiko Itterbeck, Claus Keuker, Klaus Rabbertz und Konrad Rosenbauer.

Meinen Eltern möchte ich für ihre aufopferungsvolle Erziehungsarbeit danken, die mein Interesse an der Physik nicht nur weckte, sondern auch in jeder nur erdenklichen Hinsicht förderte.

Nicht zuletzt danke ich der Studienstiftung des deutschen Volkes, die mich sowohl in materieller als auch ideeller Hinsicht während des gesamten Studiums sehr unterstützt hat.

... ..

Lebenslauf

Am 15.1.1966 wurde ich als erster Sohn des Elektronikers Horst Hampel und der Einzelhandelskaufmannsgehilfin Barbara Hampel, geb. Böhm, in Unna/Westfalen geboren.

In den Jahren 1972 bis 1976 besuchte ich die Grillo-Grundschule Unna und von 1976 bis 1985 das Geschwister-Scholl-Gymnasium Unna bis zum Abitur.

Nach der Ableistung des Wehrdienstes begann ich im Wintersemester 1986/87 das Studium der Physik an der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, wo ich im Oktober 1988 das Vordiplom ablegte.

Aufgrund eines Schulvorschlages wurde ich zum Sommersemester 1987 als Stipendiat in die Studienstiftung des deutschen Volkes aufgenommen.

Während des akademischen Jahres 1989/90 studierte ich an der State University of New York at Stony Brook im Rahmen eines Fulbright-Stipendiums und eines Stipendiums der Friedrich-Wilhelm-Stiftung der RWTH Aachen. Dort arbeitete ich am D0-Projekt beim Fermilab/Chicago mit und erlangte im Mai 1990 den Abschluß des Master of Arts in Physics.

Im April 1991 begann ich die Mitarbeit in der H1-Kollaboration und im Dezember 1991 die Diplomarbeit am I. Physikalischen Institut der RWTH Aachen.